S. 804. B. 150

MÉMOIRES

DE

L'ACADÉMIE DES SCIENCES

DE L'INSTITUT DE FRANCE

TOME XII

PARIS

GAUTHIER-VILLARS

IMPRIMEUR-LIBRAIRE DES COMPTES RENDUS DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES

SUCCESSEUR DE MALLET-BACHELIER

QUAI DES AUGUSTINS, 55

MÉMOIRES

DE

L'ACADÉMIE ROYALE DES SCIENCES

DE L'INSTITUT

DE FRANCE.

TOME XII.

S. 804. B. 150.

MÉMOIRES

DE

L'ACADÉMIE ROYALE DES SCIENCES

DE L'INSTITUT

DE FRANCE.

TOME XII.

PARIS,

DE L'IMPRIMERIE DE FIRMIN DIDOT FRÈRES,

IMPRIMEURS DE L'INSTITUT, RUE JACOB, N° 24.

1833.

TABLE DES ARTICLES

CONTENUS

DANS LE DOUZIÈME VOLUME

DE LA NOUVELLE COLLECTION DES MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

Pages

Éloge de sir Humphry Davy, par M. le baron Cuvier, secrétaire-perpétuel..... j

Éloge historique de Louis-Nicolas Vauquelin, par M. le baron Cuvier, secrétaire-perpétuel..... xxxix

Éloge historique d'Alexandre Volta, par M. Arago, secrétaire-perpétuel..... lvij

Pages

Premier Mémoire; sur les lames osseuses du palais dans les principales familles d'animaux vertébrés, et en particulier sur la spécialité de leur forme chez les crocodiles et les reptiles téléosauriens, par M. Geoffroy St.-Hilaire..... 3

Deuxième Mémoire; sur la spécialité des formes de l'arrière-crâne chez les crocodiles, et sur l'identité des mêmes parties organiques chez les reptiles téléosauriens, par M. Geoffroy St.-Hilaire... 27

Troisième Mémoire; sur des recherches faites dans les carrières du calcaire oolithique de Caen, ayant donné lieu à la découverte de plusieurs beaux échantillons et de nouvelles espèces de téléosaures, par M. Geoffroy St.-Hilaire..... 43

Pages

Quatrième; Mémoire sur le degré d'influence du monde ambiant pour modifier les formes animales; question intéressant l'origine des espèces téléosauriennes et successivement celle des animaux de l'époque actuelle, par M. Geoffroy St.-Hilaire..... 63

Cinquième Mémoire; sur les pièces osseuses de l'oreille chez les crocodiles et les reptiles téléosauriens, retrouvées en même nombre et remplissant les mêmes fonctions chez tous les autres animaux vertébrés, par M. Geoffroy St.-Hilaire..... 93

Observations et quelques remarques sur la nature, les causes et le traitement de la goutte, par M. le baron Portal..... 139

Mémoire sur les dents antérieures des mammifères rongeurs, dans lequel on se propose d'établir que ces dents, dites jusqu'ici et déterminées incisives, sont les analogues des dents canines, par M. Geoffroy St.-Hilaire..... 181

Mémoire sur le calcul des variations, par M. Poisson..... 223

Considérations générales sur les changements qui s'opèrent dans l'état électrique des corps, par l'action de la chaleur, du contact, du frottement et des diverses actions chimiques, et sur les modifications qui en résultent quelquefois dans l'arrangement de leurs parties constituantes, par M. Becquerel..... 333

Réflexions sur différentes manières de démontrer la théorie des parallèles ou le théorème sur la somme des trois angles du triangle, par M. Legendre..... 367

Recherches sur les établissements de bains publics à Paris, depuis le VI^e^ siècle jusqu'à présent, par M. P. S. Girard..... 411

Mémoire sur les avantages d'un procédé opératoire particulier, que nous avons imaginé au commencement de ce siècle, pour la cure radicale de l'hydrocèle, suivi d'une Notice sur une autre maladie analogue que nous désignerons sous le nom d'hydrocèle vésiculeuse ou hydatique, par M. le baron Larrey..... 463

Expériences sur le mécanisme de la rumination, premier Mémoire; par M. Flourens..... 483

Pages

Mémoire d'analyse sur le mouvement de la chaleur dans les fluides, par M. Fourier 507

Expériences sur le mécanisme de la rumination, 2e mémoire, par M. Flourens 531

Expériences sur le développement de l'électricité par la pression; lois de ce développement, par M. Becquerel 551

Considérations générales sur les décompositions électro-chimiques et la réduction de l'oxide de fer, de la zircone et de la magnésie, à l'aide de forces électriques peu considérables, par M. Becquerel. 581

Mémoire sur la division et la nomenclature des monnaies, par M. Costaz 599

FIN DE LA TABLE DU DOUZIÈME VOLUME.

ÉLOGE

DE

SIR HUMPHRY DAVY,

PAR M. LE B^on^ CUVIER.

Lu à l'Académie des Sciences, le 26 juillet 1830 (1).

UN célèbre académicien, parvenu de l'état le plus humble, aux hautes dignités de l'église et de la littérature, disait, le jour de sa réception à l'Académie : « S'il se trouve dans cette « assemblée un jeune homme né avec l'amour du travail, « mais isolé, sans appui, livré au découragement, et si l'in- « certitude de sa destinée affaiblit dans son ame le ressort « de l'émulation, qu'il jette les yeux sur moi dans ce moment « et qu'il ouvre son cœur à l'espérance. » Est-il en effet un spectacle plus fait à la fois pour toucher, pour encourager, que celui du mérite perçant à force de constance, l'obscurité qui le couvre, surmontant les barrières que le malheur lui oppose, se faisant reconnaître par degrés de ses contemporains, arrivant enfin avec leurs justes applaudissements à tous les avantages que nos sociétés peuvent dispenser à ceux qui les servent.

(1) Imprimé pour la première fois en décembre 1832.

Voilà ce que nous présentent éminemment les deux célèbres chimistes dont je dois vous entretenir dans notre séance; nés l'un et l'autre dans un état voisin du dénûment, et supportant tous deux avec fermeté les peines de leur position. Dès qu'ils eurent fait quelques pas dans la carrière des sciences; dès que leurs premiers travaux furent connus, la faveur les entoura ; ils furent accueillis dans le monde ; à mesure que leurs découvertes s'accrurent, ils se virent conduits à la fortune, et les honneurs s'accumulèrent sur leur tête ; aucune voix jalouse ne troubla ce concert unanime, ou s'il s'en éleva, ce ne fut qu'après que leur position sociale eut été mise à l'abri de toute atteinte et que les jaloux furent réduits à n'être plus que des envieux.

Sir Humphry Davy, baronnet, ancien président de la Société royale de Londres, associé étranger de l'Académie des Sciences, de l'Institut, naquit à Penzance, petite ville du comté de Cornouailles, la plus reculée de toute l'Angleterre vers l'ouest, le 17 décembre 1778, de Robert Davy et de Grace Millett.

Sa famille avait, dit-on, possédé autrefois des terres assez considérables dans la paroisse de Ludgvan, voisine de Penzance ; mais Robert Davy, son père, était réduit à une très-petite ferme sur les bords de la Boye, dite du mont Saint-Michel, d'après un rocher assez semblable, par sa situation, et par le couvent qui y était construit, à celui qui porte le même nom sur la côte de Normandie. Désirant augmenter son mince revenu par quelque industrie, il exerça longtemps à Penzance l'état de sculpteur en bois et de doreur : ce métier lui réussissant mal, il se retira sur son bien, qu'il essaya de faire valoir sans y être plus heureux, et il mourut en

1794, laissant sa veuve dans une situation fort triste et chargée de cinq enfants, dont le dernier n'était âgé que de quatre ans et quelques mois. Cette femme respectable ne perdit cependant point courage; occupée sans relâche de l'éducation de ses enfants, elle ouvrit d'abord, pour les soutenir, une boutique de modes, et tint ensuite une pension où logeaient les personnes que leur santé amenaient dans ce canton, renommé en Angleterre par un climat plus doux que le reste du royaume.

Le jeune Humphry, son aîné, déja en état de connaître sa position et les seuls moyens qui pouvaient l'y soustraire, profita avec ardeur du peu de sources d'instruction qu'offrait ce pays reculé, et quelques-uns de ses maîtres ont prétendu s'enorgueillir depuis d'un disciple si célèbre; mais il a toujours dit que s'il a eu quelque chose d'original dans ses idées, il l'a dû précisément à ce que les personnes chargées de l'instruire ne s'en occupaient guère, et le laissaient, par indifférence, se livrer à toutes ses fantaisies. Plus d'un homme de génie, en se reportant sur ses premières années, a pu faire la même remarque; et en effet, l'instruction générale, calculée pour le grand nombre, ne s'adapte pas aisément à ces têtes excentriques dont les premières pensées sont déja supérieures à celles de leurs camarades et souvent à celles de leurs maîtres. Les efforts pour les faire rentrer dans la voie commune ne serviraient qu'à contrarier leurs progrès. C'est un bonheur pour eux et pour le monde, qu'ils soient ainsi négligés. Davy donc, laissé à lui-même, chassait, pêchait, parcourait en tous sens ce pays pittoresque, essayant déja d'en chanter les beautés; car dès l'enfance il était orateur et poète. Ses impressions se peignaient vivement dans ses

discours; chaque fois qu'il rentrait à l'école, ses petits camarades l'entouraient, ils se pressaient, ils oubliaient tout pour l'entendre raconter ce qu'il venait de voir. Ses lectures ne l'agitaient pas moins que ses observations : à peine une traduction d'Homère lui fut-elle tombée sous les yeux, qu'il se mit à composer aussi une épopée dont Diomède était le sujet; composition, dit un de ses anciens condisciples, fort incorrecte et qui ne manquait de fautes ni contre les règles, ni contre le goût, mais pleine de vie, d'incidents variés, et où se déployaient une richesse d'invention et une liberté d'exécution qui annonçaient un vrai poète.

Cependant il fallait prendre un état plus sérieux, et sa mère le mit en apprentissage à quinze ans chez un pharmacien nommé Borlase, probablement de la même famille que l'ecclésiastique ministre de la paroisse de Ludgvan, à qui l'on a dû, sur l'histoire naturelle et sur les antiquités du comté de Cornouailles, deux ouvrages encore aujourd'hui précieux par les documents dont ils sont remplis. Ce pharmacien, comme tous ceux d'Angleterre, exerçait aussi la chirurgie et la médecine. Le jeune Davy était souvent obligé de visiter pour lui ses malades ou de leur porter des remèdes, courses très-conformes à ses premiers goûts et qui ne faisaient que les rendre plus vifs. En parcourant ces riches paysages, il récitait à haute voix des vers d'Horace ou les siens; car il en avait déja fait beaucoup. C'est de ce temps que date son ode au mont Saint-Michel et son poëme sur Mounts-Bay, deux de ses meilleures pièces de vers. Le jeu que ses promenades solitaires laissaient à un esprit aussi actif, l'avait aussi jeté dans la métaphysique, et autant que l'on peut en juger par quelques lettres et par des stances faites à cette époque, et

qui ont paru plus tard, mais fort modifiées, sous le titre de *La Vie*, il s'était enfoncé dans toutes les abstractions du panthéisme et parlait de Dieu, du monde, comme un bramine ou comme un professeur de philosophie allemande.

Mais le comté de Cornouailles n'est pas seulement un pays pittoresque; ses roches primitives, leurs divers accidents, les filons métalliques qu'elles renferment; les mines profondes que l'on y a creusées dès avant les temps historiques, les nombreux ateliers où l'on en élabore les produits, en font aussi un pays éminemment chimique et géologique, et un jeune homme tel que nous venons de peindre Davy, ne pouvait entendre sans cesse parler autour de lui de ce qui a rapport à l'exploitation des métaux, à leurs usages, aux différents procédés dont ils sont l'objet, aux relations qu'ils observent entre eux et avec les roches qui les recèlent, sans que ses réflexions se portassent vers ces branches des sciences naturelles qui ont pour objet la structure du globe, les matériaux dont il se compose et leurs propriétés. Une circonstance fortuite acheva de diriger vers des études positives cette jeune imagination. M. Grégoire Watt, fils de celui de nos anciens associés qui en perfectionnant la machine à vapeur, en a fait un agent qui changera la face du monde, fut envoyé à Penzance, pour une affection de poitrine, et logea chez madame Davy. Le jeune garçon apothicaire, touché de la belle figure et des manières distinguées de ce nouvel hôte, conçut le désir de gagner son amitié; mais des Anglais ne se lient pas si vite, surtout quand ils diffèrent par la fortune ou par le rang; il fallait un prétexte. Davy n'en trouva pas de plus simple que d'entretenir M. Watt de chimie; il en avait déja pris quelque teinture chez son maître,

mais légère et purement pratique, qui ne pouvait devenir un sujet de conversation avec un savant. Quelqu'un à qui il parla de son projet, lui prêta la Chimie de Lavoisier, traduite en anglais. En deux jours, il l'eut dévorée, et, ce qui est bien remarquable, dès ce moment, ignorant encore toutes les objections que Priestley et d'autres de ses compatriotes faisaient contre la théorie exposée dans ce célèbre ouvrage, il déclara qu'il concevait une autre explication des phénomènes et s'occupa sérieusement de la développer. De vives discussions qu'il eut à ce sujet avec M. Watt, ne firent que l'affermir dans sa résolution : le poète, le métaphysicien se décida à devenir tout-à-fait chimiste. Dans l'état de sa fortune, ce n'était pas une petite entreprise que de se procurer seulement les instruments nécessaires; mais ici, comme dans ses autres études, son courage et son esprit subvinrent à tout. De vieux tuyaux de pipe, quelques tubes de verre achetés d'un marchand de baromètres ambulant, formèrent ses premiers appareils. Le chirurgien d'un navire français, échoué près de Lands End, lui montrant ses instruments, il y remarqua un ustensile fort vulgaire chez nous, et d'un usage peu noble, dont apparemment la forme diffère dans les deux pays; concevant aussitôt la possibilité d'en faire la pièce principale d'une machine pneumatique, il la demanda avec instance, l'obtint et la consacra en effet à cette destination bien imprévue sans doute du fabricateur. C'est ainsi que, pour beaucoup de grands hommes, le malaise a été le meilleur maître.

Les leçons qu'il avait données en cette occasion ne furent pas perdues. Pendant toute sa vie, M. Davy a continué à faire ressource de tout pour ses recherches; et la simplicité

de ses appareils a toujours été aussi remarquable que l'originalité de ses expériences et l'élévation de ses vues; et pendant ses voyages dans les lieux les plus éloignés de tout secours scientifique, il n'était pas plus embarrassé pour vérifier une idée qui lui venait à l'esprit, qu'il ne l'avait été dans la boutique de son maître de Penzance pour commencer ses premiers travaux.

Enfin, après quelque exercice, il prit dans son voisinage son premier sujet d'expériences : il voulut déterminer de quelle espèce d'air sont remplies les vésicules des fucus, et constata, d'une manière aussi précise qu'un chimiste consommé l'aurait pu faire, que les plantes marines agissent sur l'air comme les plantes terrestres. C'était en 1797; il n'avait pas tout-à-fait dix-huit ans.

Dans ce temps-là, le docteur Beddoes, que des désagréments occasionés par ses opinions politiques avaient engagé à quitter la chaire de chimie de l'université d'Oxford, était venu s'établir à Bristol, et, secondé par la famille du célèbre Wedgwood, il avait formé un établissement qu'il intitulait *Institution pneumatique*, et qui avait pour objet principal d'appliquer l'action de divers gaz aux maladies du poumon; en même temps il rédigeait un recueil périodique, où, sous le titre de *Contributions des provinces de l'Ouest*, il insérait les travaux des physiciens et des chimistes de cette partie de l'Angleterre. Ce fut à lui que M. Davy adressa son essai, et Beddoes, étonné que dans une pharmacie de Penzance il se trouvât un jeune homme déja en état de travailler ainsi, désira vivement l'attacher à son institution.

Il fallait pour cela le dégager du contrat d'apprentissage que, selon l'usage un peu gothique de la Grande-Bretagne,

il avait fait avec Borlase. M. Davies Gilbert, aujourd'hui président de la Société royale, se chargea de la négociation, qui ne fut pas longue; car l'apothicaire, qui apparemment se souciait peu de découvertes scientifiques, et moins encore de métaphysique ou de poésie, ne faisait pas grand cas de son garçon ; et ce fut en le qualifiant de *pauvre sujet*, qu'il rendit de très-bon cœur à la liberté l'homme destiné à devenir si tôt après la lumière de la chimie et l'honneur de son pays.

Beddoes mesurait les hommes à une autre échelle; s'apercevant promptement de la portée de l'esprit de son nouvel assistant, il ne l'employa pas seulement comme un aide passif, il lui confia son laboratoire, et lui permit d'y faire toutes les expériences qu'il jugerait propres à étendre la science des gaz, lui accordant même l'usage de son amphithéâtre pour y faire des leçons.

C'est dans l'*Institution pneumatique* que M. Davy découvrit, en 1799, les propriétés du *gaz oxide nitreux,* ou, comme on l'appelle aujourd'hui, du protoxide d'azote, et les effets extraordinaires qu'il exerce sur certaines organisations. Bien des personnes, quand elles le respirent, n'en éprouvent que du malaise ou un commencement d'asphyxie ; d'autres sont même asphyxiées véritablement; mais il en est chez lesquelles il produit une ivresse d'un genre tout particulier, qui leur donne, disent-elles, une existence délicieuse, un bien-être supérieur à tous les plaisirs connus, et tel qu'elles se laisseraient mourir dans cet état, sans faire le moindre effort pour en sortir, s'il ne cessait de lui-même au bout de quelque temps.

On peut juger de l'empressement avec lequel cette nouvelle manière de s'enivrer fut reçue dans un pays où l'ancien procédé

n'était pas encore hors d'usage autant qu'il l'est maintenant, et où ce moyen nouveau faisait espérer une variation agréable dans des jouissances jusque-là trop uniformes : le nom du jeune chimiste de Penzance fut en peu de temps populaire dans les trois royaumes.

Ajoutons cependant, pour être justes, que le courage qu'il avait montré, n'avait pas été moins remarqué que la singularité de sa découverte. Il donne lui-même de son état une description effrayante. La perte du mouvement volontaire ne diminua d'abord rien de ses sensations : il voyait, il entendait tout autour de lui; mais à mesure que cette espèce d'asphyxie augmentait, le monde extérieur l'abandonnait; une foule d'images nouvelles s'emparaient de lui; il lui semblait qu'il faisait des découvertes, qu'il s'élevait à des théories sublimes. Mais que l'on ne croie pas que cette ivresse plus qu'aucune autre puisse rien apprendre. Quand, enfin, un ami lui arracha le dangereux bocal, ses premières paroles ne furent que la vieille formule de l'idéalisme : *Rien n'existe que la pensée, l'univers ne se compose que d'impressions et d'idées de plaisirs et de souffrances.* Depuis long-temps il avait eu ce système dans l'esprit, et ce n'était pas, comme on voit, la peine de s'exposer à tant de danger pour arriver à un tel résultat (1).

---

(1) Researches chemical and philosophical; chiefly concerning nitrous oxide and its respiration, in 8vo. *London*, 1800.

Traduit en français, *Annales de Chimie*, tom. XLI, p. 305; XLII, p. 33 et 276; XLIII, p. 97 et 324; XLIV, p. 43 et 218; XLV, p. 97 et 169.

Bibliothèque britannique, tom. XIX, p. 44, 141 et 321
XX, p. 19, 250 et 350
XXI, p. 27, 217 et 346
} 1802.

Il fit cependant une expérience plus périlleuse encore, en respirant la vapeur du charbon; mais celle-là ne lui procura que de la douleur et de l'oppression; et peut-être ces essais téméraires n'ont-ils pas peu contribué à préparer la prompte altération que son tempérament éprouva, et la mort prématurée qui en a été la suite.

A cette époque, Bristol était rempli d'une jeunesse ardente, amie des nouveautés, qui ne s'en cachait point, et dont les discours, au milieu des divisions que la révolution française excitait en Angleterre, avaient fait regarder cette ville comme le foyer principal de la démocratie.

Dans l'espèce de plan qu'avaient formé ces jeunes gens, et ceux avec qui ils correspondaient dans diverses parties du royaume, de faire arriver leurs amis aux postes les plus propres à leur procurer la faveur du public, ils résolurent de faire leurs efforts pour porter leur jeune professeur sur un plus grand théâtre. Le comte de Rumford, notre ancien confrère, venait d'établir à Londres *l'Institution royale* destinée à répandre dans les classes supérieures de la société les découvertes utiles des sciences. Peu accommodant de son naturel, il avait déja rompu avec son professeur de chimie, le docteur Garnett; on imagina de lui proposer Davy, et l'on s'empressa de le faire venir et de le lui présenter.

Chacun se souvient que parmi les grandes et nobles qualités du comte de Rumford, ce n'était point par l'affabilité qu'il brillait; à l'air presque enfant du candidat, qui a toujours paru plus jeune qu'il n'était réellement, à ses manières un peu provinciales, à quelques restes d'accent de Cornouailles, il devint plus glacial encore que de coutume; et la timidité de M. Davy, augmentant par un tel accueil,

ne raccommoda point l'effet de son début. Ceux qui l'avaient amené eurent besoin de beaucoup d'art et de sollicitations pour lui obtenir la tolérance de donner, dans une chambre particulière de la maison, quelques leçons sur les propriétés des gaz; mais il n'en fallait pas davantage. Dès la première, la variété de ses idées, leurs ingénieuses combinaisons, la chaleur, la vivacité, la clarté, la nouveauté même de leur exposition, tout ce que les talents réunis du poëte, de l'orateur et du philosophe pouvaient prêter de charmes à l'enseignement du chimiste, enchantèrent le petit nombre de ceux qui s'étaient hasardés à venir l'entendre. Ils en parlèrent aussitôt avec tant d'enthousiasme, qu'à la seconde, la pièce qu'on lui avait accordée ne put contenir l'affluence qui se présenta, et que l'on se vit obligé de transférer son cours dans le grand amphithéâtre de l'établissement.

L'Institution royale était suivie alors par ce que la Grande-Bretagne avait de plus élevé dans les deux sexes, en naissance et en esprit; des dames du plus haut rang en suivaient les leçons, aussi bien que les plus grands seigneurs et les jeunes hommes les plus distingués.

La jeunesse d'un professeur à peine sorti de l'adolescence, sa jolie figure, ses manières ingénues ne contribuèrent pas moins que sa vive éloquence à lui concilier l'affection d'un pareil public. En peu de temps il devint si fort à la mode, qu'une soirée ne paraissait pas complète lorsqu'il y manquait. Ce fut dans son existence une révolution totale, et, dans cette subite prospérité, il ne lui fallut pas moins de courage pour continuer ses travaux, qu'il ne lui en avait fallu dans son malheur pour les entreprendre. Quelques-uns même prétendent qu'il se laissa éblouir par l'accueil du

grand monde plus qu'il ne convenait à son génie et à sa position. Mais quel est l'homme qui, à vingt ans, aurait mieux résisté à une pareille épreuve ? Ce ne fut pas du moins à la science qu'il renonça ; et, au milieu des plaisirs dont à son âge il était si naturel de vouloir jouir, il ne cessa pas un instant de multiplier les titres qui les lui avaient procurés. On ne peut guère se dissimuler, toutefois, que sa distance des sociétés qui étaient devenues pour lui un besoin, cette barrière terrible que rien dans son pays ne peut renverser, ne l'ait affecté profondément et n'ait troublé sa vie. On aperçoit des traces de ce sentiment pénible jusque dans le dernier de ses écrits, dans celui auquel il travaillait encore quelques jours avant sa mort, et qu'il intitule *Consolations*, parce que des consolations, au milieu des triomphes de son génie, lui furent, en effet, sans cesse nécessaires.

Qui aurait dû cependant se trouver plus heureux ? Depuis son premier cours régulier, qui commença en mai 1801, une continuité de leçons, d'expériences, de découvertes, qui se sont succédé avec une rapidité inouïe, et qui ont éclairci les branches les plus importantes de la physique et de la chimie, qui en ont essentiellement modifié les doctrines, qui en ont fait les applications les plus heureuses et les plus inattendues aux besoins de la société, ont attiré à leur auteur l'admiration du monde civilisé et la reconnaissance de son pays. Nommé membre de la Société royale en 1803, et son secrétaire en 1806; chargé par le bureau d'agriculture d'enseigner les applications de la chimie à cette branche de l'économie publique; uni en 1812 à une épouse riche et de l'esprit le plus élevé; fait, la même année, chevalier par le prince régent, le premier auquel il ait accordé cet

honneur en prenant le gouvernement; créé baronnet en 1818, lorsque ce prince monta sur le trône; élevé enfin au poste éminent de président de la Société royale en 1820, à la mort de sir Joseph Banks, à une majorité de 200 contre 13, poste qu'il continua d'occuper sept années de suite, le jeune apprenti de Penzance a éprouvé sans interruption tout ce que, dans un ordre social fixé, un pays peut faire pour ceux qui l'honorent, et l'assentiment des étrangers a, en toute occasion, confirmé ces marques d'estime. Couronné par l'Institut en 1807, lorsque la guerre avec l'Angleterre était au plus haut degré de violence; associé de ce corps en 1817; appelé également à faire partie de toutes les grandes académies, M. Davy eut à se louer de l'Europe comme de sa patrie. Mais notre nature ne permet pas qu'il y ait pour nous sur la terre un bonheur complet; et lorsque tout au dehors nous favorise, c'est trop souvent en nous-mêmes que nous portons le poison qui doit amèrement affecter notre existence.

Dans l'exposé que je vais faire des travaux suivis sans interruption pendant plus de vingt-cinq ans par M. Davy, et présentés dans plus de soixante mémoires ou écrits divers, on comprend que je ne puis m'attacher qu'aux résultats principaux, aux découvertes fondamentales. Ainsi je passerai rapidement sur les premières expériences qu'il fit à l'Institution royale en 1803, pour déterminer la proportion de tannin de chaque substance tannante, bien qu'il y fasse l'observation singulière que le gland n'en contient pas à l'état naturel, mais que cuit au four, à la chaleur de l'eau bouillante, il en prend en grande quantité (1). Celles de

(1) An account of some experiments and observations on the constituent

l'année suivante (1802) sur les différentes combinaisons de l'azote avec l'oxigène, c'est-à-dire sur l'oxide nitreux et les gaz nitreux nommés aujourd'hui *protoxide et deutoxide d'azote*, et sur les proportions de leurs éléments, ainsi que sur celles de l'hydrogène et de l'azote dans l'ammoniaque, qui prennent déja une importance plus générale pour la chimie, étaient les suites et le complément naturel de ses premières observations sur le gaz nitreux, et il en résulta l'invention d'un nouvel eudiomètre (1). Une solution de muriate ou de sulfate de fer imprégnée de gaz nitreux se trouva absorber l'oxigène plus facilement et plus promptement qu'aucune autre substance.

Nous ne pouvons pas accorder non plus beaucoup de temps à ses découvertes en minéralogie, bien qu'elles ne soient certainement pas sans importance. En 1805, son analyse d'une pierre du Devonshire, que l'on avait nommée vavellite, fournit à cette science une espèce nouvelle, une combinaison d'alumine pure avec de l'eau (2).

La même année, il enseigna une nouvelle méthode d'ana-

---

parts of certain astringent vegetables and on their operation in tanning. *Soc. roy. London*, 24 *feb.* 1803.

Philos. trans. t. XCIII, p. 233.

Nicholson's journal, t. 5, p. 256.

Bibl. britan., t. 26, p. 158.

(1) An account of a new eudiometer. *Nicholson's journal*, in 4to. vol. 5, p. 175. *Bibliot. brit.* VII. p. 246. *Ann. chim.* tom. XLII, p. 301.

(2) An account of some analytical experiments on a mineral production from Devonshire, consisting principally of alumine and water. *Soc. roy. Lond.* 28 *feb.* 1805. *Philos. trans.* XCV, p. 155. *Bibl. brit.* XXX, p. 303. *Ann. de Chimie*, LX, p. 297.

lyser par l'acide boracique les pierres qui contiennent de l'alcali fixe (1).

Il prouva plus évidemment qu'on ne l'avait fait avant lui, et contre ce que lui-même avait conjecturé, que le diamant ne donne à la combustion que de l'acide carbonique pur (2). En 1822, il prouva que le fer et la silice sont dissous dans les eaux thermales de Lucques (3). Des cristaux de roche et d'autres pierres contiennent souvent, dans des cavités de leur intérieur, des gaz et des liquides; et ces substances ayant dû y être enfermées dès le moment de leur formation, il n'était pas sans intérêt pour l'histoire ancienne du globe d'en connaître la nature. M. Davy trouva que c'était de l'eau pure et du gaz azote pur (4).

La physique ordinaire doit aussi des observations à son esprit de recherches. Ce qui se passe lorsque le briquet tire des étincelles du silex (5); la nature des changements de

---

(1) On a method of analysing stones containing a fixed alcali, by means of the boracic acid. *Soc. roy. Lond.* 16 *may*, 1815. *Philos. trans.* XCV, p. 231. *Annales de Chimie*, tom. LX, p. 294.

(2) Some experiments on the combustion of the diamond and other carbonaceous substances. *Soc. roy. Lond.* 23 juin 1814. *Philos. trans.* vol. CIV, p. 557. *Ann. de Chimie et Physique*, I, p. 16. *Bibl. Britan.* tom. LVII, p. 126.

(3) Memoria sopra di un deposito trovato nei Bagni di Lucca Atti della Real. Acad. Neapolit. v. II, p. 9. *Ann. de Chimie et de Physique*, tom. XIX, p. 194.

(4) On the state of water and aeriform matter in cavities found in certain crystals. *Soc. roy. Lond.* 13 *juin* 1822. *Philos. trans.* v. CXII, p. 367. *Ann. de Ch. et de Phys.* tom. XXI, p. 132.

(5) Observations on the appearances, etc. *Journal of royal Institution*, 1803. *Bibliot. Brit.* t. XXII. p. 335. *Ann. de Chimie*, tom. XLVI. p. 273.

couleur que la chaleur fait éprouver à l'acier (1); les brouillards qui se forment au-dessus des rivières (2); l'emploi que l'on pourrait faire comme agents mécaniques des gaz comprimés jusqu'à la consistance de liquides (3); enfin, la couleur des eaux des fleuves et de l'Océan, (4) attirèrent son attention et produisirent des écrits piquants et instructifs.

Dans l'histoire de tout autre, on insisterait aussi sur le cours qu'il fit, en 1803 (5), devant le bureau d'agriculture, et qui fut publié en 1813. Lorsqu'on ne s'attendait qu'à y voir traiter des questions rebattues de physique ou de physiologie végétale, il y développa un principe tout nouveau et des plus importants, celui que la partie la plus efficace des engrais est la plus volatile, celle qui se dissipe le plus aisément, si l'on ne prend, pour la conserver, les précautions dictées par une science profonde. C'était un homme de vingt-deux ans, et qui n'avait jamais cultivé, qui éclairait ainsi de

---

(1) On the cause of the changes of colour produced by heat on the surface of steel. *Ann. of Philosophy*, tom. I. p. 131. *Bibl. Brit.* tom. LV, p. 157.

(2) Some observations of the formation of mists in particular situations. *Soc. roy. Lond.* 25 *feb.* 1819. *Phil. trans.* v. CIX, p. 123. *Ann. de Ch. et de Phy.* XII, 195.

(3) On the application of liquids formed by the condensation of gazes as mechanical agents. *Soc. roy. Lond.* 27 *avril* 1823. *Philos. trans.* v. CXIII, p. 193. *Ann. de Chimie et de Phy.* tom. XXV, p. 80.

(4) Salmonia (2a edit., p. 316). *Bibl. univ.* tom. XL, p. 114.

(5) Elements of agricultural chemistry in a course of lectures for the Board of agriculture, in-4°. and in-8°., *Lond.* 1813. *Trad. en franç.* in-12°. *Paris*, 1820; *et en allemand par F. Wolf, avec des additions de A. Thaer*, in-8vo. Berlin, 1814.

lumières inattendues les propriétaires et les cultivateurs les plus expérimentés de la Grande-Bretagne.

Cependant ce n'était là que des essais ou des travaux légers, en quelque sorte pour sa distraction. Ses expériences sur la décomposition des corps, par l'électricité galvanique, furent d'un ordre supérieur, et ce fut à elles qu'il dut d'être porté subitement, par la voix unanime de l'Europe, au rang des plus grands chimistes de notre âge. Personne encore aujourd'hui ne conteste que jamais on n'avait mis dans une longue recherche plus de persévérance, de méthode et de rigueur, et que rarement il y en avait eu de couronnées par de plus brillants succès.

Une observation fortuite dans laquelle Galvani, en 1789, avait vu les parties d'un animal mort entrer en convulsion quand on établissait une communication métallique entre un nerf et le muscle où il se rend, avait excité l'attention non-seulement des savants, mais du vulgaire; quelques-uns avaient cru y voir l'explication de tous les phénomènes vitaux, et jusqu'à un moyen de rappeler les morts à la vie. Volta, en ramenant ces faits à leur véritable cause, l'électricité produite par le contact de deux métaux différents, et en cherchant à rendre cette influence des métaux plus sensible, en avait multiplié les lames, en les séparant par des lames moins conductrices, et avait construit ainsi sa fameuse pile, source constante d'une électricité qui se renouvelle sans cesse. A peine les physiciens eurent-ils connaissance de ce nouvel et admirable instrument, qu'ils voulurent en essayer les effets sur toute sorte de substances.

Dès 1800, MM. Carlisle et Nicholson, introduisant dans l'eau des fils métalliques correspondants aux deux pôles de

la pile, virent avec surprise de l'oxigène se montrer près du fil positif, et de l'hydrogène près du fil négatif; mais il se montrait en même temps de l'acide et de l'alcali.

La même année, et peut-être avant eux, Ritter, en Allemagne, plaçant l'eau dans deux vases séparés, mais qui communiquaient par de l'acide sulfurique, était arrivé à un résultat plus précis : l'oxigène et l'hydrogène se produisaient indéfiniment chacun à son pôle. Il en concluait, non pas que la pile décompose l'eau, mais que les deux gaz ne sont que de l'eau combinée avec les deux électricités. Lorsque c'était quelque fibre animale, ou même les doigts qui établissaient la communication entre les deux vases, il apparaissait toujours de l'acide muriatique au fil positif, et quelques-uns en avaient même conclu que cet acide était formé d'hydrogène moins oxigéné que l'eau. On voyait aussi apparaître des alcalis de diverses sortes, suivant les circonstances dans lesquelles on opérait.

En 1803, deux chimistes suédois, MM. Hisinger et Berzélius, multipliant les expériences, en étaient venus à reconnaître que l'action décomposante de la pile s'étend à toutes sortes de corps; qu'elle fait toujours paraître les acides et les substances oxigénées vers le pôle positif, les alcalis vers le négatif; et ils avaient ainsi ouvert la voie pour l'explication de ces diverses anomalies.

M. Davy avait suivi avec attention toutes ces expériences, et même dès 1800, et sous les yeux de Beddoes, il avait aussi opéré sur l'eau, dans des vases séparés, mais employant une lanière de vessie pour moyen de communication, il lui était aussi apparu de l'acide muriatique (1). En 1801, il avait fait

(1) Notice of some observations on the causes of the galvanic phenomena,

connaître un genre de pile un peu différente de celle de Volta, et dans laquelle un seul métal alternait avec deux liquides (1). En 1802, il avait opéré sur divers liquides avec une pile très-puissante, et observé plusieurs dégagements singuliers de gaz. Enfin, il se livra à des recherches plus profondes, qu'il suivit persévéramment pendant quelques années, et qui établirent définitivement la théorie de ce nouvel ordre de phénomènes. Le résultat en fut publié, en 1806 (2), dans un mémoire intitulé *Leçons Bakeriennes,* parce qu'il était destiné à remplir une de ces fondations assez nombreuses dans la Grande-Bretagne, et dont l'objet est de diriger l'attention des savants sur certains sujets spéciaux auxquels le fondateur portait intérêt. Après de minutieuses précautions, il était parvenu à démontrer que lorsque l'eau est pure, il n'en sort que de l'hydrogène et de l'oxigène, dans les proportions où les deux gaz la composent. Soumettant au même agent des corps de toutes sortes, il avait porté au plus haut degré de généralité la loi de Hisinger et de Berzélius; et remontant enfin au principe même de cette loi, il était arrivé à cette conclusion, *que l'affinité chimique n'est autre que l'énergie des pouvoirs*

---

and on certain modes of increasing the powers of the galvanic pile of Volta. *Nicholson's journal*, in-4°. tom. IV, p. 337, 380 *et* 394.

(1) An account of some galvanic combination formed by the arrangement of single metallic plates and fluids, analogous to the new galvanic apparatus of Volta. *Soc. roy. Lond.* 18 *juin* 1801. *Philos. trans.* vol. XCI, p. 397. *Bibliot. Brit.* tom. XVII, p. 237.

(2) On some chemical agencies of electricity. *Soc. roy. Lond.* 20 *nov.* 1806. *Philos. trans.* vol. XCVII, p. 1, 1807. *Ann. de Chimie*, tom. LXIII, p. 172 *et* 225. *Journal de Physique*, t. LXIV, p. 421. *Bibl. Brit.* t. XXXV, p. 16.

électriques opposés, conclusion qui, combinée avec une autre loi établie en 1804 par M. Dalton, sur les proportions définies, a donné à M. *Berzélius* un système tout nouveau de chimie et de minéralogie.

Ce fut pour ce grand et beau travail que l'Institut, dans sa séance publique du mois de janvier 1808, décerna à M. Davy le prix fondé pour les progrès du galvanisme ; prix qui n'a été accordé depuis qu'à M. OErstedt, pour sa brillante découverte des rapports du magnétisme avec l'électricité. Bientôt après, M. Davy, en suivant la même voie, obtint un succès encore plus flatteur, parce qu'il lui était plus exclusivement propre; je veux dire sa découverte de la nature métallique des alcalis fixes. Depuis long-temps on avait été frappé de l'analogie des alcalis fixes avec les terres alkalines, et de ces dernières avec les oxides métalliques, et Lavoisier avait même, dès 1789, énoncé la possibilité que ces terres ne fussent que des oxides irréductibles par les moyens ordinaires. Quant aux alcalis fixes proprement dits, si l'on faisait quelques conjectures sur leur composition, c'était plutôt par quelques combinaisons de l'azote, qu'on les supposait formés; et l'analogie de l'ammoniaque était ce qui avait conduit à cette idée ; mais dans les sciences, les plus heureuses conjectures ne sont rien, si l'expérience ne les confirme.

M. Davy, en possession d'un moyen de décomposition aussi puissant que la pile, ne désespéra pas de résoudre le grand problème. Après l'avoir tenté sans succès sur des solutions aqueuses, il prit de la potasse humectée, seulement assez pour servir de conducteur, et l'ayant placée dans le cercle d'une forte batterie, pendant que du côté positif elle donnait une effervescence, il vit paraître, du côté négatif,

de petits globules semblables au mercure par la couleur et par l'éclat, mais tellement combustibles, qu'ils se couvraient presque en se formant, d'une croûte blanche qui était de la potasse, et que, jetés sur l'eau, ils surnageaient et y brûlaient avec une lumière éclatante et une vive chaleur; il en était de même de la glace, il semblait qu'il eût retrouvé ce feu grégeois si fameux dans l'histoire byzantine, et auquel nous devons probablement que l'Europe ne soit pas aujourd'hui mahométane. Le même phénomène se répéta avec la soude, et quels que fussent les conducteurs, le produit de la combustion était toujours de la potasse ou de la soude; un enduit de naphte pouvait seul, en préservant ces globules métalliques de l'approche de tout corps oxigéné, arrêter leur tendance à la combustion. En vain quelques contradicteurs supposèrent-ils que ces nouvelles substances étaient des combinaisons de l'hydrogène ou même du carbone avec les alcalis; des analyses rigoureuses repoussèrent promptement ces hypothèses, et il demeura démontré que la potasse et la soude résultent de la combinaison de l'oxigène avec des bases semblables aux métaux par leurs caractères extérieurs, mais infiniment plus légers et d'une affinité pour l'oxigène infiniment plus forte. La potasse en contient 84 centièmes et la soude 76. Ces bases, aussi parfaits conducteurs de la chaleur et de l'électricité qu'aucun métal, se ramollissent à 12 degrés de Réaumur, deviennent à 30 liquides comme le mercure et s'évaporent à la chaleur rouge. Klaproth, le premier qui de nos jours ait découvert un métal nouveau, voulut leur contester la qualité de métal, se fondant sur leur légèreté spécifique; et en effet tous les métaux connus jusque-là sont fort pesants, mais dans des degrés

fort divers. Le tellure, par exemple, est quatre fois plus léger que le platine, et l'on ne voit pas pourquoi le *sodium* et le *potassium* (ce sont les noms que M. Davy donna aux nouvelles substances), qui le sont six fois plus que le tellure, seraient exclus par là de la classe à laquelle ils appartiennent sous tous les autres rapports.

Cette grande découverte est de 1807, et fut l'objet de la leçon Bakerienne du mois de novembre de cette année (1). Dans un esprit comme celui de M. Davy, elle ne pouvait manquer de conduire à de nouvelles recherches et à de nouvelles idées; il essaya le même procédé sur plusieurs terres, et M. Berzélius en ayant fait autant de son côté, elles durent toutes être aussi considérées comme des oxides.

Le grand chimiste suédois, électrisant négativement du mercure en contact avec une solution d'ammoniaque, réussit à produire un amalgame; aussitôt M. Davy qui obtint le même effet par un moyen plus simple (2), qui y vit le mer-

---

(1) On some new phenomena of chemical changes produced by electricity, particularly the decomposition of the fixed alkalies, and the exhibition of the new substances which constitute their bases; and on the general nature of alkaline bodies. *Soc. roy. Lond.* 12 *et* 19 *nov.* 1807. *Philos. trans. of Lond.* vol. XCVIII, p. 1. *Ann. de Chimie*, tom. LXVIII, p. 203 *et* 225 *Bibl. Brit.* tom. XXXVIII, p. 3.

(2) An account of some analytical researches on the nature of certain bodies, particularly the alkalies, phosphorus, sulphur, carbonaceous matter, and the acids hitherto uncompounded; with some general observations on chemical theory. *Soc. roy. Lond.* 15 *dec.* 1808. *Philos. trans.* tom. XCIX, p. 39. *Ann. de Chim.* tom. LXXII, p. 244, *et* LXXIII, p. 5. *Bibl. Brit.* tom. XLII, p. 27. *Journal de Phys.* tom. LXIX, p. 360.

cure se solidifier et perdre les trois quarts de sa pesanteur spécifique par l'addition d'une quantité de gaz équivalente à peine à $\frac{1}{250}$ de son poids, en vint à penser que l'ammoniaque a aussi une base; que peut-être l'azote et l'hydrogène dont elle se compose ne sont eux-mêmes que des oxides métalliques (1). S'élevant encore à de plus hautes généralités, il ne voit plus dans la nature que de l'oxygène et des bases inconnues; variant même ses explications comme dans l'algèbre, où l'on peut, par diverses formules, arriver aux mêmes résultats, il se demande si l'hydrogène ne serait pas le principe de la métallisation, et si les oxides ne se réduiraient pas à des combinaisons des bases avec l'eau, ramenant ainsi, pour ainsi dire, l'ancienne hypothèse du phlogistique sous une autre forme. C'est une tendance que l'on peut remarquer dans plusieurs autres mémoires de M. Davy, et peut-être le soupçonnera-t-on en cela d'un peu de jalousie nationale. Mais s'il ne réussit point à renverser la théorie française de la combustion, il lui apporta du moins une exception si notable, qu'au lieu de conserver le caractère d'une explication générale, elle ne s'applique plus qu'à des cas particuliers d'un phénomène qui exige une explication d'une nature plus élevée, et c'est la troisième et la plus importante de ses découvertes. Déja l'on savait par les expériences de

(1) New analytical researches on the nature of certain bodies.

1° Further inquiries on the action of potassium or ammonia and on the analysis of ammonia.

2° On the sulphur and phosphorus.

3° Carbonaceous matter.

4° Muriatic acid. *Soc. roy. Lond.* 2 *fév.* et 16 *mars* 1809. *Phil. trans.* vol. XCIX, p. 450. *Bibl. Brit.* tom. XLIV, p. 42.

Bertholet, que l'hydrogène sulfuré qui ne contient point d'oxigène, agit comme un acide; l'oxigène n'est donc pas toujours le principe de l'acidité. D'autre part, les expériences de M. Davy venaient de prouver qu'il est principe d'alcalinité tout comme d'acidité; ainsi son nom même n'avait plus de fondement dans sa nature. Bientôt l'on apprit que l'hydrogène n'a pas moins que l'oxigène, le pouvoir de produire des acides.

Depuis long-temps les chimistes s'efforçaient vainement de découvrir le radical de l'acide muriatique; mais d'après les explications proposées par Bertholet, ils supposaient que cet autre acide, si célèbre par les usages que l'on en fait dans les arts, qui s'obtient en faisant passer l'acide muriatique sur l'oxide de manganèse, et que Scheele, son inventeur, avait nommé *acide muriatique déphlogistiqué,* résultait de la combinaison de l'acide muriatique avec l'oxigène de l'oxide; on l'appelait en conséquence *acide muriatique oxigéné;* rien ne semblait donc si simple que d'en extraire l'acide muriatique en lui enlevant cet oxygène que l'on croyait y surabonder. MM. Gay-Lussac et Thénard l'essayèrent, mais ils ne purent jamais y réussir, sans y ajouter de l'eau ou du moins de l'hydrogène. Ce phénomène les frappa beaucoup; l'eau, se dirent-ils, est donc un ingrédient nécessaire à la formation de l'acide muriatique; mais comment se fait-il qu'elle y adhère avec tant de force qu'on ne puisse l'en retirer par aucun moyen? Ne serait-ce point seulement par un de ses éléments (par l'hydrogène), qu'elle concourt à former cet acide? et l'oxigène qui se dégage dans l'opération, et que l'on croyait provenir de l'acide muriatique oxigéné, ne serait-il pas simplement l'autre élément de l'eau? Alors ni

l'acide muriatique oxigéné, ni l'acide muriatique ordinaire, ne contiendraient d'oxigène; le second ne serait que le premier, plus de l'hydrogène. Cette pensée leur vint ; ils l'exprimèrent même à la fin de leur Mémoire, comme une hypothèse possible ; mais ils n'osèrent la soutenir en face de leurs vieux maîtres, pour qui la théorie de Lavoisier était devenue presque une religion (1).

M. Davy qui était plus libre, fut aussi plus hardi; dans un Mémoire lu en 1810 (2), il mit hautement cette hypothèse en avant et la développa par une multitude d'expériences ultérieures (3). Le prétendu gaz muriatique oxigéné était donc un agent de combustion à l'égal de l'oxigène ; il devenait en même temps un être simple pour nous, il lui fallait un nom simple; M. Davy lui donna celui de *chlorine*, que l'on a ensuite abrégé et changé en chlore.

Une théorie si nouvelle ne fut pas, comme on peut bien le croire, aussitôt adoptée que proposée; M. Murray, savant chimiste d'Édimbourg, M. Berzelius lui-même, défendirent l'ancienne théorie avec autant d'esprit que de persévérance; jamais on ne vit dans les sciences une lutte aussi bien

(1) Mémoires de la Soc. d'Arcueil, tom. II, p. 357.

(2) Researches on the oxymuriatic acid, its nature and combinations, and on the elements of the muriatic acid. *Soc. roy.* 12 *juillet* 1810. *Philos. trans.* v. C. p. 231. *Ann. de Chimie*, tom. LXXVI, p. 113 *et* 129. *Journ. de Phy.* tom. LXXI, p. 321. *Bibl. brit.* tom. XLV, p. 229.

(3) On some of the combinations of oxymuriatic gas and oxygene, and on the chemical relation of these principles to inflammable bodies. *Soc. roy.* 15 *nov.* 1810. *Phil. trans.* vol. CI, p. 1. *Ann. de Chimie*, tom. LXXVIII, p. 298. *Journ. de Phys.* tom. LXII, p. 358. *Bibl. brit.* tom. XLVII, p. 34, 245, 340.

conduite des deux parts; à chaque expérience, à chaque explication d'un adversaire, l'autre répliquait par des expériences ou des explications qui ne semblaient pas moins importantes, et le monde chimique semblait encore hésiter, lorsqu'une nouvelle substance vint faire pencher la balance en faveur de M. Davy, en s'associant au chlore par ses propriétés et surtout par celle de produire la combustion et l'acidification à l'égal de l'oxigène. — Ce fut l'*iode* découvert dans le varec par M. Courtois, salpêtrier instruit en chimie, substance sur laquelle M. Gay-Lussac (1) et M. Davy (2) firent de curieuses expériences.

L'acide fluorique, dont on avait tenté en vain de découvrir aussi le radical, fut promptement rangé dans la même classe, d'après une suggestion de M. Ampère (3). Enfin, M. Gay-Lussac lui-même découvrit une combinaison du carbone et

---

(1) Sur un nouvel acide formé avec la substance découverte par M. Courtois. Inst. 6 *déc.* 1813. *Ann. de Chimie*, tom. LXXXVIII, p. 311. Note sur la combinaison de l'iode avec l'oxigène. Inst. 20 *déc.* 1813. *Ann. de Chimie*, tom. LXXXVIII, p. 319.

Mém. sur l'iode. Inst. 1^er^ *août* 1814. *Ann. de Chimie*, tom. XCI, p. 1. *Bullet. phil.* 1814, p. 112.

(2) Some experiments and observations on a new substance which becomes a violet coloured gas by heat. *Soc. roy. Lond.* 20 *janv.* 1814. *Philos. trans.* vol. CIV, p. 74. *Ann. Chimie*, tom. XCII, p. 89. *Journ. de Physique*, tom. LXXIX, p. 153. *Bibl. Brit.* tom. LVI, p. 248.

Further experiments and observations on iodine, *Soc. roy. Lond.* 16 *juin* 1814. *Philos. trans.* vol. CIV, p. 487. *Bibl. brit.* tom. LVII, p. 243.

(3) *Ann. de Chimie et de Physique*, tom. II, p. 20. Voy. *Mémoire sur une classification naturelle pour les corps simples. Ann. id.* tom. I, p. 295 et 373; tom. II. p. 5 et 105.

de l'azote (le *cyanogène*) (1) qui agit comme le chlore, comme le fluor et comme l'iode, et qui produit des acides sans le concours de l'oxigène. Le bleu de Prusse est le produit bien connu de l'un des deux acides et de l'oxide de fer.

Ainsi, il est désormais reçu en chimie, que l'acidité dépend du mode de combustion, et non d'un principe matériel, et le nom de M. Davy s'attache à cette importante proposition, non pas qu'il ait concouru seul à l'établir, mais parce qu'il l'a énoncée avec netteté et hardiesse. C'est en effet cette réduction des phénomènes sous une forme générale et claire, qui constitue l'invention aux yeux du grand public, qui ne peut suivre, dans tous ses détails, les phases par lesquelles une vérité est obligée de passer, avant de devenir complétement mûre pour l'opinion commune.

Par ces trois grandes suites de recherches relatives à l'*action chimique de la pile, à la métallisation des alcalis et aux combinaisons sans oxigène*, par les vérités capitales qui en résultaient, par la multitude d'expériences nouvelles, de vues ingénieuses, d'appréciations délicates et fines de tous les phénomènes qui avaient concouru à la démonstration de ces vérités, M. Davy, arrivé seulement à l'âge de trente-deux ans, s'était placé dans l'opinion des hommes en état de juger de pareils travaux, au premier rang des chimistes de notre temps et de tous les temps; il lui restait, par des services directs rendus à la société, à prendre un rang semblable dans l'opinion populaire. La

(1) *Ann. de Chimie*, tom. XCV, p. 172. Voy. *Mémoire sur l'acide prussique*, tom. *id.* p. 136.

demande qui lui fut faite de moyens propres à empêcher les funestes effets des explosions si fréquentes dans les mines de charbon de terre, lui en fournit la première occasion.

Il s'échappe insensiblement des couches de houille en exploitation, une certaine quantité de gaz inflammable qui, mêlé dans une certaine proportion avec l'air atmosphérique, s'allume à la lampe des mineurs, avec une détonation épouvantable, et fait périr quelquefois ces malheureux en grand nombre. Cavendish en avait reconnu la nature et surtout la légèreté spécifique, et sa découverte a été le principe de la construction des ballons aérostatiques; mais personne ne s'était encore occupé de prévenir ses terribles effets, lorsqu'une de ces explosions, arrivée en 1812, dans une mine dite de Felling, y fit perdre la vie en un instant à plus de cent mineurs, avec des circonstances affreuses et qui effrayèrent tous les hommes de cette profession. Chaque matin ils ne se séparaient de leur famille que comme des soldats allant à la brèche. Éveillé par l'intérêt, un comité de propriétaires de mines chercha enfin à prévenir le danger, et M. Davy fut invité à leur indiquer les moyens dont la science pouvait disposer à cet égard.

A tout autre il eût semblé que c'était demander l'impossible, demander de porter le feu dans un magasin à poudre et de l'empêcher de sauter; M. Davy ne désespéra point, et son génie, dans ce travail, se montra peut-être plus admirable que dans tous ceux qui l'avaient précédé.

Ce ne fut point un de ces résultats auxquels on est conduit par une suite d'expériences souvent accumulées fortuitement, plutôt que dirigées par la volonté; ici, le problème était posé: le but connu, et tous les moyens devaient

être conçus d'après les principes généraux de la science, sans rien attendre des autres ni du hasard.

M. Davy commença par analyser le gaz, par fixer les quantités de carbone et d'hydrogène qui le composent, et les proportions dans lesquelles son mélange avec l'air commun détone plus ou moins fortement; il examina ensuite à quel degré de chaleur se fait la combustion et suivant quelles lois elle se propage. Il observa que dans des tubes d'une petite dimension, elle ne se continue point, même au milieu de toutes les autres circonstances qui devraient la produire, parce que la masse de ces tubes refroidit assez les gaz pour la faire cesser. Il en conclut qu'en empêchant l'air de se porter en masse sur la mèche et en l'y faisant arriver par des ouvertures étroites et prolongées, et seulement dans la quantité convenable, pour entretenir la lumière, cet air se trouvât-il momentanément composé dans les proportions les plus favorables à la détonation, la détonation serait impossible. Il fut conduit ainsi à construire une lanterne dont le bas ne communiquait au dehors qu'au travers des intervalles de plusieurs tubes concentriques, et dont la cheminée était garnie en dessus d'un diaphragme percé de petits trous, ou formé d'une gaze métallique. Ce premier essai ne le satisfaisait point encore, mais il lui laissait entrevoir quelque chose de plus parfait. Il soumit ce pouvoir refroidissant des solides à une multitude d'expériences, pour en saisir le juste degré, et découvrit de nombreuses vérités physiques pleines d'intérêt, entre autres la supériorité de chaleur de la flamme, même sur celle d'un métal chauffé à blanc. C'est ainsi qu'il vit un fil de platine rougir dans un mélange dont la combustion était trop lente

pour produire de la flamme, spectacle tout-à-fait surprenant pour qui n'en a pas l'explication. De toutes ces expériences résulta enfin la démonstration que l'on peut tisser une gaze métallique, dont les mailles soient précisément de l'épaisseur convenable pour refroidir l'air enflammé qui la traverserait, au point d'en arrêter la combustion, et qui serait ainsi perméable à l'air et à la lumière, sans l'être à la flamme; ce qui porta l'invention cherchée au degré de simplicité nécessaire aux hommes pour qui on la destinait, et donna par conséquent la solution complète du problème (1).

Une seule enveloppe de cette gaze métallique, toutes les fois qu'on l'emploie avec les précautions prescrites, garantit désormais les mineurs du danger terrible qui menaçait leur vie : l'air susceptible de détoner peut arriver jusqu'à leur lampe sans autre danger que celui de l'éteindre, et même alors, si l'on a suspendu au-dessus de la mèche un fil de platine tourné en spirale, il sera entretenu incandescent par la décomposition du gaz détonant, et éclairera encore le mineur tant qu'il restera un peu d'air respirable.

Employé aujourd'hui dans la plupart des mines, porté par M. Davy lui-même dans celles de Hongrie, cet instrument a déja conservé l'existence d'un grand nombre d'hommes utiles; et ses services auraient été plus grands encore sans l'inertie qui l'a empêché de se répandre dans quelques pays,

---

(1) On the safety lamp for coal miners, with some researches on flame, in-8°. *London*, 1815.

On the fire-damp of coal mines, and on methods of lighting the mine so as to prevent its explosion. *Soc. roy. Lond.* 9 *nov.* 1815. *Phil. trans.* vol. CVI, p. 1^er^. *Ann. de Chimie et de Physique*, tom. 1, p. 136.

ou la négligence que l'on a mise à observer les règles indiquées par son inventeur. Les hommes, dans le cours ordinaire de la vie, semblent si peu occupés de ce qui peut y mettre un terme, que la moindre gêne présente leur pèse plus que le plus grand danger pour peu qu'il paraisse éloigné.

Il semblait que l'on pût désormais commander à M. Davy une découverte comme à d'autres une fourniture. Le cuivre dont on double les vaisseaux s'oxide par l'eau de la mer, et dans une marine nombreuse comme celle de l'Angleterre, son renouvellement occasione une dépense énorme. L'amirauté lui demanda, en 1823, un préservatif, et la réponse ne se fit pas attendre; il lui suffit de rapprocher ses découvertes anciennes pour faire encore celle-ci (1).

Suivant son usage, il chercha d'abord à se rendre un compte précis du phénomène. Le cuivre plongé dans l'eau de mer donnait une poudre d'un vert bleuâtre, sur laquelle se déposait du carbonate de soude, preuve évidente que le sel marin avait été décomposé; mais, d'après sa théorie de l'acide muriatique, cela ne pouvait avoir lieu sans oxigène, et comme aucun hydrogène ne se montrait, ce n'était pas

(1) On the corrosion of copper sheathing by sea water and on methods of preventing this effect. *Soc. roy.* 22 *janv.* 1824. *Philos. trans.* vol. CXIV, p. 1. *Ann. des Mines*, tom. X, p. 149. *Ann. de Chimie et de Physique*, tom. XXVI, p. 84.

Additional experiments and observations on the application of electrical combinations to the preservation of the copper sheathing of ships and to other purposes. *Soc. roy.* 17 *juin* 1824. *Phil. trans.* v. CXIV, p. 242. *Ann. de Chimie et de Physique*, tom. XXIX, p. 187. *Ann. des Mines*, tom. XII, p. 214.

l'eau qui avait fourni cet oxigène, mais l'air atmosphérique qu'elle contient : d'un autre côté, d'après sa théorie de la correspondance des actions chimiques avec l'état électrique des corps, c'était en vertu de son électricité positive relativement aux sels contenus dans l'eau, que le cuivre excitait ce dégagement d'oxigène ; il devait donc suffire, pour arrêter toute l'opération, de rendre la surface du cuivre légèrement négative ; et c'est encore ce que ses expériences sur la pile de Volta lui rendaient facile. Le métal qui, alternant avec le cuivre dans la pile, prendrait le plus fortement l'électricité positive, le fer par exemple, ou mieux encore le zinc, devait produire l'effet désiré. C'est là ce qui eut lieu : un seul grain de zinc, un petit clou de fer, garantit un pied carré de cuivre et davantage ; et des vaisseaux que l'on prépara par sa méthode allèrent en Amérique et en revinrent sans que leur doublage eût éprouvé d'oxidation. Cependant, à l'épreuve, de justes proportions se trouvèrent nécessaires ; une trop grande quantité du métal préservateur rendant le cuivre trop négatif, il s'y déposait une couche terreuse qui provoquait des coquillages et des plantes marines à s'y attacher ; on assure même que, malgré la justesse de la solution du problème considéré sous le rapport purement chimique, cette circonstance imprévue a été telle que l'on s'est cru obligé d'abandonner l'emploi de ce procédé. Peut-être M. Davy eût-il découvert encore le remède de cet inconvénient, si le parti que la jalousie en avait tiré contre lui ne l'eût dégoûté de s'en occuper.

Une cause analogue l'avait arrêté quelques années auparavant dans un travail qui aurait pu procurer de grands trésors à la littérature et à l'histoire.

On sait tout l'intérêt que le prince régent, depuis Georges IV, avait mis au déroulement des manuscrits d'Herculanum, au point d'y entretenir un directeur et plusieurs ouvriers, qui déja en ont déroulé plus de mille colonnes. Tout faisait espérer que la chimie donnerait des moyens de faciliter ce travail, et M. Davy fut envoyé à cet effet à Naples en 1818. Un examen attentif de ces rouleaux, une appréciation exacte de leurs différents états et des causes qui les y avaient mis, lui firent désespérer de trouver une méthode simple de ramollissement (1), mais il indiqua plusieurs moyens d'en mieux détacher les parties et de les étendre plus parfaitement qu'on ne le faisait avant lui : aussi les conservateurs de la collection reçurent-ils ses conseils avec reconnaissance, tant qu'il ne s'agit que de l'opération mécanique; mais un autre savant anglais, versé dans l'étude des manuscrits, M. Elonsley, ayant cherché à déchiffrer ce qui se déroulait, les sentiments changèrent aussitôt, et l'on suscita aux deux compatriotes tant de difficultés qu'ils renoncèrent à leur entreprise. Ce voyage procura néanmoins à M. Davy l'occasion de traiter un autre sujet intéressant pour l'histoire des arts, la nature des couleurs dont se servaient les peintres de l'antiquité: quelques écailles de la chaux des murs de Pompéia ou d'Herculanum lui suffirent pour en faire l'analyse. Il prouva qu'elles étaient à peu près aussi nombreuses que les nôtres, et que plusieurs

(1) Report on the state of the manuscripts of Papyrus found at Herculaneum. *Journal of sciences and the Arts*, *roy. Institution*, tom. VII, p. 154. Some observations and experiments of the Papyri found in the ruins of Herculaneum. *Soc. roy. Lond.* 15 *mai* 1821. *Philos. trans. of London*, vol. CXI, p. 191. *Journal de Physique*, tom. XCIII, p. 401.

semblent même avoir été mieux préparées, puisqu'elles ont résisté à tant de siècles (1).

Ce voyage lui fournit encore de nouvelles observations sur les volcans, mais qui se rapportaient toujours à ses idées précédentes. L'excessive incandescence de la lave au moment où elle jaillit; le bruit qui l'annonce; l'eau, les sels, les exhalaisons dont elle est accompagnée, tout le confirma dans l'idée qu'il avait eue, dès le temps de ses premières expériences sur les alcalis, que la principale cause de ces étonnants phénomènes est l'action de l'eau de la mer sur les métaux des terres ou des alcalis qu'il suppose exister, non encore oxidés dans les profondes entrailles de la terre. Cette supposition se rattachait à un grand ensemble de vues sur l'état primitif du globe et sur les divers changements que sa surface a subis, où il cherchait à lier en un seul système toutes les observations de ces derniers temps qui se rapportent à ce sujet, depuis celles d'Herschell sur les nébuleuses jusqu'à celles des naturalistes les plus récents, sur la nature et la position relative des couches terrestres, et sur les animaux et les végétaux dont elles contiennent les dépouilles (2).

Ce n'étaient point des hypothèses indignes du génie qui avait produit tant de découvertes positives, mais enfin ce

---

(1) Some experiments and observations on the colours used in painting by the ancients. *Soc. roy. Lond.* 23 *feb.* 1815. *Phil. trans.* tom. CV, p. 97. *Ann. de Chimie*, tom. XCXVI, p. 72 et 193. *Bibl. brit.* tom. LIX, p. 226 *et* 336, *et* LX, p. 129.

(2) On the phenomena of volcanoes. *Soc. roy. Lond.* 20 *mars* 1828. *Philos. trans.* tom. CXVIII, p. 241. *Ann. de Chimie et de Physique*, tom. XXXVIII, p. 133. *Bibliot. univ.* tom. XXXIX, p. 121.

n'étaient pas non plus des vérités du premier ordre, et lui-même ne les plaçait pas au même rang. Il ne les a fait entrer que dans un ouvrage où son imagination s'est portée sur bien d'autres matières, et d'une nature bien plus élevée, ses *Consolations en voyage* (1), le dernier écrit qui l'ait occupé, et celui auquel il travaillait pour se distraire dans sa dernière maladie.

Les progrès de l'espèce humaine, le sort qui lui est réservé, celui qui attend chacun de nous, la destination de milliers de globes, dont à peine quelques astronomes aperçoivent une petite partie, y sont le sujet de dialogues où le poète ne brille pas moins que le philosophe, et où, parmi des fictions variées, une grande force de raisonnement s'applique aux questions les plus sérieuses: on aurait dit qu'une fois sorti de son laboratoire il retrouvait ces douces rêveries, ces pensées sublimes qui avaient enchanté sa jeunesse; c'était en quelque sorte l'ouvrage de Platon mourant.

C'est ainsi que, pendant une maladie précédente, il s'était amusé à expliquer, dans une autre suite de dialogues (son *Salmonia*) (2), tout ce que son expérience de pêcheur lui avait appris sur l'histoire naturelle des saumons et des truites; il y a consigné beaucoup d'observations curieuses qui en feront toujours un livre important pour l'ichthyologie.

Cependant, nous devons l'avouer, quelque ingénieux que soient ces écrits, les sciences auront à regretter qu'un génie

---

(1) Consolations in travel, or the last days of a philosopher, in-8°. *London*, 1830.

(2) Salmonia, or days of fly-fishing, in a series of conversations, in-12°. *Lond.* 1823.

de cette force ait eu besoin de ces distractions; mais sa santé l'y obligeait : de bonne heure elle était devenue assez chancelante, et, dans certains moments, l'oubli absolu de toutes ses recherches chimiques pouvait seul donner trève à ses douleurs.

Il n'avait même pas toujours la faculté de se distraire par des ouvrages d'esprit. La pêche, ou quelque autre occupation aussi insignifiante, remplissait forcément une partie de ses journées : en parcourant si rapidement une immense carrière dans les sciences, il avait aussi accéléré la course de sa vie, et il payait ses triomphes précoces par des infirmités venues avant le temps. Un troisième voyage en Italie, un séjour assez long à Florence et à Rome, n'eurent point, sur son état, l'influence qu'il en attendait.

Déja fort affaibli, il désira voir son pays natal. Lady Davy et son frère le D^r^ John Davy, qui était aussi son médecin, lui prodiguèrent pendant la route les soins les plus tendres; les beaux sites qu'il parcourait semblaient par moment lui rendre quelques souvenirs de sa jeunesse, mais ce n'était que les dernières lueurs d'un flambeau qui va s'éteindre. Arrivé à Genève, et sans que rien fît prévoir une fin si prochaine, il expira subitement dans la nuit du 28 au 29 mai 1829.

Ainsi a fini à cinquante ans, sur une terre étrangère, un génie dont le nom brillera avec éclat parmi cette foule si éclatante de noms dont s'enorgueillit la Grande-Bretagne. Mais, que dis-je? pour un tel homme aucune terre n'est étrangère; Genève surtout ne pouvait pas l'être, où, depuis vingt ans, il comptait des amis intimes, des admirateurs sans cesse occupés de répandre ses découvertes sur le con-

tinent : aussi le deuil n'eût pas été plus grand ni les obsèques plus honorables pour un de leurs concitoyens les plus respectés. Les magistrats, l'université entière, élèves et professeurs, tout ce que la ville renfermait d'habitants et d'étrangers, se sont fait un devoir d'y assister; chacun enfin s'empressa de prouver que les sciences sont cosmopolites; et, pour lui donner la plus haute marque d'estime, l'Académie de Genève a accepté une fondation faite en son honneur par M^me^ Davy, en vertu de laquelle il sera décerné, tous les deux ans, un prix à l'expérience chimique la plus neuve et la plus féconde; en sorte que son nom demeurera encore attaché aux vérités qui se découvriront long-temps après lui dans la science où il en a découvert de si importantes.

ÉLOGE HISTORIQUE

DE

LOUIS-NICOLAS VAUQUELIN,

Lu à l'Académie des Sciences, le 26 juillet 1831 (1).

Le juste respect que l'Académie porte à la mémoire de notre illustre confrère, feu M. Vauquelin, m'oblige de reproduire son éloge historique, qui faisait partie de la séance publique de l'année dernière, et devait être lu à la suite de celui de sir Humphry Davy, mais que le temps ne me permit pas de prononcer. Ce qu'en Davy nous avons admiré, cette patience courageuse, qui, de la situation la plus triste l'a conduit à tout ce que la société peut accorder d'honneur à ceux qui l'éclairent, n'est pas moins admirable en M. Vauquelin, parti de plus loin encore que M. Davy, car ses parents étaient encore plus pauvres, et il n'avait pas à sa portée autant d'occasions de s'instruire.

Louis-Nicolas Vauquelin naquit le 16 mai 1763, dans une chaumière du village de Saint-André d'Hebertat, à une lieue et demie de Pont-l'Evêque (Calvados), et l'on se fera une idée de l'état de sa famille lorsqu'on saura que sa mère, en l'envoyant à l'école et voulant l'exciter à l'étude, lui offrait, comme objet d'émulation, les beaux habits de mes-

(1) Imprimé pour la première fois en janvier 1833.

sieurs du château : c'était de la livrée qu'elle voulait parler. Son bon naturel l'excitant encore mieux, il sut en peu de temps tout ce qu'on pouvait apprendre dans une école de village; provision plus que légère avec laquelle cependant, à treize ou quatorze ans, il se hasarda dans le monde, et alla chercher fortune à Rouen. Un apothicaire de cette ville, à qui sa figure agréa, le prit pour garçon de laboratoire,ce qui veut dire qu'il lui faisait souffler son feu et laver des cornues; condition à peine supérieure à celle qu'il avait d'abord enviée, et où certainement il n'était pas aussi bien vêtu.

Mais cet apothicaire donnait des leçons de chimie à quelques apprentis : le jeune campagnard, humblement debout derrière les bancs, écoutait avec émotion. Les opérations dont il avait été le témoin et le très-subalterne collaborateur avaient d'abord frappé son esprit; maintenant il les voyait avec étonnement se lier par une théorie, former un ensemble; il se mit à prendre des notes qu'il relisait ensuite, et sur lesquelles il faisait à son tour ses réflexions, éprouvant dès lors, dans sa position malheureuse, la plus sûre des consolations accordées à l'homme, celle de l'étude. Un jour son maître le surprit à ce travail, et, ce qui aurait intéressé toute ame généreuse, ne fit naître en lui que de la colère; il arrache le cahier à ce pauvre enfant, le déchire, et lui défend de recommencer sous peine d'être renvoyé. M. Vauquelin a dit souvent que jamais il n'avait éprouvé une aussi vive douleur; il versa des larmes amères, et, ne pouvant plus supporter la vue de cet homme injuste, il vint à pied à Paris, avec son petit paquet sur le dos, et dans sa poche six francs qu'une personne charitable lui avait avancés.

Deux pharmaciens l'employèrent successivement, mais sentirent si peu ce qu'il pouvait valoir, qu'étant tombé malade, l'Hôtel-Dieu (et l'Hôtel-Dieu de ce temps-là!) fut son seul asile; et, lorsqu'après en être sorti il voulut chercher quelque nouvel emploi, sa pâleur et sa faiblesse le firent partout rebuter.

Sans ressources, sans savoir comment il vivrait le lendemain, il marchait au hasard le long de la rue Saint-Denis, pleurant à chaudes larmes et prêt à se livrer au désespoir; enfin il tente encore un essai, et cette fois il rencontre quelque sensibilité. Un pharmacien nommé Cheradame (car il est juste de conserver le nom de celui à qui son humanité procura la bonne fortune de conserver un Vauquelin); M. Cheradame, dis-je, touché de sa triste position, le recueillit et le traita comme un homme doit être traité. Avec le courage renaquit son ardeur pour apprendre; ce qu'autrefois il avait écrit dans ces cahiers déchirés par son maître de Rouen ne s'était point effacé de sa mémoire; il y rattachait les phénomènes dont chaque jour son état le rendait témoin, et même, lorsqu'il trouvait quelques matériaux à sa disposition, il s'essayait à faire des expériences. On le surprenait quelquefois comme en extase devant des précipitations qu'il venait d'opérer : il était déja chimiste presque avant de savoir au juste ce que c'était que la chimie. Mais la chimie ne l'occupait pas seule; il avait senti la nécessité de savoir le latin pour continuer ses études, et pour cet effet il imagina d'arracher les feuilles d'un vieux dictionnaire, et, dans la rue, lorsqu'il portait des remèdes ou faisait d'autres commissions, il en tenait toujours quelqu'une à la main, et s'opiniâtrait à la relire jusqu'à ce qu'il en eût appris tous les mots par cœur. Il suivait

aussi les jeunes élèves en pharmacie dans leurs herborisations, se mêlait à eux, et les étonnait par sa facilité à retenir les noms des plantes et même leurs caractères.

Tant d'application, et des succès réellement très-rapides pour un écolier si mal préparé, faisaient souvent le sujet des conversations de M. Cheradame. Il en parla à notre célèbre confrère feu M. Fourcroy, son parent, qui, opprimé aussi dans sa jeunesse par la pauvreté, devait naturellement compatir au sort d'un jeune homme dont la position avait tant de rapport avec la sienne. Des offres modestes, les seules que, dans ce temps-là, il fût en état de faire, furent acceptées avec joie, et dès lors il s'ouvrit pour M. Vauquelin une carrière aussi brillante qu'auparavant il en avait eu une triste et sans espoir. Devenu par degrés l'aide, l'élève de Fourcroy, le compagnon assidu de tous ses travaux, enfin son ami intime, leurs deux noms sont unis pour un si grand nombre de mémoires, d'expériences et de découvertes, qu'ils demeureront inséparables dans l'histoire des sciences; et, ce qui peut-être est plus remarquable encore, ce qui fait à l'un et à l'autre un honneur égal, c'est que, pendant plus de vingt-cinq ans aucune humeur, aucune vivacité n'ait, je ne dis dis pas altéré, mais refroidi un instant ce dévouement mutuel, dont les effets se sont même prolongés long-temps après la mort de Fourcroy.

Dès le premier moment, M. Fourcroy ne négligea rien pour compléter l'éducation de son élève; il devint son précepteur, et il avait presque tout encore à lui apprendre. A mesure qu'il lui faisait connaître les bons auteurs anciens et modernes, qu'il lui formait le langage et le style, il l'introduisait dans le monde et le présentait aux hommes occu-

pés des sciences. Il le fit admettre dans cette société qui avait entrepris la réforme de la théorie de la chimie, et même de son langage. Enfin il concourut de tout son pouvoir à le faire entrer à l'Académie des Sciences.

Le crédit que les événements politiques lui donnèrent fut sans cesse employé à améliorer la position de M. Vauquelin: les nominations d'inspecteur des mines, de professeur à l'École des mines et à l'École polytechnique, d'essayeur des matières d'or et d'argent, furent les effets de son influence; et lors même que la réputation d'un pareil élève aurait déja pu lui rendre la protection de son maître moins nécessaire, ce maître ne cessa point de saisir toutes les occasions d'avancer sa fortune. C'est ainsi qu'on vit M. Vauquelin porté à la chaire de chimie du Collége de France, à une place dans le conseil des arts et du commerce, qu'il fut nommé l'un des commissaires chargés de la préparation de la loi sur la pharmacie, et l'un des examinateurs de l'École polytechnique, qu'enfin il devint le collègue de Fourcroy lui-même au Muséum d'Histoire naturelle.

Sans doute, dans ces promotions, le directeur général de l'instruction publique était secondé par le vœu de tous les admirateurs des travaux de M. Vauquelin, généralement touchés de la douceur de son caractère; mais, s'il n'eût pas également été dirigé par ses sentiments personnels, combien d'autres usages n'aurait-il pas eu le droit de faire de son pouvoir sans que personne pût l'en blâmer? Aussi la reconnaissance de M. Vauquelin fut-elle toujours entière et sans réserve. Aucune recherche demandée par Fourcroy ne le rebutait; aucun partage de gloire, même lorsque la part dans le travail n'était pas égale, ne lui semblait injuste. Ce

n'était pas toujours Fourcroy qui avait fait les expériences, mais c'était lui qui avait formé l'expérimentateur; tout lui appartenait, et tout ce qui tenait à ce bienfaiteur appartenait aussi à Vauquelin. Long-temps après la mort de Foucroy, il a eu soin de ses sœurs, pauvres, âgées et malades, comme il aurait fait de sa propre mère. Il a renoncé pour elles au plaisir d'avoir lui-même une famille, et elles sont mortes dans sa maison, au milieu des attentions les plus tendres et les plus empressées.

D'après ce qui vient d'être dit ici, on sent qu'une grande partie de l'éloge de M. Vauquelin doit être celui de M. Fourcroy (1); et, en effet, nous y avons parlé de leur grande expérience sur la *composition de l'eau par la combustion du gaz hydrogène* (2); de leurs immenses travaux communs sur *l'urée* (3), sur les différentes espèces de *calculs* (4) et de *concrétions animales et végétales* (5); de leur *analyse des os* (6); de leurs *recherches sur les combinaisons de l'acide sulfureux* (7), *sur la strontiane* (8), *sur les métaux unis au*

(1) Mém. de l'Institut, vol. XI, p. 97. Cuv. El. hist., v. II, p. 3.

(2) Ann. de Chimie, t. VIII, p. 230, et t. IX, p. 30.

(3) Mém. de l'Institut, v. II, p. 431, v. IV, p. 363 et 402. Ann. de Chim., t. XXXI, p. 48, et XXXII, p. 30 et 113. Ann. du Mus., t. II, p. 226.

(4) Mém. de l'Institut, v. IV, p. 112. Ann. de Chim., t. XXXII, p. 213.

(5) Ann. du Mus., t. IV, p. 329.

(6) Bulletin de la Soc. Philom., 1803, p. 261. Ann. du Mus., t. XII, p. 136, et t. XIII, p. 267. Journ. de Phys., t. LXX, p. 135. Ann. de Chim., t. LXXII, p. 252.

(7) Ann. de Chim., t. XXIV, p. 229.

(8) Mém. de l'Institut, v. II, p. 57 et 183. Ann. de Chim., t. XXI, p. 276.

platine (1); *sur l'arragonite* (2), sur un grand nombre de substances des trois règnes; enfin, des nombreuses expériences par lesquelles ils ont cherché à consolider les bases de la nouvelle théorie chimique; nous en avons parlé, dis-je, de manière à nous dispenser d'y revenir en ce moment.

Dans ces écrits, au nombre de plus de soixante, on reconnaît à la fois les vues étendues de Fourcroy, ce désir de tout essayer, de tout connaître, qui formait un des caractères de son esprit, et le sang-froid, l'activité calme mais soutenue et toujours ingénieuse, par laquelle M. Vauquelin l'aidait à arriver à son but.

Mais quand on ne ferait aucune part à ce dernier dans ces ouvrages communs, le rang qu'il doit occuper parmi les chimistes ne serait pas beaucoup changé; ceux auxquels il a travaillé seul, et qui ne portent que son nom, suffiraient amplement pour lui en assigner un des plus distingués. Leur nombre même a déja quelque chose de surprenant. Nous nous sommes assurés qu'il en existe plus de cent quatre-vingts tant sur la chimie proprement dite que sur les matières des sciences naturelles sur lesquelles la chimie peut porter quelques lumières.

Dès 1791, il en paraît dans les *Annales de chimie*; à partir de cette époque, il n'est point publié à Paris de recueil périodique consacré aux sciences qui n'en contienne plusieurs chaque année; personne n'a mieux montré ce que

---

(1) Mém. de l'Institut, v. VI, p. 365, 588 et 593. Ann. du Mus., t. III, p. 149, et t. IV, p. 77, et t. VII, p. 401. Ann. de Chim., t. XLIX, p. 188 et 219, et t. L, p. 5.

(2) Ann. du Mus., t. IV, p. 405.

peut faire l'homme qui se dévoue tout entier à une science, qui lui donne tout son temps, toutes ses facultés.

Tel a paru M. Vauquelin à tous ceux qui en ont approché. Il était tout chimiste, chimiste chaque jour de sa vie, et pendant la durée de chaque jour; toute recherche, tout examen lui convenait, pourvu qu'il eût quelque rapport à la chimie. On ne pouvait lui faire plus de plaisir que de lui demander en ce genre quelque nouveau travail. De lui-même il se proposait rarement de ces problèmes élevés qui peuvent influer sur les grandes doctrines des sciences; c'était en quelque sorte pour analyser qu'il analysait : sels, pierres, minéraux, produit des plantes ou des animaux, tout ce qui se prêtait à l'analyse, il en faisait son dévolu. Ses résultats, quels qu'ils fussent, il les imprimait à mesure, sans trop s'inquiéter des conséquences; mais comme tout se lie dans la nature, il n'en est presque aucun, tout isolé qu'il parût d'abord, qui n'ait conduit à perfectionner quelque procédé des arts, à compléter quelque théorie, à rectifier quelques opinions reçues, ou même à découvrir quelque vérité plus générale. C'est ainsi qu'il a répandu sur la minéralogie et la métallurgie, sur la physique végétale et animale, sur la matière médicale et la pharmacie, des lumières abondantes et inattendues.

En chimie animale, par exemple, les expériences qu'il présenta en 1791 à l'Académie, lors de sa candidature, prouvèrent que la *respiration des insectes et des autres animaux à sang blanc* (1) est de la même nature, et produit sur l'air

(1) Ann. de Chim., t. XII, p. 273. Bulletin de la Soc. Philom., 1792, p. 23.

atmosphérique les mêmes effets que celle des animaux supérieurs.

Plus tard, *l'examen* comparatif qu'il fit de la *coquille de l'œuf* (1), *des excréments de la poule et de la substance dont elle se nourrit*, concourut puissamment (2) à renverser les hypothèses qui faisaient créer la pierre calcaire par les forces vitales des animaux. M. Brande avait prouvé que le sang ne tire sa couleur d'aucune combinaison du fer, mais d'un principe animal particulier (3); M. Vauquelin a montré la méthode la plus directe d'obtenir séparément ce principe (4).

L'analyse des cheveux et des principes très-compliqués qui entrent dans leur composition, et qui occasionent leurs diverses couleurs, c'est encore à lui que la physiologie la doit (5).

Elle lui doit une *analyse du chyle*, où il reconnut déja une partie des principes à l'entretien desquels ce liquide doit servir dans le corps animé (6).

Les *rapports* singuliers de composition qu'il a découverts avec Fourcroy *entre le sperme des animaux* et *la poussière fécondante* des végétaux ont donné lieu à des considérations

---

(1) Ann. du Mus., t. XVIII, p. 164. Ann. de Chim., t. LXXXI, p. 304.

(2) Ann. de Chim., t. XXIX, p. 3. Bulletin de la Soc. Philom., 1798, p. 164.

(3) *Chemical researches on the blood and some other animal fluids.* Philos. trans., *of London*, t. CII, p. 90.

(4) Ann. de Chim. et de Phys., t. I, p. 9.

(5) Mém. de l'Institut, v. VIII, p. 214. Ann. de Chim., t. LVIII, p. 41.

(6) Ann. du Mus., t. XVIII, p. 240. Ann. de Chim., t. LXXXI, p. 113.

qui ne sont pas sans intérêt (1); nous en dirons autant de ses *recherches sur le mucus animal* (2).

Parmi ses grands travaux sur *l'urée* et sur les *calculs*, dont nous avons parlé dans l'éloge de Fourcroy, M. Vauquelin rencontra un fait très-remarquable et qui lui est propre, c'est que l'acide du benjoin, ce produit d'un arbre étranger, existe tout formé dans l'urine des quadrupèdes herbivores de notre pays. Voilà des intestins, une circulation des reins employés, dans un animal, à combiner les éléments gazeux, dans le même ordre, dans la même proportion que les racines, le tronc et les fruits d'un arbre.

Lorsqu'il dut pour la forme, à l'époque de sa nomination à la faculté, se faire recevoir docteur en médecine, il choisit pour sujet de sa thèse *l'analyse* de la substance qui, dans l'économie animale, sert d'instrument aux fonctions les plus mystérieuses, celle qui compose le *cerveau*, la *moelle de l'épine* et *les nerfs* (3). Il ne s'attendait pas, sans doute, à découvrir comment ces fonctions s'opèrent; et, en effet, à cet égard, la chimie, ni l'anatomie ne nous enseigneront jamais rien; mais il n'était point inutile de rechercher ce qu'elle a de propre, de constater ses différences dans les différentes parties du système, et ses ressemblances dans les

---

(1) Journal de Phys., t. XXXIX, p. 38. Ann. de Chim., t. IX, p. 64, et t. LXIV, p. 5. Ann. du Mus., t. V, p. 417, et t. X, p. 169. Mém. de l'Institut, v. VIII, p. 42.

(2) Mém. de l'Institut, v. IX, p. 236. Ann. du Mus., t. XII, p. 61. Ann. de Chim., t. LXVII, p. 26.

(3) Ann. du Mus., t. XVIII, p. 212. Ann. de Chim., t. LXXXI, p. 37.

divers genres d'animaux. C'est ce que M. Vauquelin nous fait parfaitement connaître.

La chimie végétale lui est plus redevable encore. Les sèves (1), les sucs propres de plusieurs arbres (2), les remèdes les plus usités que la pharmacie tire du règne végétal (3); les différentes farines (4) et autres substances alimentaires fournies par ce même règne; plusieurs de celles que les arts en obtiennent, ont été soumises à son analyse (5). Ses examens chimiques de la *casse* (6), du *tamarin* (7), de l'*ellébore* (8), de la *belladone* (9), des *quinquina* (10), des diverses

---

(1) Journal de la Soc. des Pharm., 1797, p. 46, et 1799, p. 338. Ann. de Chim., t. XXXI, p. 20. Journ. de Phys., t. XLIX, p. 38.

(2) Mém. de l'Institut, t. VII, p. 50, t. VIII, p. 154. Ann. de Chim., t. XLIII, p. 267, t. XLIX, p. 295, t. LIV, p. 312, et t. LVII, p. 88. Ann. du Mus., t. IX, p. 301.

(3) Bulletin de la Soc. Philom., 1793, p. 44. Ann. de Chim., t. LXXII, p. 191, t. LXXX, p. 314 et 318. Ann. de Chim. et de Phys., t. III, p. 337. Mém. du Mus., t. III, p. 198. Journal de Pharmacie, t. I, p. 481; t. III, p. 164, t. IV, p. 93.

(4) Journal de Pharmacie, t. III, p. 315 et 481, t. VIII, p. 353. Mém. du Mus., t. III, p. 229 et 241. Journ. de Phys., t. LXXXV, p. 113 et 124. Ann. de Chim., t. LXXXV, p. 5.

(5) Ann. du Mus., t. XIV, p. 21. Mém. du Mus., t. II, p. 432, t. VI, p. 145. Ann. de Chim., t. LXXI, p. 139.

(6) Ann. de Chim., t. VI, p. 275.

(7) *Ibid.*, t. V, p. 92.

(8) Ann. du Mus., t. VIII, p. 80.

(9) Ann. de Chim., t. LXXII, p. 53.

(10) *Ibid.*, t. LIX, p. 113.

soudes(1), des diverses *daphnés* (2), de plusieurs *solanums* (3), de l'*ipécacuhana* (4), sont des modèles de patience et de sagacité ; et cependant les alcalis d'espèces singulières qui forment les principes actifs d'un grand nombre de ces médicaments la *morphine* découverte par M. Sertüner, la *quinine*, plus importante encore, due à MM. Pelletier et Caventou, et d'autres encore ont échappé à sa laborieuse investigation : tant il est vrai que l'assiduité la plus entière, la plus grande sagacité, ne suffisent pas toujours pour arriver à la vérité si le hasard ne la seconde !

Mais c'est surtout dans le règne minéral que les travaux de M. Vauquelin ont donné les résultats les plus importants pour la science. Il travaillait, sur l'invitation du conseil des mines, et avec le secours d'habiles élèves que cette administration lui avait donnés, à l'analyse chimique des minéraux, en même temps que M. Haüy s'occupait de leur structure cristalline et de leurs autres propriétés physiques, pour le grand *traité de Minéralogie* que le même conseil lui avait demandé. Dans cette occasion M. Vauquelin s'associa presque à M. Haüy comme auparavant à M. Fourcroy, et son nom paraît aussi souvent dans les pages de ce livre immortel que ceux des Klaproth, des Bergmann, et des autres analystes les plus renommés.

---

(1) Ann. de Chim., t. XVIII, p. 65. Ann. du Mus., t. XIII, p. 7.

(2) Ann. du Mus., t. XIX, p. 177. Ann. de Chim., t. LXXXIV, p. 172. Journal de Pharm., t. X, p. 419.

(3) Mém. du Mus., t. XII, p. 198.

(4) Ann. de Chim. et de Phys., t. XXXVIII, p. 155. Journ. de Pharm., t. XIV, p. 304.

C'est même par ses travaux que l'harmonie de la cristallisation avec la composition a été le mieux démontrée. Souvent l'identité de composition qu'il découvrait entre des corps de figure en apparence différente, engageait Haüy à les étudier de nouveau, et faisait reconnaître des analogies de structure qui lui avaient échappé; plus souvent encore une ressemblance, ou une différence, découvertes dans la structure, se trouvaient confirmées par des rapports ou des différences dans l'analyse. Cela parut surtout lors de la découverte que fit M. Vauquelin, de la terre nommée *glucine*; car il est, après Klaproth, un des premiers qui aient eu l'honneur de découvrir de nouvelles substances élémentaires. Le nom de cette terre nouvelle exprime la saveur sucrée des sels qu'elle forme avec les acides. Notre chimiste l'obtint du *béril* ou *aigue marine* (1), genre de pierre dont la cristallisation est la même que celle de l'émeraude; il ne l'avait pas d'abord remarquée dans cette dernière, sans doute à cause de la petite quantité qu'il en avait soumise à l'analyse; mais, sur la demande d'Haüy, il en renouvela l'examen, et la glucine, s'y étant trouvée, devint un sujet de triomphe pour la cristallographie.

Une découverte encore plus brillante fut celle du métal à qui les belles couleurs qu'il prend dans les différents degrés d'oxigénation, et celles qu'il donne aux minéraux dont il est un des composants, firent imposer le nom de *chrôme*. La vive écarlate du *plomb rouge* de Sibérie, le rose du *rubis spinelle*, le vert si pur de l'émeraude, sont dus à l'acide et à

(1) Journal des Mines, t. VIII, p. 553. Ann. de Chim., t. XXVI, p. 155 et 170.

l'oxide de ce métal (1). On en fabrique un jaune-orangé, l'une des couleurs les plus nettes et les plus durables que les peintres puissent employer, et un émail vert, le seul vert pur et profond qui se laisse appliquer à la porcelaine dure. M. Laugier l'a retrouvé jusque dans les pierres tombées de l'atmosphère.

Feu M. Delille, à qui l'on venait d'expliquer la propriété singulière de ce nouveau métal, inspiré par ces phénomènes remarquables, fit presque sur-le-champ les beaux vers où il les exprime avec un rare bonheur :

« Peintre des minéraux, de nos plus belles fleurs
« Il distribue entre eux les brillantes couleurs ;
« L'émeraude par lui d'un beau vert se colore;
« Il transmet au rubis la pourpre de l'aurore ;
« Quelquefois du plomb vil fidèle associé,
« Teint d'un vif incarnat son obscur allié ;
« Tantôt rival heureux des couleurs japonaises,
« Avant qu'elle ait de Sèvre enduré les fournaises,
« Il peint la porcelaine, et lui prête à nos yeux
« Ces fonds verts et brillants qui résistent aux feux.
« Notre siècle en est fier, et, par un juste hommage,
« Un jour de Vauquelin y gravera l'image. »

(*Les Trois Règnes.* — CHANT V.)

Ce que Delille n'a pas dit, mais ce dont les amis des lettres ne peuvent guère douter, c'est que ces vers seront pour notre confrère un monument plus durable que toutes les images de quelque métal qu'elles soient. Pour lui, les monuments l'occupaient peu ; un fait nouveau de chimie l'intéressait plus

(1) Journal de la Soc. des Pharm., 1798, p. 174.

que l'opinion de la postérité, et je ne sais s'il a jamais lu les vers que je viens de rappeler.

Rien en effet ne pouvait être plus simple que son genre de vie; personne n'était plus étranger aux affaires de ce monde. Arrivé sans efforts de sa part, et toujours par l'impulsion d'autrui, d'un état voisin de l'indigence à une fortune très-considérable, et qui augmentait d'autant plus rapidement qu'il ne connaissait aucun besoin personnel; porté même, après la mort de Fourcroy, à la chaire que son protecteur laissait vacante à la faculté de médecine, et cela par un hommage spontané de tous les candidats qui renoncèrent unanimement à concourir avec lui; décoré successivement, et sans aucune demande de sa part, de toutes les marques d'honneur compatibles avec sa position sociale, il ne s'était jamais douté de la nécessité de cultiver les hommes en place ou leurs familiers subalternes, pour s'avancer et se maintenir, lorsqu'à près de soixante ans, il se vit troublé dans cette paisible existence et de la manière la plus imprévue. En 1824, quelque tumulte d'écoliers engagea l'université à prendre envers la faculté de médecine une mesure qu'un si mince prétexte ne semblait point motiver. Elle fut cassée et recomposée, et les noms de Vauquelin, de Jussieu, de Pinel et de Dubois furent du nombre de ceux que l'on oublia de replacer sur la liste; oubli doublement étrange, car ce n'était pas seulement des hommes dont la haute célébrité avait puissament concouru à celle de l'école, mais des hommes dont le genre de vie était plus particulièrement caractérisé par un grand éloignement pour ce qui pouvait ressembler le moins du monde à de la turbulence.

C'est ainsi que trop souvent les hommes les plus purs

agissent contre leurs propres intentions, lorsqu'ils se laissent conduire dans le détail des affaires par ceux dont ils ne démêlent pas les interêts cachés. Le peu d'importance de cette perte, sous le rapport de la fortune, et le nom de ceux qui la supportaient avec lui, pouvaient sans doute rendre M. Vauquelin assez indifférent sur une disgrace aussi peu méritée; le public, le gouvernement même, après avoir reconnu son erreur, semblèrent à l'envi s'efforcer de lui offrir des réparations. Il eut une preuve marquée de l'estime des habitants du département qui l'avaient vu naître, dans sa nomination à la chambre des députés; mais rien ne le consolait d'avoir été expulsé de la chaire que son maître, son ami, l'homme à qui il devait tout, lui avait en quelque sorte léguée, et qu'il regardait comme son plus beau titre.

Dès lors une tristesse sensible s'empara de lui; il fit plus tard de grandes maladies, et ne retrouva plus la force de s'en relever. Ses entrailles furent affectées d'une manière permanente. Quelque séjour dans son pays natal, en 1829, sembla lui rendre un peu d'énergie; mais une course à cheval trop prolongée et par un mauvais temps, ensuite quelques écarts dans le régime, lui causèrent des rechutes auxquelles les soins les plus empressés de ses amis, accourus de Caen et de Paris, ne purent apporter aucun soulagement. Il mourut dans la nuit du 14 au 15 octobre 1829, au château d'Hébertat, où le propriétaire, M. Duhamel, s'était empressé de lui offrir un logement dès qu'il avait su que son état empirait, et de lui prodiguer toutes les attentions que pouvaient dicter une estime profonde et la bienveillance la plus délicate.

Il était impossible de ne pas éprouver ce sentiment pour

cette alliance de la science et de la modestie qui caractérisait M. Vauquelin. Riche, considéré, entouré d'élèves dévoués, célèbre dans tous les pays où l'on cultive les sciences, il n'avait rien changé dans les habitudes de sa jeunesse. Chaque année il retournait à son village, où il possédait maintenant de grandes propriétés.

Il y renouvelait amitié avec les paysans qui avaient été ses camarades de jeux et de travail; il y retrouvait surtout sa vieille mère, filant comme au temps où elle n'avait à elle que sa pauvre chaumière; il la promenait dans la campagne, la conduisait avec lui dans ses visites, et ne se laissait point inviter sans elle, quels que fussent le rang et l'opulence de ceux qui l'invitaient.

A Paris, sa vie n'était guère moins simple; il la partageait entre son laboratoire et quelques amis qui, encore, pour la plupart, étaient aussi ses compagnons de laboratoire: sa douceur, son beau regard, des idées fines et quelquefois plaisantes, mais toujours présentées avec réserve, donnaient à sa conversation un caractère tout particulier. Son langage était le même dans cet humble cercle et dans la société des personnages les plus élevés, et il ne faisait pas plus de façon avec le dominateur de l'Europe, qui voulait le voir quelquefois, qu'avec le moindre des pharmaciens qui suivaient ses cours.

Un jour que le premier consul avait reçu une lettre toute blanche, et que ses familiers en étaient effrayés, les uns supposant qu'il y avait quelque écriture en encre sympathique, d'autres allant même jusqu'à soupçonner une tentative criminelle, M. Vauquelin appelé, après avoir bien examiné le papier, se rappelant tout d'un coup la date du jour, s'écrie:

« *Eh mon Dieu!* c'est tout simplement un poisson d'avril! » Il n'y eut que lui, même dans ces commencements, qui osât croire que l'on pût se jouer ainsi de la toute-puissance.

Sans doute si on le compare au génie extraordinaire dont j'ai raconté la vie au commencement de cette séance, on ne peut pas dire que M. Vauquelin, malgré ses innombrables recherches, malgré les découvertes intéressantes et singulières dont il a enrichi les sciences, puisse être égalé à M. Davy. Toutefois, les sciences ne lui devront peut-être pas une reconnaissance moins durable. Celui-ci a plané comme un aigle sur la vaste étendue de la physique et de la chimie; il a fait luire de haut sur l'une et l'autre un jour éclatant, leurs doctrines à sa vue ont dû se disposer dans un ordre tout nouveau. Vauquelin, plus modeste, a porté la lumière sur leurs détails les plus cachés; il l'a fait pénétrer dans leurs recoins les plus obscurs. Si le nom de l'un est écrit en tête de tous les chapitres, celui de l'autre paraîtra dans tous les paragraphes. Le génie du premier a créé de brillantes théories; la sagacité du second a fait connaître une multitude de faits particuliers; mais on sait que le microscope n'a pas été moins fécond en merveilles que le télescope, et l'histoire de la science, celle de M. Davy en particulier, nous apprend que les théories passent rapidement, mais que les faits bien constatés demeurent éternels.

ÉLOGE HISTORIQUE

D'ALEXANDRE VOLTA,

PAR M. ARAGO,

SECRÉTAIRE PERPÉTUEL DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES,

(Lu à la séance publique du 26 juillet 1831.)

MESSIEURS,

L'ambre jaune, lorsqu'il a été frotté, attire vivement les corps légers, tels que des barbes de plumes, des brins de paille, de la sciure de bois. Théophraste, parmi les Grecs, Pline, chez les Romains, citèrent déja cette propriété, mais sans paraître y attacher plus d'importance qu'à un simple accident de forme ou de couleur. Ils ne se doutèrent pas qu'ils venaient de toucher au premier anneau d'une longue chaîne de découvertes; ils méconnurent l'importance d'une observation qui, plus tard, devait fournir des moyens assurés de désarmer les nuées orageuses, de conduire, dans les entrailles de la terre, sans danger et même sans explosion, la foudre que ces nuées recèlent.

Le nom grec de l'ambre, *électron*, a conduit au mot électricité, par lequel on désigna d'abord la puissance attractive des corps frottés. Ce même mot s'applique maintenant à

une grande variété d'effets, à tous les détails d'une brillante science.

L'électricité était restée long-temps, dans les mains des physiciens, le résultat presque exclusif de combinaisons compliquées que les phénomènes naturels présentaient rarement réunies. L'homme de génie, dont je dois aujourd'hui analyser les travaux, s'élança le premier hors de ces étroites limites. Avec le secours de quelques appareils microscopiques, il vit, il trouva l'électricité partout, dans la combustion, dans l'évaporation, dans le simple attouchement de deux corps dissemblables. Il assigna ainsi à cet agent puissant un rôle immense qui, dans les phénomènes terrestres, le cède à peine à celui de la pesanteur.

La filiation de ces importantes découvertes m'a semblé devoir être tracée avec quelques développements. J'ai cru qu'à une époque où le besoin de connaissances positives est si généralement senti, les éloges académiques pourraient devenir des chapitres anticipés d'une histoire générale des sciences. Au reste, c'est ici de ma part un simple essai sur lequel j'appelle franchement la critique sévère et éclairée du public.

Alexandre Volta, l'un des huit associés étrangers de l'Académie des Sciences, naquit à Come, dans le Milanez, le 18 février 1745, de Philippe Volta et de Madeleine de Conti Inzaghi. Il fit ses premières études sous la surveillance paternelle, dans l'école publique de sa ville natale. D'heureuses dispositions, une application soutenue, un grand esprit d'ordre, le placèrent bientôt à la tête de ses condisciples.

A dix-huit ans, le studieux écolier était déja en commerce de lettres avec Nollet, sur les questions les plus délicates de la

physique. A dix-neuf ans, il composa un poëme latin, qui n'a pas encore vu le jour, et dans lequel il décrivait les phénomènes découverts par les plus célèbres expérimentateurs du temps. On a dit qu'alors la vocation de Volta était encore incertaine ; pour moi, je ne saurais en convenir : un jeune homme ne doit guère tarder à changer son art poétique contre une cornue, dès qu'il a eu la singulière pensée de choisir la chimie pour sujet de ses compositions littéraires. Si l'on excepte en effet quelques vers destinés à célébrer le voyage de Saussure au sommet du Mont-Blanc, nous ne trouverons plus dans la longue carrière de l'illustre physicien que des travaux consacrés à l'étude de la nature.

Volta eut la hardiesse, à l'âge de vingt-quatre ans, d'aborder, dans son premier Mémoire, la question si délicate de la bouteille de Leyde. Cet appareil avait été découvert en 1746. La singularité de ses effets aurait amplement suffi pour justifier la curiosité qu'il excita dans toute l'Europe ; mais cette curiosité fut due aussi, en grande partie, à la folle exagération de Muschembroëk ; à l'inexplicable frayeur qu'éprouva ce physicien en recevant une faible décharge, à laquelle, disait-il emphatiquement, il ne s'exposerait pas de nouveau pour le plus beau royaume de l'univers. Au surplus, les nombreuses théories dont la bouteille devint successivement l'objet, mériteraient peu d'être recueillies aujourd'hui. C'est à Franklin qu'est dû l'honneur d'avoir éclairci cet important problème, et le travail de Volta, il faut le reconnaître, semble avoir peu ajouté à celui de l'illustre philosophe américain.

Le second Mémoire du physicien de Come parut dans l'année 1771. Ici on ne trouve déja presque plus aucune idée

systématique. L'observation de l'auteur est le guide seul dans les recherches qu'il entreprend pour déterminer la nature de l'électricité des corps recouverts de tel ou tel autre enduit; pour assigner les circonstances de température, de couleur, d'élasticité, qui font varier le phénomène; pour étudier soit l'électricité produite par frottement, par percussion, par pression; soit celle qu'on engendre à l'aide de la lime ou du racloir; soit enfin les propriétés d'une nouvelle espèce de machine électrique dans laquelle le plateau mobile et les supports isolants étaient de bois desséché.

De ce côté-ci des Alpes, les deux premiers Mémoires de Volta furent à peine lus. En Italie, ils produisirent au contraire une assez vive sensation. L'autorité, dont les prédilections sont si généralement malencontreuses partout où dans son amour aveugle pour le pouvoir absolu elle refuse jusqu'au modeste droit de présentation à des juges compétents, s'empressa elle-même d'encourager le jeune expérimentateur. Elle le nomma régent de l'École royale de Come, et bientôt après professeur de physique.

Les missionnaires de Pékin, dans l'année 1755, communiquèrent aux savants de l'Europe un fait important que le hasard leur avait présenté, concernant l'électricité par influence qui, sur certains corps, se montre ou disparaît suivant que ces corps sont séparés ou en contact immédiat. Ce fait donna naissance à d'intéressantes recherches d'AEpinus, de Wilcke, de Cigna et de Beccaria. Volta à son tour en fit l'objet d'une étude toute particulière. Il y trouva le germe de l'*électrophore perpétuel*, instrument admirable, qui, même sous le plus petit volume, est une source intarissable du fluide électrique, où, sans avoir besoin d'engendrer aucune espèce de frotte-

ment, et quelles que soient les circonstances atmosphériques, le physicien peut aller sans cesse puiser des charges d'égale force.

Au Mémoire sur l'Électrophore succéda, en 1778, un autre travail très-important. Déja on avait reconnu qu'un corps donné, vide ou plein, a la même capacité électrique, pourvu que la surface reste constante. Une observation de Lemonnier indiquait, de plus, qu'à égalité de surface, la forme du corps n'est pas sans influence. C'est Volta, toutefois, qui, le premier, établit ce principe sur une base solide. Ses expériences montrèrent que, de deux cylindres de même surface, le plus long reçoit la plus forte charge, de manière que partout où le local le permet, il y a un immense avantage à substituer aux larges conducteurs des machines ordinaires, un système de très-petits cylindres, quoiqu'en masse ceux-ci ne forment pas un volume plus grand. En combinant, par exemple, 16 files de minces bâtons argentés de 1000 pieds de longueur chacune, on aurait, suivant Volta, une machine dont les étincelles, véritablement fulminantes, tueraient les plus gros animaux.

Il n'est pas une seule des découvertes du professeur de Come qui soit le fruit du hasard. Tous les instruments dont il a enrichi la science, existaient en principe dans son imagination, avant qu'aucun artiste travaillât à leur exécution matérielle. Il n'y eut rien de fortuit, par exemple, dans les modifications que Volta fit subir à l'électrophore pour le transformer en *condensateur*, véritable microscope d'une espèce nouvelle, qui décèle la présence du fluide électrique là où tout autre moyen resterait muet.

Les années 1776 et 1777 nous montreront Volta travaillant pendant quelques mois sur un sujet de pure chimie.

Toutefois, l'électricité, sa science de prédilection, viendra s'y rattacher par les combinaisons les plus heureuses.

A cette époque, les chimistes n'ayant encore trouvé le gaz inflammable natif, que dans les mines de charbon de terre et de sel gemme, le regardaient comme un des attributs exclusifs du règne minéral. Volta, dont les réflexions avaient été dirigées sur cet objet par une observation accidentelle du P. Campi, montra qu'on se trompait. Il prouva que la putréfaction des substances animales et végétales est toujours accompagnée d'une production de gaz inflammable; que, si l'on remue le fond d'une eau croupissante, la vase d'une lagune, ce gaz s'échappe à travers le liquide, en produisant toutes les apparences de l'ébullition ordinaire. Ainsi, le *gaz inflammable* des marais qui a tant occupé les chimistes depuis quelques années, est, quant à son origine, une découverte de Volta.

Cette découverte devait faire croire que certains phénomènes naturels, que ceux, par exemple, des terrains enflammés et des fontaines ardentes, avaient une cause semblable; mais Volta savait trop à quel point la nature se joue de nos fragiles conceptions, pour s'abandonner légèrement à de simples analogies. Il s'empressa (1780) d'aller visiter les célèbres terrains de *Pietra Mala*, de *Velleja;* il soumit à un examen sévère tout ce qu'on lisait dans divers voyages sur des localités analogues, et il parvint ensuite à établir, avec une entière évidence, contre les opinions reçues, que ces phénomènes ne dépendent point de la présence du pétrole, du naphte ou du bitume; il démontra, de plus, qu'un dégagement de gaz inflammable en est l'unique cause. Volta a-t-il prouvé avec la même rigueur que ce gaz, en tout lieu, a pour origine une

macération de substances animales ou végétales ? Je pense qu'il est permis d'en douter.

L'étincelle électrique avait servi de bonne heure à enflammer certains liquides, certaines vapeurs, certains gaz, tels que l'alcool, la fumée d'une chandelle nouvellement éteinte, le gaz hydrogène ; mais toutes ces expériences se faisaient à l'air libre. Volta est le premier qui les ait répétées dans des vases clos (1777). C'est donc à lui qu'appartient l'appareil dont Cavendish se servit en 1781 pour opérer la synthèse de l'eau, pour engendrer ce liquide à l'aide de ses deux principes constituants gazeux.

Notre illustre confrère avait au plus haut degré deux qualités qui marchent rarement réunies : le génie créateur et l'esprit d'application. Jamais il n'abandonna un sujet, sans l'avoir envisagé sous toutes ses faces, sans avoir décrit ou du moins signalé les divers instruments que la science, l'industrie ou la simple curiosité pourraient y puiser. Ainsi, quelques essais relatifs à l'inflammation de l'air des marais, firent naître d'abord le *fusil* et le *pistolet* électriques, sur lesquels il serait superflu d'insister, puisque des mains du physicien ils sont passés dans celles du bateleur, et que la place publique les offre journellement aux regards des oisifs ébahis ; ensuite la *lampe perpétuelle à gaz hydrogène*, si répandue en Allemagne, et qui, par la plus ingénieuse application de l'électrophore, s'allume d'elle-même quand on le désire ; enfin, l'*eudiomètre*, ce précieux moyen d'analyse dont les chimistes lont tiré un parti si utile.

La découverte de la composition de l'air atmosphérique a fait naître de nos jours cette grande question de phiosophie naturelle : La proportion dans laquelle les deux

principes constituants de l'air se trouvent réunis, varie-t-elle avec la succession des siècles, d'après la position des lieux, suivant les saisons ?

Lorsqu'on songe que tous les hommes, que tous les quadrupèdes, que tous les oiseaux consomment incessamment dans l'acte de la respiration un seul de ces deux principes, le gaz oxigène; que ce même gaz est l'aliment indispensable de la combustion, dans nos foyers domestiques, dans tous les ateliers, dans les plus vastes usines; qu'on n'allume pas une chandelle, une lampe, un réverbère, sans qu'il aille aussi s'y absorber; que l'oxigène, enfin, joue un rôle capital dans les phénomènes de la végétation, il est permis d'imaginer qu'à la longue l'atmosphère varie sensiblement dans sa composition; qu'un jour elle sera impropre à la respiration; qu'alors tous les animaux seront anéantis, non à la suite d'une de ces révolutions physiques dont les géologues ont trouvé tant d'indices, et qui, malgré leur immense étendue, peuvent laisser des chances de salut à quelques individus favorablement placés; mais, par une cause générale et inévitable, contre laquelle les zones glacées du pôle, les régions brûlantes de l'équateur, l'immensité de l'Océan, les plaines si prodigieusement élevées de l'Asie ou de l'Amérique, les cimes neigeuses des Cordilières et de l'Himalaya, seraient également impuissantes. Étudier tout ce qu'à l'époque actuelle ce grand phénomène a d'accessible, recueillir des données exactes que les siècles à venir féconderont, tel était le devoir que les physiciens se sont empressés d'accomplir surtout depuis que l'eudiomètre à étincelle électrique leur en a donné les moyens. Pour répondre à quelques objections que les premiers essais de cet instrument

avaient fait naître, MM. de Humboldt et Gay-Lussac le soumirent, en l'an XIII, au plus scrupuleux examen. Lorsque de pareils juges déclarent qu'aucun des eudiomètres connus n'approche en exactitude de celui de Volta, le doute même ne serait pas permis.

Puisque j'ai abandonné l'ordre chronologique, avant de m'occuper des deux plus importants travaux de notre vénérable confrère, avant d'analyser ses recherches sur l'électricité atmosphérique, avant de caractériser sa découverte de la pile, je signalerai, en quelques mots, les expériences qu'il publia pendant l'année 1793, au sujet de la dilatation de l'air.

Cette question capitale avait déja attiré l'attention d'un grand nombre de physiciens habiles, qui ne s'étaient accordés ni sur l'accroissement total de volume que l'air éprouve entre les températures fixes de la glace fondante et de l'ébullition, ni sur la marche des dilatations dans les températures intermédiaires. Volta découvrit la cause de ces discordances; il montra qu'en opérant dans un vase contenant de l'eau, on doit trouver des dilatations croissantes; que s'il n'y a dans l'appareil d'autre humidité que celle dont les parois vitreuses sont ordinairement recouvertes, la dilatation apparente de l'air peut être croissante dans le bas de l'échelle thermométrique, et décroissante dans les degrés élevés; il prouva, enfin, par des mesures délicates, que l'air atmosphérique, s'il est renfermé dans un vase parfaitement sec, se dilate proportionnellement à sa température, quand celle-ci est mesurée sur un thermomètre à mercure portant des divisions égales; or, comme les travaux de Deluc et de Crawford paraissaient établir qu'un pareil thermomètre donne les vraies mesures des quantités de chaleur, Volta se crut autorisé à

énoncer la loi si simple qui découlait de ses expériences, dans ces nouveaux termes dont chacun appréciera l'importance l'élasticité d'un volume donné d'air atmosphérique est proportionnelle à sa chaleur.

Lorsqu'on échauffait de l'air pris à une basse température et contenant toujours la même quantité d'humidité, sa force élastique augmentait comme celle de l'air sec. Volta en conclut que la vapeur d'eau et l'air proprement dit se dilatent précisément de même. Tout le monde sait aujourd'hui que ce résultat est exact; mais l'expérience du physicien de Come devait laisser des doutes, car aux températures ordinaires, la vapeur d'eau se mêle à l'air atmosphérique dans de très-petites proportions.

Volta appelait le travail que je viens d'analyser, une simple ébauche. D'autres recherches très-nombreuses et du même genre auxquelles il s'était livré, devaient faire partie d'un Mémoire qui n'a jamais vu le jour. Au reste, sur ce point, la science est aujourd'hui complète, grace à MM. Gay-Lussac et Dalton. Les expériences de ces ingénieux physiciens, faites à une époque où le Mémoire de Volta, quoique publié, n'était encore connu ni en France ni en Angleterre, étendent à tous les gaz, permanents ou non, la loi donnée par le savant italien. Elles conduisent de plus dans tous les cas au même coefficient de dilatation.

Je ne m'occuperai des recherches de Volta sur l'électricité atmosphérique qu'après avoir tracé un aperçu rapide des expériences analogues qui les avaient précédées. Pour juger sainement de la route qu'un voyageur a parcourue, il est souvent

utile d'apercevoir d'un même coup d'œil le point de départ et la dernière station.

Le Dr Wall, qui écrivait en 1708, doit être nommé ici le premier, car on trouve dans un de ses Mémoires cette ingénieuse réflexion : « La lumière et le craquement des « corps électrisés semblent, *jusqu'à un certain point*, repré- « senter l'éclair et le tonnerre. » Stephen Grey publiait, à la « date de 1735, une remarque analogue. « Il est probable, « disait cet illustre physicien, qu'avec le temps on trouvera les « moyens de concentrer de plus abondantes quantités de feu « électrique et d'augmenter la force d'un agent qui, d'après « plusieurs de mes expériences, s'il est permis de comparer « les grandes aux petites choses, paraît être de la même « nature que le tonnerre et les éclairs. »

La plupart des physiciens n'ont vu dans ces passages que de simples comparaisons. Ils ne croyent pas qu'en assimilant les effets de l'électricité à ceux du tonnerre, Wall et Grey aient prétendu en conclure l'identité des causes. Ce doute, au surplus, ne serait pas applicable aux aperçus insérés par Nollet, en 1746, dans ses Leçons de physique expérimentale. Là, en effet, suivant l'auteur, une nuée orageuse, au-dessus des objets terrestres, n'est autre chose qu'un corps électrisé placé en présence de corps qui ne le sont pas. *Le tonnerre, entre les mains de la nature, c'est l'électricité entre les mains des physiciens.* Plusieurs similitudes d'action sont signalées ; rien ne manque, en un mot, à cette ingénieuse théorie, si ce n'est la seule chose dont une théorie ne saurait se passer pour prendre définitivement place dans la science, la sanction d'expériences directes.

Les premières vues de Franklin sur l'analogie de l'électricité et du tonnerre n'étaient, comme les idées antérieures de Nollet, que de simples conjectures. Toute la différence, entre les deux physiciens, se réduisait alors à un projet d'expérience, dont Nollet n'avait pas parlé, et qui semblait promettre des arguments définitifs pour ou contre l'hypothèse. Dans cette expérience, on devait, par un temps d'orage, rechercher si une tige métallique isolée et terminée par une pointe ne donnerait pas des étincelles analogues à celles qui se détachent du conducteur de la machine électrique ordinaire.

Sans porter atteinte à la gloire de Franklin, je dois remarquer que l'expérience proposée était presque inutile. Les soldats de la cinquième légion romaine l'avaient déja faite pendant la guerre d'Afrique, le jour où, comme César le rap porte, le fer de tous les javelots parut en feu à la suite d'un orage. Il en est de même des nombreux navigateurs à qui *Castor et Pollux* s'étaient montrés, soit aux pointes métalliques des mâts ou des vergues, soit sur d'autres parties saillantes de leurs navires. Enfin, dans certaines contrées, en Frioul par exemple, au château de Duino, le factionnaire exécutait strictement ce que désirait Franklin, lorsque, conformément à sa consigne, et dans la vue de décider quand il fallait en mettant une cloche en branle avertir les campagnards de l'approche d'un orage, il allait examiner avec sa hallebarde si le fer d'une pique plantée verticalement sur le rempart donnait des étincelles. Au reste, soit que plusieurs de ces circonstances fussent ignorées, soit qu'on ne les trouvât pas démonstratives, des essais di-

rects semblèrent nécessaires, et c'est à Dalibard, notre compatriote, que la science en a été redevable. Le 10 mai 1752, pendant un orage, la grande tige de métal pointue qu'il avait établie dans un jardin de Marly-la-Ville, donnait de petites étincelles, comme le fait le conducteur de la machine électrique ordinaire quand on en approche un fil de fer. Franklin ne réalisa cette même expérience aux États-Unis, à l'aide d'un cerf-volant, qu'un mois plus tard. Les paratonnerres en étaient la conséquence immédiate. L'illustre physicien d'Amérique s'empressa de le proclamer.

La partie du public qui, en matière de sciences, est réduite à juger sur parole, ne se prononce presque jamais à demi. Elle admet ou rejette, qu'on me passe ce terme, avec emportement. Les paratonnerres, par exemple, devinrent l'objet d'un véritable enthousiasme dont il est curieux de suivre les élans dans les écrits de l'époque. Ici, vous trouvez des voyageurs qui, en rase campagne, croient conjurer la foudre en mettant l'épée à la main contre les nuages, dans la posture d'Ajax menaçant les dieux; là, des gens d'église, à qui leur costume interdit l'épée, regrettent amèrement d'être privés de ce talisman conservateur; celui-ci propose sérieusement, comme un préservatif infaillible, de se placer sous une gouttière, dès le début de l'orage, attendu que les étoffes mouillées sont d'excellents conducteurs de l'électricité; celui-là invente certaines coiffures d'où pendent de longues chaînes métalliques qu'il faut avoir grand soin de laisser constamment traîner dans le ruisseau, etc., etc. Quelques physiciens, il faut le dire, ne partageaient pas cet engouement. Ils admettaient l'identité de la foudre et du fluide électrique, l'expérience de Marly-la-Ville ayant à cet égard prononcé définiti-

vement; mais les rares étincelles qui étaient sorties de la tige et leur petitesse, faisaient douter qu'on pût épuiser ainsi l'immense quantité de matière fulminante dont une nuée orageuse doit être chargée. Les effrayantes expériences faites par Romas de Nérac ne vainquirent pas leur opposition, parce que cet observateur s'était servi d'un cerf-volant à corde métallique qui allait, à plusieurs centaines de pieds de hauteur, puiser le tonnerre dans la région même des nuages. Bientôt, cependant, la mort déplorable de Richman (1), occasionée par la simple décharge provenant de la barre isolée du paratonnerre ordinaire que ce physicien distingué avait fait établir sur sa maison de Saint-Pétersbourg, vint fournir de nouvelles lumières. Les érudits virent dans cette fin tragique l'explication du passage où Pline le naturaliste rapporte que Tullus Hostilius fut foudroyé pour avoir mis peu d'exactitude dans l'accomplissement des cérémonies à l'aide desquelles Numa, son prédécesseur, forçait le tonnerre à descendre du ciel. D'autre part, et ceci avait plus d'importance, les physiciens sans prévention trouvèrent dans le même événement une donnée qui leur manquait encore, savoir qu'en certaines circonstances, une barre de métal peu élevé arrache aux nuées orageuses non pas seulement d'imperceptibles étincelles, mais de véritables torrents d'électricité. Aussi, à partir de cette époque, les discussions relatives à l'efficacité des paratonnerres n'ont eu aucun intérêt. Je n'en excepte même pas le vif débat sur les paratonnerres terminés en pointe ou en boule, qui divisa quelque temps les savants anglais. Personne, en effet,

(1) Le 6 août 1753.

n'ignore aujourd'hui que George III était le promoteur de cette polémique; qu'il se déclara pour les paratonnerres en boule, parce que Franklin, alors son heureux antagoniste sur des questions politiques d'une immense importance, demandait qu'on les terminât en pointe, et que cette discussion, tout bien considéré, appartient plutôt, comme très-petit incident, à l'histoire de la révolution américaine qu'à celle de la science.

Les résultats de l'expérience de Marly étaient à peine connus, que Lemonnier, de cette Académie, fit établir dans son jardin de Saint-Germain-en-Laye, une longue barre métallique verticale qu'il isola du sol avec quelques nouvelles précautions; eh bien! dès ce moment, les aigrettes électriques lui apparurent (juillet et septembre 1752), non seulement quand le tonnerre grondait, non seulement quand l'atmosphère était couverte de nuages menaçants, mais encore *par un ciel parfaitement serein*. Une belle découverte devint ainsi le fruit de la modification en apparence la plus insignifiante dans le premier appareil de Dalibard.

Lemonnier reconnut sans peine que cette *foudre des jours sereins* dont il venait de dévoiler l'existence, était soumise toutes les 24 heures à des variations régulières d'intensité. Beccaria traça les lois de cette période diurne à l'aide d'excellentes observations. Il établit de plus ce fait capital, que dans toutes les saisons, à toutes les hauteurs, par tous les vents, l'électricité d'un ciel serein est constamment positive ou vitrée.

En suivant ainsi par ordre de dates les progrès de nos connaissances sur l'électricité atmosphérique, j'arrive aux travaux dont Volta a enrichi cette branche importante de la météorologie. Ces travaux ont eu tour à tour pour objet

le perfectionnement des moyens d'observation et l'examen minutieux des diverses circonstances dans lesquelles se développe le fluide électrique qui ensuite va envahir toutes les régions de l'air.

Quand une branche des sciences vient de naître, les observateurs ne s'occupent guère que de la découverte de nouveaux phénomènes, réservant leur appréciation numérique pour une autre époque. Dans l'électricité, par exemple, plusieurs physiciens s'étaient fait une réputation justement méritée; disons plus, la bouteille de Leyde ornait déja tous les cabinets de l'Europe, et personne n'avait encore imaginé un véritable électromètre. Le premier instrument de ce genre qu'on ait exécuté ne remonte qu'à l'année 1749. Il était dû à deux membres de cette Académie, Darcy et Le Roy. Son peu de mobilité dans les petites charges empêcha qu'il ne fût adopté.

L'électromètre proposé par Nollet (1752) paraissait au premier aperçu plus simple, plus commode et surtout infiniment plus sensible. Il devait se composer de deux fils qui, après avoir été électrisés, ne pouvaient manquer, par un effet de répulsion, de s'ouvrir comme les deux branches d'un compas. La mesure cherchée se serait ainsi réduite à l'observation d'un angle.

Cavallo réalisa ce que Nollet avait seulement indiqué (1780). Ses fils étaient de métal et portaient à leurs extrémités de petites sphères de moelle de sureau.

Volta, enfin, supprima le sureau et substitua des pailles sèches aux fils métalliques. Ce changement paraîtrait sans importance, si l'on ne disait que le nouvel électromètre possède seul la propriété précieuse, et tout à

fait inattendue, de donner entre o et 30° des écartements angulaires des deux pailles exactement proportionnels aux charges électriques.

La lettre à Lichtenberg, en date de 1786, dans laquelle Volta établit par de nombreuses expériences les propriétés des électromètres à pailles, renferme sur les moyens de rendre ces instruments comparables, sur la mesure des plus fortes charges, sur certaines combinaisons de l'électromètre et du condensateur, des vues intéressantes dont on est étonné de ne trouver aucune trace dans les ouvrages les plus récents. Cette lettre ne saurait être trop recommandée aux jeunes physiciens. Elle les initiera à l'art si difficile des expériences; elle leur apprendra à se défier des premiers aperçus, à varier sans cesse la forme des appareils; et si une imagination impatiente devait leur faire abandonner la voie lente, mais certaine, de l'observation, pour de séduisantes rêveries, peut-être seront-ils arrêtés sur ce terrain glissant, en voyant un homme de génie qu'aucun détail ne rebutait. Et d'ailleurs, à une époque où, sauf quelques honorables exceptions, la publication d'un livre est une opération purement mercantile; où les traités de science, surtout, taillés sur le même patron, ne diffèrent entre eux que par des nuances de rédaction souvent imperceptibles; où chaque auteur néglige bien scrupuleusement toutes les expériences, toutes les théories, tous les instruments que son prédécesseur immédiat a oubliés ou méconnus, on accomplit, je crois, un devoir en dirigeant l'attention des commençants vers les sources originales. C'est là, et là seulement qu'ils puiseront d'importants sujets de recherches; c'est là qu'ils trouveront l'histoire fidèle des découvertes, qu'ils apprendront à distinguer clairement

le vrai de l'incertain, à se défier, enfin, des théories hasardées que les compilateurs sans discernement adoptent avec une aveugle confiance.

Lorsqu'en profitant de la grande action que les pointes exercent sur le fluide électrique, Saussure fut parvenu (1785), par la simple addition d'une tige de huit à neuf décimètres de long, à beaucoup augmenter la sensibilité de l'électromètre de Cavallo; lorsqu'à la suite de tant de minutieuses expériences, les fils métalliques portant des boules de moelle de sureau du physicien de Naples, eurent été remplacés par des pailles sèches, on dut croire que ce petit appareil ne pourrait guère recevoir d'autres améliorations importantes. Volta, cependant, en 1787, parvint à étendre considérablement sa puissance, sans rien changer à la construction primitive. Il eut recours, pour cela, au plus étrange des expédients : il adapta à la pointe de la tige métallique introduite par Saussure, soit une bougie, soit même une simple mèche enflammée!

Personne assurément n'aurait prévu un pareil résultat! Les expérimentateurs découvrirent de bonne heure que la flamme est un excellent conducteur de l'électricité; mais cela même ne devait-il pas éloigner la pensée de l'employer comme puissance collectrice? Au reste, Volta, doué d'un sens si droit, d'une logique si sévère, ne s'abandonna entièrement aux conséquences du fait étrange qui venait de s'offrir à lui, qu'après l'avoir expliqué. Il trouva que si une bougie amène sur la pointe qu'elle surmonte, trois ou quatre fois plus d'électricité qu'on n'en recueillerait autrement, c'est à cause du courant d'air qu'engendre la flamme, c'est à raison des communications multipliées qui s'établissent

ainsi entre la pointe de métal et les molécules atmosphériques.

Puisque des flammes enlèvent l'électricité à l'air beaucoup mieux que des tiges métalliques pointues, ne s'ensuit-il pas, dit Volta, que le meilleur moyen de prévenir les orages ou de les rendre peu redoutables, serait d'allumer d'énormes feux au milieu des champs, ou mieux encore, sur des lieux élevés. Après avoir réfléchi sur les grands effets du très-petit lumignon de l'électromètre, on ne voit rien de déraisonnable à supposer qu'une large flamme puisse, en peu d'instants, dépouiller de tout fluide électrique d'immenses volumes d'air et de vapeur.

Volta désirait qu'on soumît cette idée à l'épreuve d'une expérience directe. Jusqu'ici ses vœux n'ont pas été entendus. Peut-être obtiendrait-on à cet égard quelques notions encourageantes, si l'on comparait les observations météorologiques des comtés de l'Angleterre que tant de hauts fourneaux et d'usines transforment nuit et jour en océans de feu, à celles des comtés agricoles environnants.

Les feux paratonnerres firent sortir Volta de la gravité sévère qu'il s'était constamment imposée. Il essaya d'égayer son sujet aux dépens des érudits qui, semblables au fameux Dutens, aperçoivent toujours, mais après coup, dans quelque ancien auteur, les découvertes de leurs contemporains. Il les engage à remonter, dans ce cas, jusqu'aux temps fabuleux de la Grèce et de Rome; il appelle leur attention sur les sacrifices à ciel ouvert, sur les flammes éclatantes des autels, sur les noires colonnes de fumée qui, du corps des victimes, s'élevaient dans les airs; enfin, sur toutes les circonstances des cérémonies que le vulgaire croyait destinées à apaiser la colère des dieux, à désarmer le bras fulmi-

nant de Jupiter. Tout cela ne serait qu'une simple expérience de physique, dont les prêtres seuls possédaient le secret, et destinée à ramener silencieusement sur la terre l'électricité de l'air et des nuées. Les Grecs et les Romains, aux époques les plus brillantes de leur histoire, faisaient, il est vrai, les sacrifices dans des temples fermés; mais, ajoute Volta, cette difficulté n'est pas sans réplique, puisqu'on peut dire que Pythagore, Aristote, Cicéron, Pline, Sénèque, étaient des ignorants qui, même par simple tradition, n'avaient pas les connaissances scientifiques de leurs devanciers!

La critique ne pouvait être plus incisive; mais, pour en attendre quelque effet, il faudrait oublier qu'en cherchant dans de vieux livres les premiers rudiments vrais ou faux des grandes découvertes, les Zoïles de toutes les époques se proposent bien moins d'honorer un mort que de déconsidérer un de leurs contemporains!

Presque tous les physiciens attribuent les phénomènes électriques à deux fluides de nature diverse, qui, dans certaines circonstances, vont s'accumuler séparément à la surface des corps. Cette hypothèse conduisait naturellement à rechercher de quelle source émane l'électricité atmosphérique. Le problème était important. Une expérience délicate, quoique très-simple, mit sur la voie de la solution.

Dans cette expérience, un vase isolé d'où l'eau s'évaporait, donna, à l'aide du condensateur de Volta, des indices manifestes d'électricité négative.

Je regrette de ne pouvoir dire, avec une entière certitude, à qui appartient cette expérience capitale. Volta rapporte dans un de ses Mémoires qu'il y avait songé dès l'année 1778,

mais que diverses circonstances l'ayant empêché de la tenter, ce fut à Paris seulement et dans le mois de mars 1780 qu'elle lui réussit, *en compagnie* de quelques membres de l'Académie des Sciences. D'une autre part, Lavoisier et Laplace, à la dernière ligne du Mémoire qu'ils publièrent sur le même sujet, disent seulement: *Volta voulut bien assister à nos expériences et nous y être utile.*

Comment concilier deux versions aussi contradictoires? Une note historique, publiée par Volta lui-même, est loin de dissiper tous les doutes. Cette note, quand on l'examine attentivement, ne dit, d'une manière expresse, ni à qui l'idée de l'expérience appartient, ni lequel des trois physiciens devina qu'elle réussirait à l'aide du condensateur. Le premier essai fait à Paris par Volta et les deux savants français réunis, fut infructueux, l'état hygrométrique de l'atmosphère n'ayant pas été favorable. Peu de jours après, à la campagne de Lavoisier, les signes électriques devinrent manifestes quoiqu'on n'eût pas changé les moyens d'observation. Volta n'assistait point à la dernière épreuve.

Cette circonstance a été l'origine de toutes les difficultés. Quelques physiciens, en thèse générale, considèrent comme inventeurs, sans plus ample examen, ceux qui les premiers, appelant l'expérience à leur aide, ont constaté l'existence d'un fait. D'autres ne voient qu'un mérite secondaire dans le travail, suivant eux presque matériel, que les expériences nécessitent. Ils réservent leur estime pour ceux qui les ont projetées.

Ces principes sont l'un et l'autre trop exclusifs. Pascal laissa à Perrier, son beau-frère, le soin de monter sur le Puy-de-Dôme pour y observer le baromètre, et le nom de Pascal

est cependant le seul qu'on associe à celui de Toricelli, en parlant des preuves de la pesanteur de l'air. Michell et Cavendish, au contraire, aux yeux des physiciens éclairés, ne partagent avec personne le mérite de leur célèbre expérience sur l'attraction des corps terrestres, quoique avant eux on eût bien souvent songé à la faire : ici, en effet, l'exécution était tout. Le travail de Volta, Lavoisier et Laplace, ne rentre ni dans l'une ni dans l'autre de ces deux catégories. Je l'admettrai, si l'on veut, un homme de génie pouvait seul imaginer que l'électricité concourt à la génération des vapeurs; mais pour faire sortir cette idée du domaine des hypothèses, il fallait créer des moyens particuliers d'observation, et même de nouveaux instruments. Ceux dont Lavoisier et Laplace se servirent étaient dus à Volta. On les construisit à Paris sous ses yeux; il assista aux premiers essais. Des preuves aussi multipliées d'une coopération directe rattachent incontestablement le nom de Volta à toute théorie de l'électricité des vapeurs; qui oserait, cependant, en l'absence d'une déclaration contraire et positive de ce grand physicien, affirmer que l'expérience ne fut pas entreprise à la suggestion des savants français? Dans le doute, ne sera-t-il point naturel, en-deçà comme au-delà des Alpes, de ne plus séparer, en parlant de ces phénomènes, les noms de Volta, de Lavoisier, de Laplace; de cesser d'y voir, ici une question de nationalité mal entendue, là un sujet d'accusations virulentes qu'on pourrait à peine excuser si aucun nuage n'obscurcissait la vérité?

Ces réflexions mettront fin, je l'espère, à un fâcheux débat que des passions haineuses s'attachaient à perpétuer; elles

montreront, en tout cas, par un nouvel exemple, combien la propriété des œuvres de l'esprit est un sujet délicat. Lorsque trois des plus beaux génies du 18e siècle, déja parvenus au faîte de la gloire, n'ont pas pu s'accorder sur la part d'invention qui revenait à chacun d'eux dans une expérience faite en commun, devra-t-on s'étonner de voir naître de tels conflits entre des débutants ?

Malgré l'étendue de cette digression, je ne dois pas abandonner l'expérience qui l'a amenée sans avoir signalé toute son importance, sans avoir montré qu'elle est la base d'une branche très-curieuse de la météorologie. Deux mots, au reste, me suffiront.

Lorsque le vase métallique isolé dans lequel l'eau s'évapore, devient électrique (1), c'est, dit Volta, que pour passer de l'état liquide à l'état aériforme, cette eau emprunte aux corps qu'elle touche, non-seulement de la chaleur, mais aussi de l'électricité. Le fluide électrique est donc une partie intégrante des grandes masses de vapeurs qui se forment journellement aux dépens des eaux de la mer, des lacs et des rivières. Ces vapeurs, en s'élevant, trouvent dans les hautes régions de l'atmosphère un froid qui les condense. Leur fluide électrique constituant s'y dégage, il s'y accumule, et la faible conductibilité de l'air empêche qu'il ne soit rendu à la terre, d'où il tire son origine, si ce n'est par la pluie, la neige, la grêle ou de violentes décharges.

(1) On sait aujourd'hui que l'expérience ne réussit pas quand on opère sur de l'eau distillée. Cette circonstance, certainement fort curieuse quant à la théorie de l'évaporation, n'atténue en rien l'importance météorologique du travail de Lavoisier, Volta et Laplace, puisque l'eau des mers, des lacs et des rivières n'est jamais parfaitement pure.

Ainsi, d'après cette théorie, le fluide électrique qui, dans un jour d'orage, promène instantanément ses éblouissantes clartés de l'orient au couchant, et du nord au midi; qui donne lieu à des explosions si retentissantes; qui, en se précipitant sur la terre, porte toujours avec lui la destruction, l'incendie et la mort, serait le produit de l'évaporation journalière de l'eau, la suite inévitable d'un phénomène qui se développe par des nuances tellement insensibles que nos sens ne sauraient en saisir les progrès! Quand on compare les effets aux causes, la nature, il faut l'avouer, présente de singuliers contrastes!

J'arrive maintenant à l'une de ces rares époques dans lesquelles un fait capital et inattendu, fruit ordinaire de quelque heureux hasard, est fécondé par le génie, et devient la source d'une révolution scientifique.

Le tableau détaillé des grands résultats qui ont été amenés par de très-petites causes, ne serait pas moins piquant, peut-être, dans l'histoire des sciences que dans celle des nations. Si quelque érudit entreprend jamais de le tracer, la branche de la physique actuellement connue sous le nom de galvanisme, y occupera une des premières places. On peut prouver, en effet, que l'immortelle découverte de la pile se rattache, de la manière la plus directe, à un léger rhume dont une dame bolonaise fut attaquée en 1790, et au bouillon aux grenouilles que le médecin prescrivit comme remède.

Quelques-uns de ces animaux, déja dépouillés par la cuisinière de madame Galvani, gisaient sur une table, lorsque,

par hasard, on déchargea au loin une machine électrique. Les muscles, quoiqu'ils n'eussent pas été frappés par l'étincelle, éprouvèrent, au moment de sa sortie, de vives contractions. L'expérience renouvelée réussit également bien avec toute espèce d'animaux, avec l'électricité artificielle ou naturelle, positive ou négative.

Ce phénomène était très-simple. S'il se fût offert à quelque physicien habile, familiarisé avec les propriétés du fluide électrique, il eût à peine excité son attention. L'extrême sensibilité de la grenouille, considérée comme électroscope, aurait été l'objet de remarques plus ou moins étendues; mais, sans aucun doute, on se serait arrêté là. Heureusement, et par une bien rare exception, le défaut de lumières devint profitable. Galvani, très-savant anatomiste, était peu au fait de l'électricité. Les mouvements musculaires qu'il avait observés, lui paraissant inexplicables, il se crut transporté dans un nouveau monde. Il s'attacha donc à varier ses expériences de mille manières. C'est ainsi qu'il découvrit un fait vraiment étrange, ce fait, que les membres d'une grenouille décapitée même depuis fort long-temps, éprouvent des contractions très-intenses sans l'intervention d'aucune électricité étrangère, quand on interpose une lame métallique, ou, mieux encore, deux lames de métaux dissemblables entre un muscle et un nerf. L'étonnement du professeur de Bologne fut alors parfaitement légitime, et l'Europe entière s'y associa.

Une expérience dans laquelle des jambes, des cuisses, des troncs d'animaux dépecés depuis plusieurs heures, éprouvent les plus fortes convulsins, s'élancent au loin, paraissent enfin revenir à la vie, ne pouvait pas rester long-temps isolée. En l'analysant dans tous ses détails, Galvani crut y trouver

les effets d'une bouteille de Leyde. Suivant lui, les animaux étaient comme des réservoirs de fluide électrique. L'électricité positive avait son siége dans les nerfs, l'électricité négative dans les muscles. Quant à la lame métallique interposée entre ces organes, c'était simplement le conducteur par lequel s'opérait la décharge.

Ces vues séduisirent le public; les physiologistes s'en emparèrent; l'électricité détrôna le fluide nerveux, qui alors occupait tant de place dans l'explication des phénomènes de la vie, quoique, par une étrange distraction, personne n'eût cherché à prouver son existence. On se flatta, en un mot, d'avoir saisi l'agent physique qui porte au *sensorium* les impressions extérieures; qui place chez les animaux la plupart des organes aux ordres de leur intelligence; qui engendre les mouvements des bras, des jambes, de la tête, dès que la volonté a prononcé. Hélas! ces illusions ne furent pas de longue durée; tout ce beau roman disparut devant les expériences sévères de Volta.

Cet ingénieux physicien engendra d'abord des convulsions non plus, comme Galvani, en interposant deux métaux dissemblables entre un muscle et un nerf, mais en leur faisant toucher seulement un muscle.

Dès ce moment la bouteille de Leyde se trouvait hors de cause; elle ne fournissait plus aucun terme de comparaison possible. L'électricité négative des muscles, l'électricité positive des nerfs étaient de pures hypothèses sans base solide; les phénomènes ne se rattachaient plus à rien de connu; ils venaient, en un mot, de se couvrir d'un voile épais.

Volta, toutefois, ne se découragea point Il prétendit que,

dans sa propre expérience, l'électricité était le principe des convulsions; que le muscle y jouait un rôle tout-à-fait passif, et qu'il fallait le considérer simplement comme un conducteur par lequel s'opérait la décharge. Quant au fluide électrique, Volta eut la hardiesse de supposer qu'il était le produit inévitable de l'attouchement *des deux métaux* entre lesquels le muscle se trouvait compris : je dis des deux métaux et non pas des deux lames, car, suivant Volta, sans une différence dans *la nature* des deux corps en contact, aucun développement électrique ne saurait avoir lieu.

Les physiciens de tous les pays de l'Europe, et Volta lui-même, adoptèrent à l'origine du galvanisme les vues de l'inventeur. Ils s'accordèrent à regarder les convulsions spasmodiques des animaux morts, comme l'une des plus grandes découvertes des temps modernes. Pour peu qu'on connaisse le cœur humain, on a déja deviné qu'une théorie destinée à rattacher ces curieux phénomènes aux lois ordinaires de l'électricité, ne pouvait être admise par Galvani et par ses disciples, qu'avec une extrême répugnance. En effet, l'école bolonaise en corps défendit pied à pied l'immense terrain que la prétendue électricité animale avait d'abord envahi sans obstacle.

Parmi les faits nombreux que cette célèbre école opposa au physicien de Come, il en est un qui, par sa singularité, tint un moment les esprits en suspens. Je veux parler des convulsions que Galvani lui-même engendra en touchant les muscles de la grenouille avec deux lames, non pas dissemblables, comme Volta le croyait nécessaire, mais tirées toutes deux d'une seule et même plaque métallique. Cet effet,

quoiqu'il ne fût pas constant, présentait en apparence une objection insurmontable contre la nouvelle théorie.

Volta répondit que les lames employées par ses adversaires, pouvaient être identiques quant au nom qu'elles portaient, quant à leur nature chimique, et différer cependant entre elles par d'autres circonstances, de manière à jouir de propriétés entièrement distinctes. Dans ses mains, en effet, des couples inactifs, composés de deux portions contiguës d'une même lame métallique, acquirent une certaine puissance dès qu'il eut changé la température, le degré de recuit, ou le poli d'un seul des éléments.

Ainsi, ce débat n'ébranla point la théorie du célèbre professeur. Il prouva seulement que le mot *dissemblable*, appliqué à deux éléments métalliques superposés, avait été compris, quant aux phénomènes électriques, dans un sens beaucoup trop restreint.

Volta eut à soutenir un dernier et rude assaut. Cette fois, ses amis eux-mêmes le crurent vaincu sans retour. Le docteur Valli, son antagoniste, avait engendré des convulsions par le simple attouchement de deux parties de la grenouille, sans aucune intervention de ces armures métalliques qui, dans toutes les expériences analogues, avaient été, suivant notre confrère, le principe générateur de l'électricité.

Les lettres de Volta laissent deviner, dans plus d'un passage, combien il fut blessé du ton d'assurance avec lequel (je rapporte ses propres expressions) les galvanistes, *vieux et jeunes*, se vantaient de l'avoir réduit au silence. Ce silence, en tout cas, ne fut pas de longue durée. Un examen attentif des expériences de Valli prouva bientôt à Volta qu'il fallait,

pour leur réussite, cette double condition : hétérogénéité aussi grande que possible entre les organes de l'animal amenés au contact; interposition entre ces mêmes organes d'une troisième substance. Le principe fondamental de la théorie voltaïque, loin d'être ébranlé, acquérait ainsi une plus grande généralité. Les métaux ne formaient plus une classe à part. L'analogie conduisait à admettre que deux substances dissemblables, quelle qu'en fût la nature, donnaient lieu, par leur simple attouchement, à un développement d'électricité.

A partir de cette époque, les attaques des galvanistes n'eurent rien de sérieux. Leurs expériences ne se restreignirent plus aux très-petits animaux. Ils engendrèrent dans les naseaux, dans la langue, dans les yeux d'un bœuf tué depuis long-temps, d'étranges mouvements nerveux, fortifiant ainsi plus ou moins les espérances de ceux auxquels le galvanisme était apparu comme un moyen de ressusciter les morts. Quant à la théorie, ils n'apportaient aucune nouvelle lumière. En empruntant des arguments, non à la nature, mais à la grandeur des effets, les adeptes de l'école bolonaise ressemblaient fort à ce physicien qui, pour prouver que l'atmosphère n'est pas la cause de l'ascension du mercure dans le baromètre, imagina de substituer un large cylindre au tube étroit de cet instrument, et présentait ensuite comme une difficulté formidable, le nombre exact de quintaux de liquide soulevés.

Volta avait frappé à mort l'électricité animale. Ses conceptions s'étaient constamment adaptées aux expériences, mal comprises, à l'aide desquelles on espérait les saper. Cependant elle n'avait pas, disons plus, elle ne pouvait pas avoir encore l'entier assentiment des physiciens sans

prévention. Le contact de deux métaux, de deux substances dissemblables, donnait naissance à un certain agent qui, comme l'électricité, produisait des mouvements spasmodiques. Sur ce fait, point de doute; mais l'agent en question était-il véritablement électrique? Les preuves qu'on en donnait pouvaient-elles suffire?

Lorsqu'on dépose sur la langue, dans un certain ordre, deux métaux dissemblables, on éprouve au moment de leur contact une saveur acide. Si l'on change ces métaux respectivement de place, la saveur devient alcaline. Or, en appliquant simplement la langue au conducteur d'une machine électrique ordinaire, on sent aussi un goût acide ou alcalin, suivant que le conducteur est électrisé en plus ou en moins. Dans ce cas-ci, le phénomène est incontestablement dû à l'électricité. N'est-il pas naturel, disait Volta, de déduire l'identité des causes de la ressemblance des effets; d'assimiler la première expérience à la seconde; de ne voir entre elles qu'une seule différence, savoir, le mode de production du fluide qui va exciter l'organe du goût?

Personne ne contestait l'importance de ce rapprochement. Le génie pénétrant de Volta pouvait y apercevoir les bases d'une entière conviction; le commun des physiciens devait demander des preuves plus explicites. Ces preuves, ces démonstrations incontestables devant lesquelles toute opposition s'évanouit, Volta les trouva dans une expérience capitale que je puis expliquer en peu de lignes.

On applique exactement face à face, et sans intermédiaire, deux disques polis de cuivre et de zinc attachés à des manches isolants. A l'aide de ces mêmes manches, on sépare ensuite les disques d'une manière brusque; finalement on les présente, l'un

après l'autre, au *condensateur* ordinaire, armé d'un électromètre : eh bien ! *les pailles divergent à l'instant.* Les moyens connus montrent d'ailleurs que les deux métaux sont dans des états électriques contraires ; que le zinc est positif et le cuivre négatif. En renouvelant plusieurs fois le contact des deux disques, leur séparation et l'attouchement de l'un d'eux avec le condensateur, Volta arriva, comme avec une machine ordinaire, à produire de vives étincelles.

Après ces expériences, tout était dit quant à la théorie des phénomènes galvaniques. La production de l'électricité par le simple contact de métaux dissemblables, venait de prendre place parmi les faits les plus importants et les mieux établis des sciences physiques. Si alors on pouvait encore émettre un vœu, c'était qu'on découvrît des moyens faciles d'augmenter ce genre d'électricité. De tels moyens sont aujourd'hui dans les mains de tous les expérimentateurs, et c'est au génie de Volta qu'on en est aussi redevable.

Au commencement de l'année 1800 (la date d'une aussi grande découverte ne peut être passée sous silence), à la suite de quelques vues théoriques, l'illustre professeur imagina de former une longue colonne, en superposant successivement une rondelle de cuivre, une rondelle de zinc et une rondelle de drap mouillé, avec la scrupuleuse attention de ne jamais intervertir cet ordre. Qu'attendre *à priori* d'une telle combinaison ? Eh bien ! je n'hésite pas à le dire, cette masse en apparence inerte, cet assemblage bizarre, cette *pile* de tant de couples de métaux dissemblables séparés par un peu de liquide, est, quant à la singularité des effets, le plus merveilleux instrument que les hommes aient jamais inventé, sans en excepter le télescope et la machine à vapeur.

J'échapperai ici, j'en ai la certitude, à tout reproche d'exagération, si, dans l'énumération que je vais faire des propriétés de l'appareil de Volta, on me permet de citer à la fois et les propriétés que ce savant avait reconnues, et celles dont la découverte est due à ses successeurs.

A la suite du peu de mots que j'ai dits sur la composition de la pile, tout le monde aura remarqué que ses deux extrémités sont nécessairement dissemblables; que s'il y a du zinc à la base, il se trouvera du cuivre au sommet, et réciproquement. Ces deux extrémités ont pris le nom de *pôles*.

Supposons maintenant que deux fils métalliques soient attachés aux pôles opposés, cuivre et zinc, d'une pile voltaïque. L'appareil, dans cette forme, se prêtera aux diverses expériences que je desire signaler.

Celui qui tient l'un des fils seulement, n'éprouve rien, tandis qu'au moment même où il les touche tous deux, il ressent une violente commotion. C'est, comme on voit, le phénomène de la fameuse bouteille de Leyde, qui, en 1746, excita à un si haut degré l'admiration de l'Europe. Mais la bouteille servait seulement une fois. Après chaque commotion, il fallait la recharger pour répéter l'expérience. La pile, au contraire, fournit à mille commotions successives. On peut donc, quant à ce genre d'effets, la comparer à la bouteille de Leyde, sous la condition d'ajouter qu'après chaque décharge, elle reprend subitement d'elle-même son premier état.

Si le fil qui part du pôle zinc est appuyé sur le bout de la langue, et le fil du pôle cuivre sur un autre point, on sent une saveur acide très-prononcée. Pour que cette saveur varie de nature, pour qu'elle devienne alcaline, il suffit de changer les deux fils de place.

Le sens de la vue n'échappe pas à l'action de cet instrument protée. Ici le phénomène paraîtra d'autant plus intéressant que la sensation lumineuse est excitée sans qu'il soit nécessaire de toucher l'œil. Qu'on applique le bout de l'un des fils sur le front, sur les joues, sur le nez, sur le menton et même sur la gorge; à l'instant même où l'observateur saisit l'autre fil avec la main, il aperçoit, les yeux fermés, un éclair dont la vivacité et la forme varient suivant la partie de la face que le fluide électrique vient attaquer.

Des combinaisons analogues engendrent dans l'oreille des sons ou plutôt des bruits particuliers.

Ce n'est pas seulement sur les organes sains que la pile agit : elle excite, elle paraît ranimer ceux dans lesquels la vie semble tout-à-fait éteinte. Ici, sous l'action combinée des deux fils, les muscles d'une tête de supplicié éprouvaient de si effroyables contractions, que les spectateurs fuyaient épouvantés. Là, le tronc de la victime se soulevait en partie; ses mains s'agitaient, elles frappaient les objets voisins, elles soulevaient des poids de quelques livres. Les muscles pectoraux imitaient les mouvemens respiratoires; tous les actes de la vie enfin se reproduisaient avec tant d'exactitude, qu'il fallait se demander si l'expérimentateur ne commettait pas un acte coupable, s'il n'ajoutait pas de cruelles souffrances à celles que la loi avait infligées au criminel qu'elle venait de frapper.

Les insectes, eux-mêmes, soumis à ces épreuves, donnent d'intéressants résultats. Les fils de la pile, par exemple, accroissent beaucoup la lumière des vers luisants; ils restituent le mouvement à une cigale morte, ils la font chanter.

Si laissant de côté les propriétés physiologiques de la

pile, nous l'envisageons comme machine électrique, nous nous trouverons transportés dans cette région de la science que Nicholson et Carlisle, Hisinger et Berzelius, Davy, OErsted et Ampère ont cultivée d'une manière si brillante.

D'abord, chacun des fils considéré isolément, se montrera à la température ordinaire, à celle de l'air qui l'entoure. Au moment où ces fils se toucheront, ils acquerront une forte chaleur; suffisamment fins, ils deviendront incandescents; plus fins encore, ils se fondront tout-à-fait, ils couleront comme un liquide, fussent-ils de platine, c'est-à-dire du plus infusible des métaux connus. Ajoutons qu'avec une pile très-forte, deux minces fils d'or ou de platine éprouvent au moment de leur contact une vaporisation complète; qu'ils disparaissent comme une vapeur légère.

Des charbons adaptés aux deux extrémités de ces mêmes fils, s'allument aussi dès qu'on les amène à se toucher. La lumière qu'ils répandent à la ronde est si pure, si éblouissante, si remarquable par sa blancheur, qu'on n'a pas dépassé les limites du vrai en l'appelant de la lumière solaire.

Qui sait même si l'analogie ne doit pas être poussée plus loin; si cette expérience ne résout pas un des plus grands problèmes de la philosophie naturelle; si elle ne donne pas le secret de ce genre particulier de combustion que le soleil éprouve depuis tant de siècles, sans aucune perte sensible ni de matière, ni d'éclat? Les charbons attachés aux deux fils de la pile deviennent, en effet, incandescents, même dans le vide le plus parfait. Rien alors ne s'incorpore à leur substance, rien ne paraît en sortir. A la fin d'une expérience de ce genre, quelque durée

qu'on lui ait donnée, les charbons se retrouvent quant à leur nature intime et à leur poids, dans l'état primitif.

Tout le monde sait que le platine, l'or, le cuivre, etc., n'agissent pas d'une manière sensible sur l'aiguille aimantée. Des fils de ces divers métaux attachés aux deux pôles de la pile sont dans le même cas si on les prend isolément. Au contraire, dès le moment qu'ils se touchent, une action magnétique très-intense se développe. Il y a plus, pendant toute la durée de leur contact, ces fils sont eux-mêmes de véritables aimants, car ils se chargent de limaille de fer, car ils communiquent une aimantation permanente aux lames d'acier qu'on place dans leur voisinage.

Lorsque la pile est très-forte et que les fils au lieu de se toucher sont à quelque distance, une vive lumière unit leurs extrémités. Eh bien ! cette lumière est magnétique ; un aimant peut l'attirer ou la repousser. Si aujourd'hui sans y être préparés, je veux dire avec les seules connaissances de leur temps, Franklin et Coulomb m'entendaient parler d'une flamme attirable à l'aimant, un vif sentiment d'incrédulité serait certainement tout ce que je pourrais espérer de plus favorable.

Les mêmes fils, légèrement éloignés, plongeons-les tous les deux dans un liquide, dans de l'eau pure, par exemple. Dès ce moment l'eau sera décomposée ; les deux éléments gazeux qui la forment se désuniront ; l'oxigène se dégagera sur la pointe même du fil aboutissant au pôle zinc; l'hydrogène, assez loin de là, à la pointe du fil partant du pôle cuivre. En s'élevant, les bulles ne quittent pas les fils sur lesquels leur développement s'opère ; les deux gaz constituants pourront donc être recueillis dans deux vases séparés.

Substituons à l'eau pure un liquide tenant en dissolution des matières salines, et ce seront alors ces matières que la pile analysera. Les acides se porteront vers le pôle zinc; les alcalis iront incruster le fil du pôle cuivre.

Ce moyen d'analyse est le plus puissant que l'on connaisse. Il a récemment enrichi la science d'une multitude d'importants résultats. C'est à la pile, par exemple, qu'on est redevable de la première décomposition d'un grand nombre d'alcalis et de terres qui jusqu'alors étaient considérés comme des substances simples; c'est par la pile que tous ces corps sont devenus des oxides; que la chimie possède aujourd'hui des métaux, tels que le potassium, qui se pétrissent sous les doigts comme de la cire; qui flottent à la surface de l'eau, car ils sont plus légers qu'elle; qui s'y allument spontanément en répandant la plus vive lumière.

Ce serait ici le lieu de faire ressortir tout ce qu'il y a de mystérieux, je dirais presque d'incompréhensible, dans les décompositions opérées par l'appareil voltaïque; d'insister sur les dégagements séparés, complétement distincts, des deux éléments gazeux désunis d'un liquide; sur les précipitations des principes constituants solides d'une même molécule saline, qui s'opèrent dans des points du fluide dissolvant fort distants l'un de l'autre; sur les étranges mouvements de transport que ces divers phénomènes paraissent impliquer; mais le temps me manque. Toutefois avant de terminer ce tableau, je remarquerai que la pile n'agit pas seulement comme moyen d'analyse; que si en changeant beaucoup les rapports électriques des éléments des corps, elle amène souvent leur séparation complète, sa force, délicatement ménagée, est devenue au contraire, dans les

mains d'un de nos confrères, le principe générateur d'un grand nombre de combinaisons dont la nature est prodigue, et que l'art jusqu'ici ne savait pas imiter.

Je disais, Messieurs, tout à l'heure avec quelque timidité, que la pile est le plus merveilleux instrument qu'ait jamais créé l'intelligence humaine. Si dans l'énumération que vous venez d'entendre de ses diverses propriétés, ma voix n'avait pas été impuissante, je pourrais maintenant revenir sans scrupule sur mon assertion, et la regarder comme parfaitement établie.

Suivant quelques biographes, la tête de Volta, épuisée par de longs travaux et surtout par la création de la pile, se refusa à toute nouvelle production. D'autres ont vu dans un silence obstiné de près de trente années, l'effet d'une crainte puérile, à laquelle l'illustre physicien n'aurait pas eu le courage de se soustraire. Il redoutait, dit-on, qu'en comparant ses nouvelles recherches à celles de l'électricité par contact, le public ne se hâtât d'en conclure que son intelligence s'était affaiblie. Ces deux explications sont sans doute très-ingénieuses, mais elles ont le grand défaut d'être parfaitement inutiles : la pile en effet est de 1800; or deux ingénieux Mémoires, l'un sur le *Phénomène de la grêle*, l'autre sur la *Périodicité des orages et le froid qui les accompagne*, n'ont été publiés que six et dix-sept années après!

Messieurs, je viens de dérouler devant vous le tableau de la brillante carrière que Volta a parcourue. J'ai essayé de caractériser les grandes découvertes dont ce puissant génie

a doté les sciences physiques. Il ne me reste plus, pour me conformer à l'usage, qu'à raconter brièvement les principales circonstances de sa vie publique et privée.

Les pénibles fonctions dont Volta se trouva chargé presque au sortir de l'enfance, le retinrent dans sa ville natale jusqu'en 1777. Cette année, pour la première fois, il s'éloigna des rives pittoresques du lac de Come et parcourut la Suisse. Son absence dura peu de semaines; elle ne fut d'ailleurs marquée par aucune recherche importante. A Berne, Volta visita l'illustre Haller, qu'un usage immodéré de l'opium allait conduire au tombeau. De là il se rendit à Ferney, où tous les genres de mérite étaient assurés d'un bienveillant accueil. Notre immortel compatriote, dans le long entretien qu'il accorda au jeune professeur, parcourut les branches si nombreuses, si riches, si variées de la littérature italienne; il passa en revue tant de savants, de poètes, de sculpteurs, de peintres dont cette littérature s'honore, avec une supériorité de vues, une délicatesse de goût, une sûreté de jugement qui laissèrent dans l'esprit de Volta des traces ineffaçables.

A Genève, Volta se lia d'une étroite amitié avec le célèbre historien des Alpes, l'un des hommes les plus capables d'apprécier ses découvertes.

C'était un grand siècle, Messieurs, que celui où un voyageur, dans la même journée, sans perdre le Jura de vue, pouvait rendre hommage à Saussure, à Haller, à Jean-Jacques, à Voltaire.

Volta rentra en Italie par Aigue-Belle, apportant à ses concitoyens le précieux tubercule dont la culture, convenablement encouragée, rendra toute véritable famine impossible. Dans la Lombardie, où d'épouvantables orages détruisent en

quelques minutes les céréales répandues sur de vastes étendues de pays, une matière alimentaire qui se développe, croît et mûrit au sein de la terre, à l'abri des atteintes de la grêle, était pour la population tout entière un présent inappréciable.

Volta avait écrit lui-même une relation détaillée de sa course en Suisse, mais elle était restée dans les archives lombardes. On doit sa publication récente à un usage qui, suivant toute apparence, ne sera pas adopté de sitôt dans certain pays où, sans être lapidé, un écrivain a pu appeler le mariage la plus sérieuse des choses bouffonnes. En Italie, où cet acte de notre vie est sans doute envisagé avec plus de gravité, chacun, dans sa sphère, cherche à le signaler par quelque hommage à ses concitoyens. Ce sont les noces de M. Antoine Reina, de Milan, qui, en 1827, ont fait sortir l'opuscule de Volta des cartons officiels de l'autorité, véritables catacombes où, dans tous les pays, une multitude de trésors vont s'ensevelir sans retour.

Les institutions humaines sont si étranges, que le sort, le bien-être, tout l'avenir d'un des plus grands génies dont l'Italie puisse se glorifier, étaient à la merci de l'administrateur général de la Lombardie. En choisissant ce fonctionnaire, l'autorité, quand elle était difficile, exigeait, je le suppose, que certaines notions de finances se joignissent au nombre de quartiers de noblesse impérieusement prescrits par l'étiquette; et voilà, cependant, l'homme qui devait décider, décider sans appel, Messieurs, si Volta méritait d'être transporté sur un plus vaste théâtre, ou bien si, relégué dans la petite école de Come, il serait toute sa vie privé des dispendieux appareils qui, certes, ne suppléent pas le génie, mais lui donnent

une grande puissance. Le hasard, hâtons-nous de le reconnaître, corrigea à l'égard de Volta ce qu'une telle dépendance avait d'insensé. L'administrateur, comte de Firmian, était un ami des lettres. L'école de Pavie devint l'objet de ses soins assidus. Il y établit une chaire de physique, et en 1779 Volta fut appelé à la remplir. Là, pendant de longues années, une multitude de jeunes gens de tous les pays se pressèrent aux leçons de l'illustre professeur; là ils apprenaient, je ne dirai pas les détails de la science, car presque tous les livres les donnent, mais l'histoire philosophique des principales découvertes; mais de subtiles corrélations qui échappent aux intelligences vulgaires; mais une chose que très-peu de personnes ont le privilége de divulguer: la marche des inventeurs.

Le langage de Volta était lucide, sans apprêt, animé quelquefois, mais toujours empreint de modestie et d'urbanité. Ces qualités, quand elles s'allient à un mérite du premier ordre, séduisent partout la jeunesse. En Italie, où les imaginations s'exaltent si aisément, elles avaient produit un véritable enthousiasme. Le désir de se parer dans le monde du titre de disciple de Volta, contribua, pour une large part, pendant plus d'un tiers de siècle, aux grands succès de l'université du Tésin.

Le proverbial *far niente* des Italiens est strictement vrai quant aux exercices du corps. Ils voyagent peu, et dans des familles très-opulentes, on trouve tel Romain que les majestueuses éruptions du Vésuve n'ont jamais arraché aux frais ombrages de sa *villa;* des Florentins instruits auxquels Saint-Pierre et le Colysée ne sont connus que par des gravures; des Milanais qui toute leur vie croiront sur parole

qu'à quelques lieues de distance, il existe une immense ville et des centaines de magnifiques palais bâtis au milieu des flots. Volta ne s'éloigna lui-même des rives natales du Lario, que dans des vues scientifiques. Je ne pense pas qu'en Italie ses excursions se soient étendues jusqu'à Naples et à Rome. Si en 1780 nous le voyons franchir les Apennins pour se rendre de Bologne à Florence, c'est qu'il a l'espoir de trouver sur la route, dans les feux de *pietra-mala*, l'occasion de soumettre à une épreuve décisive les idées qu'il a conçues sur l'origine du gaz inflammable natif. Si en 1782, accompagné du célèbre Scarpa, il visite les capitales de l'Allemagne, de la Hollande, de l'Angleterre, de la France, c'est pour faire connaissance avec Lichtenberg, Van-Marum, Priestley, Laplace, Lavoisier; c'est pour enrichir le cabinet de Pavie de certains instruments de recherches et de démonstration dont les descriptions et les figures les mieux exécutées ne peuvent donner qu'une idée imparfaite.

D'après l'invitation du général Bonaparte, conquérant de l'Italie, Volta revint à Paris en 1801. Il y répéta ses expériences sur l'électricité par contact, devant une commission nombreuse de l'Institut. Le premier consul voulut assister en personne à la séance dans laquelle les commissaires rendirent un compte détaillé de ces grands phénomènes. Leurs conclusions étaient à peine lues qu'il proposa de décerner à Volta une médaille en or destinée à consacrer la reconnaissance des savants français. Les usages, disons plus, les réglements académiques ne permettaient guère de donner suite à cette demande; mais les réglements sont faits pour des circonstances ordinaires, et le professeur de Pavie venait de se placer hors de ligne. On vota donc la médaille

par acclamation ; et comme Bonaparte ne faisait rien à demi, le savant voyageur reçut le même jour, sur les fonds de l'État, une somme de 2000 écus pour ses frais de route. La fondation d'un prix de soixante mille francs en faveur de celui qui imprimerait aux sciences de l'électricité ou du magnétisme une impulsion comparable à celle que la première de ces sciences reçut des mains de Franklin et de Volta, n'est pas un signe moins caractéristique de l'enthousiasme que le grand capitaine avait éprouvé. Cette impression fut durable. Le professeur de Pavie était devenu pour Napoléon le type du génie. Aussi le vit-on, coup sur coup, décoré des croix de la Légion-d'Honneur et de la Couronne de Fer; nommé membre de la consulte italienne; élevé à la dignité de comte et à celle de sénateur du royaume lombard. Quand l'Institut italien se présentait au palais, si Volta, par hasard, ne se trouvait pas sur les premiers rangs, les brusques questions : « Où est Volta ? serait-il malade ? pourquoi n'est-il pas venu ? » montraient avec trop d'évidence, peut-être, qu'aux yeux du souverain les autres membres, malgré tout leur savoir, n'étaient que de simples satellites de l'inventeur de la pile. « Je ne saurais consentir, » disait Napoléon en 1804, » à la retraite de Volta. Si ses fonctions de professeur le fatiguent, il faut les réduire. Qu'il n'ait, si l'on veut, qu'une seule leçon à faire par an; mais l'université de Pavie serait frappée au cœur le jour où je permettrais qu'un nom aussi illustre disparût de la liste de ses membres; d'ailleurs, ajoutait-il, un bon général doit mourir au champ d'honneur. » Le bon général trouva l'argument irrésistible, et la jeunesse italienne, dont il était l'idole, put jouir encore quelques années de ses admirables leçons.

Newton, durant sa carrière parlementaire, ne prit, dit-on,

la parole qu'une seule fois, et ce fut pour inviter l'huissier de la chambre des communes à fermer une fenêtre dont le courant d'air aurait pu enrhumer l'orateur qui discourait alors. Si les huissiers de Lyon, pendant la consulte italienne; si les huissiers du sénat, à Milan, avaient été moins soigneux, peut-être que par bonté d'ame, Volta, ne fût-ce qu'un moment, aurait vaincu son extrême réserve; mais l'occasion manqua, et l'illustre physicien sera inévitablement rangé dans la catégorie de ces personnages qui, timides ou indifférents, traversent pendant de longues révolutions les assemblées populaires les plus animées, sans émettre un avis, sans proférer un seul mot.

On a dit que le bonheur, comme les corps matériels, se compose d'éléments insensibles. Si cette pensée de Franklin est juste, Volta fut heureux. Livré tout entier, malgré d'éminentes dignités politiques, aux travaux de cabinet, rien ne troubla sa tranquillité. Sous la loi de Solon on l'aurait même banni, car aucun des partis qui, pendant près d'un quart de siècle, agitèrent la Lombardie, ne put se vanter de le compter dans ses rangs. Le nom de l'illustre professeur ne reparaissait après la tempête, que comme une parure pour les autorités du jour. Dans l'intimité même, Volta avait la plus vive répugnance pour toute conversation relative aux affaires publiques; il ne se faisait aucun scrupule d'y couper court, dès qu'il en trouvait l'occasion, par un de ces jeux de mots qu'en Italie on appelle *freddure*, et en France calembourg. Il faut croire qu'à cet égard une longue habitude ne rend pas infaillible, car plusieurs des *freddure* du grand physicien, qu'on n'a pas dédaigné de citer, sont loin d'être aussi irréprochables que ses expériences.

Volta s'était marié en 1794, à l'âge de quarante-neuf ans, avec mademoiselle Thérèse Peregrini. Il en a eu trois fils : deux lui ont survécu ; l'autre mourut à dix-huit ans, au moment où il faisait concevoir les plus brillantes espérances. Ce malheur est, je crois, le seul que notre philosophe ait éprouvé pendant sa longue carrière. Ses découvertes étaient sans doute trop brillantes pour n'avoir pas éveillé l'envie; mais elle n'osa pas les attaquer, même sous son déguisement le plus habituel : jamais elle n'en contesta la nouveauté.

Les discussions de priorité ont été de tout temps le supplice des inventeurs. La haine, car c'est le sentiment qui ordinairement les fait naître, n'est pas difficile dans le choix des moyens d'attaque. Quand les preuves lui manquent, le sarcasme devient son arme de prédilection et elle n'a que trop souvent le cruel avantage de le rendre incisif. On rapporte qu'Harvey, qui avait résisté avec constance aux nombreuses critiques dont sa grande découverte fut l'objet, perdit totalement courage lorsque certains adversaires, sous la forme d'une concession, déclarèrent qu'ils lui reconnaissaient le mérite d'*avoir fait circuler la circulation du sang*. Félicitons-nous, Messieurs, que Volta n'ait jamais essuyé de pareils débats; félicitons ses compatriotes de les lui avoir épargnés. L'école bolonaise crut long-temps sans doute à l'existence d'une électricité animale. D'honorables sentiments de nationalité lui firent désirer que la découverte de Galvani restât entière ; qu'elle ne rentrât pas, comme cas particulier, dans les grands phénomènes de l'électricité voltaïque; et, toutefois, jamais elle ne parla de ces phénomènes qu'avec admiration; jamais une bouche italienne ne prononça le nom de l'inventeur de la pile sans l'accompagner des témoignages les moins équi-

voques d'estime et de profond respect; sans l'unir à un mot bien expressif dans sa simplicité, bien doux surtout aux oreilles d'un citoyen : jamais, depuis Rovérédo jusqu'à Messine, les gens instruits n'appelèrent le physicien de Pavie que *nostro* Volta.

J'ai dit de quelles dignités Napoléon le revêtit. Toutes les grandes Académies de l'Europe l'avaient déja appelé dans leur sein. Il était l'un des huit associés étrangers de la première classe de l'Institut. Tant d'honneurs n'éveillèrent jamais dans l'ame de Volta un mouvement d'orgueil. La petite ville de Come fut constamment son séjour favori. Les offres séduisantes et réitérées de la Russie ne purent le déterminer à échanger le beau ciel du Milanez contre les brumes de la Newa.

Intelligence forte et rapide, idées grandes et justes, caractère affectueux et sincère, telles étaient les qualités dominantes de l'illustre professeur. L'ambition, la soif de l'or, l'esprit de rivalité ne dictèrent aucune de ses actions. Chez lui l'amour de l'étude, c'est l'unique passion qu'il ait éprouvée, resta pur de toute alliance mondaine.

Volta avait une taille élevée, des traits nobles et réguliers comme ceux d'une statue antique, un front large que de laborieuses méditations avaient profondément sillonné, un regard où se peignaient également le calme de l'ame et la pénétration de l'esprit. Ses manières conservèrent toujours quelques traces d'habitudes campagnardes contractées dans la jeunesse. Bien des personnes se rappellent avoir vu Volta à Paris, entrer journellement chez les boulangers, et manger ensuite dans la rue en se promenant les gros pains qu'il venait d'acheter, sans même se douter qu'on pourrait

en faire la remarque. On me pardonnera, je l'espère, tant de minutieuses particularités. Fontenelle n'a-t-il pas raconté que Newton avait une épaisse chevelure, qu'il ne se servit jamais de lunettes, et qu'il ne perdit qu'une seule dent? D'aussi grands noms justifient et anoblissent les plus petits détails!

Lorsque Volta quitta définitivement, en 1819, la charge dont il était revêtu dans l'université du Tésin, il se retira à Come. A partir de cette époque, toutes ses relations avec le monde scientifique cessèrent. A peine recevait-il quelques-uns des nombreux voyageurs qui, attirés par sa grande renommée, allaient lui présenter leurs hommages. En 1823, une légère attaque d'apoplexie amena de graves symptômes. Les prompts secours de la médecine parvinrent à les dissiper. Quatre ans après, en 1827, au commencement de mars, le vénérable vieillard fut atteint d'une fièvre qui, en peu de jours, anéantit le reste de ses forces. Le 5 de ce même mois, il s'éteignit sans douleur. Il était alors âgé de quatre-vingt-deux ans et quinze jours.

Come célébra les obsèques de Volta avec une grande pompe. Les professeurs et les élèves du lycée, les amis des sciences, tous les habitants éclairés de la ville et des environs s'empressèrent d'accompagner jusqu'à leur dernière demeure les restes mortels du savant illustre, du vertueux père de famille, du citoyen charitable. Le beau monument qu'ils ont élevé à sa mémoire, près du pittoresque village de *Camnago*, d'où la famille de Volta était originaire, témoigne d'une manière éclatante de la sincérité de leurs regrets. Au reste, l'Italie tout entière s'associa au deuil du Milanez. De ce côté-ci des Alpes, l'impression fut beaucoup

moins vive. Ceux qui ont paru s'en étonner, avaient-ils remarqué que le même jour, que presque à la même heure, la France avait perdu l'auteur de la Mécanique céleste? Volta, depuis six ans, n'existait plus que pour sa famille. Sa vive intelligence s'était presque éteinte. Les noms d'électrophore, de condensateur, le nom même de la pile, n'avaient plus le privilége de faire battre son cœur! Laplace, au contraire, conserva jusqu'à son dernier jour cette ardeur, cette vivacité d'esprit, cet amour passionné pour les découvertes scientifiques, qui pendant plus d'un demi-siècle le rendirent l'ame de vos réunions. Lorsque la mort le surprit à l'âge de soixante-dix-huit ans, il publiait une suite au cinquième volume de son grand ouvrage. En réfléchissant à l'immensité d'une telle perte, on reconnaîtra, je ne saurais en douter, qu'il y a eu quelque injustice à reprocher à l'Académie d'avoir, au premier moment, concentré toutes ses pensées sur le coup funeste qui venait de la frapper. Quant à moi, Messieurs, qui n'ai jamais pu me méprendre sur vos sentiments, toute ma crainte aujourd'hui est de n'avoir pas su faire ressortir au gré de vos désirs les immenses services rendus aux sciences par l'illustre professeur de Pavie. Je me flatte, en tout cas, qu'on ne l'imputera pas à un manque de conviction. Dans ces moments de douce rêverie, où, passant en revue tous les travaux contemporains, chacun, suivant ses habitudes, ses goûts, la direction de son esprit, choisit avec tant de discernement celui de ces travaux dont il voudrait de préférence être l'auteur, la Mécanique céleste et la Pile voltaïque venaient à la fois et toujours sur la même ligne s'offrir à ma pensée! Un académicien voué à l'étude des astres ne pourrait pas donner un plus vif témoi-

gnage de l'admiration profonde que lui ont toujours inspirée les immortelles découvertes de Volta.

La place d'associé étranger, que la mort de Volta laissa vacante, a été remplie par le Dr Thomas Young. Les corps académiques sont heureux, Messieurs, lorsqu'en se recrutant, ils peuvent ainsi faire succéder le génie au génie !

MÉMOIRES

DE

L'ACADÉMIE ROYALE DES SCIENCES

DE L'INSTITUT DE FRANCE.

DIVERS MÉMOIRES

SUR DE GRANDS SAURIENS TROUVÉS A L'ÉTAT FOSSILE VERS LES CONFINS MARITIMES DE LA BASSE NORMANDIE, ATTRIBUÉS D'ABORD AU CROCODILE, PUIS DÉTERMINÉS SOUS LES NOMS DE TÉLÉOSAURUS ET STÉNÉOSAURUS.

PAR M. GEOFFROY SAINT-HILAIRE.

PREMIER MÉMOIRE

LU A L'ACADÉMIE ROYALE DES SCIENCES, LE 4 OCTOBRE 1830,

SUR

Les lames osseuses du palais dans les principales familles d'animaux vertébrés, et en particulier sur la spécialité de leur forme chez les crocodiles et les reptiles téléosauriens.

ARTICLE Ier.

OBSERVATIONS PRÉLIMINAIRES.

Je viens ajouter aux recherches, faits et déductions de quelques Mémoires concernant les prétendus crocodiles fossiles de Caen, et que j'ai présentés de 1825 à 1828: de nouveaux, de nombreux matériaux et l'intérêt du sujet m'y ramènent.

Le prétendu crocodile des carrières de Maëstricht a enfin ses rapports fixés et sa place assignée près les tupinambis ou monitors : la détermination générique de ce grand saurien sous le nom de *mososaurus*, a mis en effet de la précision et l'autorité de la science, où n'étaient, avant M. le baron Cuvier, qu'incertitudes, fausses allégations et stériles discussions. Aurais-je autrefois, dans une heureuse imitation de ce progrès scientifique, et plus nettement reconnu et mieux donné aussi les rapports des prétendus crocodiles de Caen et de Honfleur? Effectivement, dire de ces animaux que, sous le point de vue organique, ils sont placés à une plus grande distance de quelques analogues vivants qu'on ne l'avait cru d'abord, les admettre à figurer avec des noms spéciaux, et par conséquent faire qu'ils ne soient plus mêlés, au moyen d'arbitraires classifications, avec les êtres de la création actuelle, n'est-ce pas avoir de même, au profit des spéculations de la géologie, élevé cet important sujet à ses véritables idées zoologiques? Voilà du moins ce que je me propose d'examiner aujourd'hui.

Car, plus tard, se présenteront d'autres questions; telle celle-ci, par exemple : « Si les prétendus crocodiles de Caen « et de Honfleur renfermés dans de semblables terrains, « ceux de la formation jurassique, avec les *plesiosaurus*, ne « seraient point dans l'ordre des temps, aussi bien que par « les dégrés de leur composition organique, un anneau « de jonction qui rattacherait sans interruption ces très-an- « ciens habitants de la terre aux reptiles actuellement vivants « et connus sous le nom de gavials? » J'ai déja annoncé avoir réuni assez de faits et surtout suffisamment de réflexions déduites de ces faits pour aborder d'aussi hautes questions

de géologie. Réservant cette discussion pour la fin de mes recherches, je vais m'occuper aujourd'hui d'établir ce que sont véritablement les *teleosaurus* et les *steneosaurus*, c'est-à-dire leur assigner l'existence zoologique qui leur appartient.

Pour Linnéus qui, dans ses travaux de classification, se plaisait aux combinaisons des rapports les plus élevés, le crocodile n'était qu'un lézard, *lacerta crocodilus*. Mais enfin, cette unique espèce, ou pour m'exprimer avec plus de rigueur, ce type unique mieux étudié de nos jours dans ses modifications organiques, constitua le genre *crocodile*, lequel fut justifié dans son essence de groupe ou de famille par l'existence de plusieurs espèces distinctes. M. le baron Cuvier proposa et fit admettre les trois subdivisions génériques suivantes : *gavials, crocodiles proprement dits,* et *caïmans.*

Ainsi, tout en ne voulant qu'étendre et perfectionner les classifications zoologiques, l'on apprit avec certitude que sous le vêtement et l'apparente conformation d'un lézard se trouvaient des éléments bien circonscrits d'une nouvelle famille de quadrupèdes ovipares.

Dans la suite le crocodile fut encore mieux connu, et en effet savamment étudié dans ses conditions d'ostéologie, quand on eut aperçu qu'il pourrait et devrait être employé à l'illustration et à la détermination de quelques ossements fossiles.

C'était ainsi s'acheminer à donner une œuvre complète, une histoire naturelle entière des crocodiles. Cependant une telle entreprise à terminer ne m'était-elle pas plus naturellement dévolue? Car, enfin, il était là question d'un

animal vivant dans une contrée où j'avais pénétré, et il était entré dans mes vues comme dans mes devoirs de naturaliste voyageur, de le comprendre dans mes travaux sur cette terre classique, de le montrer mêlé dès la plus haute antiquité à tous les récits, jouant un rôle dans la politique des peuples, ayant des habitudes dont on avait introduit l'esprit dans les législations civile et religieuse. Or, ces devoirs, je les ai remplis avec charme et en y appliquant toute la portée de mon esprit. Je suis obligé d'en faire moi-même la remarque, parce que mon travail, vraiment très-étendu, considérable surtout par la variété des sujets et dans lequel je m'étais attaché à faire ressortir des faits de mœurs et d'organisation fort extraordinaires, a passé à-peu-près inaperçu, quand je l'ai eu déposé dans le grand ouvrage sur l'Egypte.

Je ne rappelle ces circonstances que pour avertir qu'il fut donc un moment dans ma carrière zoologique où j'obtins, peut-être plus qu'aucun autre naturaliste, un sentiment exquis, une connaissance approfondie des formes vraiment merveilleuses et des affinités naturelles des crocodiles, et de leur droit par conséquent à l'isolement dans nos subdivisions classiques.

C'est sur ces entrefaites que l'on vint à annoncer que les terres de France, et principalement les carrières des confins maritimes de la basse Normandie, recélaient des débris de crocodiles. Ce point étant constant, alors se reproduirait le fait des éléphants, où une moitié des espèces se serait maintenue et aurait persévéré jusqu'à nos jours, quand l'autre aurait été atteinte et détruite par des bouleversements diluviens. Cependant, que les crocodiles aient fourni de ces faits analogiques, peut-être était-ce même déja *a priori,* le

cas d'en douter; ce sont des animaux nageurs, des amphibies qui ne viennent à terre que pour s'y reposer, mais qui se réservent de développer leur énergie, leur activité, toutes les puissances de la vie, dans le séjour des eaux; et ce sont aussi des animaux possédant des attributs caractéristiques à faire croire qu'ils n'avaient jamais pu s'accommoder d'un milieu plus froid, des circonstances atmosphériques et géologiques du monde antédiluvien.

Aussi, au pressentiment né de ces réflexions que les animaux perdus des carrières de Caen devaient différer des gavials du Gange et encore plus des caïmans et des vrais crocodiles, se joignait, chez moi, la confiance de pouvoir promptement et avec toute facilité savoir ce qui en était; car alors ceux-là, pour rester en communauté de famille avec ceux-ci, allaient être tenus de me montrer au moins l'un de ces caractères sur lesquels se fondent les conditions de l'être *crocodilien;* qu'on me permette cette expression, son utilité s'en manifestera ailleurs.

Exposons quelles sont ces conditions. En dehors de ce fond d'organisation qui caractérise les sauriens ou lézards, et à quelques égards aussi les ophidiens ou serpents, savoir: la forme très-allongée de leur système vertébral et principalement la multiplicité de leurs inutiles vertèbres coccygiennes, leur quantité moindre de respiration, la petitesse de leur cerveau, la grandeur de la face et la longueur des branches maxillaires, enfin leur génération ovipare; en dehors, dis-je, de ce plan commun, à quoi vient encore ajouter ce dernier caractère de spécialité, se présente un tout autre arrangement pour la composition de la tête. Ce nouvel arrangement consiste dans la diversité des volumes respectifs

des mêmes matériaux, toutefois sous la réserve d'une subordination presque servile au développement hyperthrophique de l'un des appareils des sens. Delà, à quelques égards, une nouvelle destination physiologique de cet appareil : agrandi hors de mesure, sa puissance est autre et très-considérable.

Quand un organe s'accroît d'une manière extraordinaire, quelques autres qui en sont voisins lui sont sacrifiés; et ainsi rapetissés, ils sont comme étouffés et suffisent à peine à leurs fonctions ordinaires. Mais, du moins, il n'est pas de difficulté à ce sujet; subissant l'influence d'une domination étrangère, ils peuvent être négligés sans inconvénient dans l'appréciation de leur valeur comme caractères zoologiques; tout au contraire, il n'en est point ainsi de quelques autres organes, lesquels étant soumis et entraînés à la suite de l'organe dominateur, participent à l'excès de volume de celui-ci; car, alors, tous laissent à l'esprit une décision à prendre. Il reste effectivement une question problématique, exigeant pour sa solution toute la sagacité, tout le savoir d'un habile zoologiste. Telles sont les difficultés contenues dans la proposition suivante : *Parmi les organes qui parviennent ensemble à une grandeur démesurée, lequel exerce toute l'influence quand les autres s'en tiennent au rôle secondaire d'officieux associés?*

Expliquons-nous à cet égard, en mettant les faits particuliers à la place de ces généralités. Une réponse à cette question, en ce qui concerne le crocodile, a été donnée d'une certaine façon par M. de Blainville, et par moi d'une autre, quand je m'en suis pareillement occupé. Il m'a semblé du moins que la supériorité d'influence était certainement acquise à des organes différents.

Après avoir tiré un principal caractère de la considération des corps caverneux, tantôt séparés et tantôt joints ensemble, M. de Blainville passa à l'observation des formes du crâne. Une circonstance de celui des crocodiles le préoccupa vivement et le porta à considérer ces animaux comme s'écartant des sauriens par un assez large intervalle : c'est la condition de fixité de la partie auriculaire qui sert à l'articulation de leur mâchoire inférieure. Dans cette pièce, mobile chez les sauriens comme chez les oiseaux, mais qui est tout au contraire, chez le crocodile, engagée et fortement retenue au milieu de plusieurs lames crâniennes, M. de Blainville aperçut des conditions d'hiatus et de forte anomalie. Aussi selon le prodrome de la classification zoologiqueque ce savant académicien a publiée (1), c'est un ordre à part, et non pas seulement un grand genre (2) qu'il a entendu établir. Cependant il laisse plus pressentir qu'il n'expose ses motifs, puisqu'il ne les fait connaître que dans une note où il déclare se contenter à cet égard d'apercevoir « un en-« semble d'organisation intermédiaire entre les sauriens et « les chélonées, distinguant parmi celles-ci les tortues d'eau « douce et surtout les trionyx, qui, ajoute M. de Blainville, « pourraient bien avoir de véritables dents. » Et, en effet, les chélonées se trouvent avoir pour trait commun avec les crocodiles, que leurs pièces d'oreille employées dans l'articulation des mâchoires sont enclavées et fixées au crâne. Cela posé, c'est-à-dire cette argumentation étant seule produite, il faut bien que ce soit dans ce rapport tenu pour le

(1) Dans le Recueil de la Société philomatique, juillet 1816.

(2) Ainsi que l'a conçu et admis M. le baron Cuvier.

plus élevé, considéré comme exerçant la plus haute influence, que notre savant confrère a puisé ses éléments de conviction pour sa classification des crocodiles donnée en 1816. Cela suit encore du nom qu'il leur a donné, *émydosauriens*. Ainsi, selon cette détermination, les crocodiles composent un groupe tellement bien détaché des lézards ou sauriens, que ce serait, en effet, le cas d'admettre pour eux l'établissement d'un nouvel ordre, qui deviendrait ainsi un anneau joignant les lézards aux tortues, et particulièrement aux tortues d'eau douce, les émydes.

Ce travail a depuis été revu et généralement accueilli ; chez les Allemands d'abord, en 1820, par Merrem, qui se flatte de mieux caractériser le nouvel ordre par l'expression de *reptilia loricata ;* vers 1826 par Fitzinger; en Angleterre, par Gray, dans *Annals of Philosophy*, et par Haworth, dans *Philosophical Magazin*, mai 1825.

En ce qui me concerne sur ce point, je ne crois pas devoir me borner à une simple déclaration d'assentiment, à l'adoption seulement avouée de ces idées d'affinités; je puis y ajouter, en les énumérant avec plus de détails, en les exposant sous d'autres rapports, et en les confirmant par de nouvelles preuves. Le développement de ces vues forme un champ d'études inépuisables, il fait entrer dans le cœur de la haute zoologie.

Car qui n'a remarqué la singularité des formes de la tête d'un crocodile? Qui, venant à les comprendre, n'y a vu un ample sujet de méditations ? L'arrière-crâne d'une part, la voûte palatine de l'autre, surprennent par des arrangements aussi inattendus que problématiques. Persuadé, comme je le suis, que la raison de ces faits peut être trouvée et donnée, j'ac-

complirai le devoir d'y consacrer mes soins. Or, cette puissante raison git tout entière dans le fait d'organes dominateurs, qui subordonnent à un nouveau mode d'intervention toutes les parties qui en sont voisines : car un excès de volume et de fonctions quelque part appelle ailleurs un volume moindre et des fonctions restreintes. Cela posé, quelle est, chez le crocodile, cette ordonnée destinée à en révéler le caractère fondamental, à y montrer l'essence d'une organisation *crocodilienne*?

Cependant, avant d'aborder cette question, terminons avec nos doutes : et voyons si la supériorité dans les caractères aurait été dévolue à la pièce auriculaire fournissant un pédicule pour l'attache et le jeu des maxillaires inférieurs; si elle confirmerait, par conséquent, la préoccupation dont nous avons parlé plus haut? Je ne le crois pas. J'ai donné à cette pièce le nom d'*Énostéal* (1); j'en ai offert très-anciennement une détermination, aujourd'hui partout accueillie et applicable à ses deux situations : que l'énostéal soit libre et mobile ou qu'il soit enclavé et fixe, c'est un ensemble de parties toujours soudées chez les oiseaux et les reptiles, mais dont tous les éléments subsistent distincts dans le jeune âge des mammifères, et à toutes les époques dans l'aile auriculaire des poissons. L'énostéal correspond au cadre du tympan, lui-même formé des os tympanal, serrial et uro-serrial. Quelquefois aussi, mais non, je crois, dans le crocodile, le cotyléal en fait partie; c'est-à-dire que l'énostéal correspond à ce qu'on a nommé la caisse chez les mammifères et l'os carré chez les oiseaux.

(1) Mémoires du muséum d'histoire naturelle, tome XII, p. 97 et 115.

L'énostéal, pièce volumineuse, s'en tient, sans exercer d'autre influence, à se coordonner avec la grandeur des branches maxillaires inférieures ; et encore n'est-ce guère qu'en envoyant vers celles-ci son pédicule articulaire qu'il prend un si grand développement. Car, à l'autre extrémité, il s'accommode de la petitesse des rochers avec lesquels il contracte alliance. En ce point, il y a différence de ce qui est chez les tortues, où la partie de l'énostéal joignant le rocher, est plus robuste et plus considérable que ne l'est à l'autre bout sa partie maxillaire.

Cependant, étant sur le point de montrer où est décidément, chez le crocodile, une ordonnée bien manifeste dans sa domination, j'éprouve un embarras, c'est de rencontrer deux ordres de faits auxquels l'idée d'un nouveau cas d'organisation s'applique également, deux ordres de faits dont je ne vois pas la nécessaire et mutuelle dépendance. L'importance de cet état des choses sera surtout appréciée quand j'aurai fait voir que les animaux fossiles des environs de Caen sont semblables dans un cas avec les crocodiles, et s'en éloignent, au contraire, essentiellement dans l'autre. Ce sont ainsi deux questions séparées, que je me propose de traiter chacune à part.

Article II.

De la spécialité des formes de la voûte palatine chez les crocodiles, et des différences fondamentales que présente à cet égard le saurien fossile de Caen, établi en 1825 *à titre d'un nouveau genre, sous le nom de* Teleosaurus.

J'ai déja traité cet important sujet dans mes précédents écrits, et je rappelle que je me suis vu obligé, pour ne pas

rester au-dessous de l'intérêt des faits, de désigner le canal nasal, du moins quant aux considérations spéciales qu'il offre chez le crocodile, par le nom de canal cranio-respiratoire (1).

Il est de l'essence d'un organe, qu'une modification profonde de ses parties rend propre à plusieurs usages, d'être disposé à beaucoup de variation. Le canal crânien, limité à à son origine par les ouvertures nasales et à son extrémité terminale par les arrière-narines, est dans ce cas; existant d'une part comme organe d'olfaction en dessus du vomer, et de l'autre au-dessous comme conduit ou organe de respiration. Étudié chez l'homme d'abord, il n'a occupé que sous le premier point de vue, et il y a pris le nom de *fosses nasales*. Mais dans le crocodile, on trouve que, tout en conservant des qualités olfactives, il est, pour et sous un autre rapport, amplifié à un tel point, que le même nom n'y est plus exactement applicable : c'est alors un très-long canal, un organe porté à son maximum de développement, un long sinus enfin dans une mesure, à faire croire que le crâne de l'animal est entièrement disposé pour satisfaire à ce maximum extraordinaire du développement.

Là donc, selon moi, du moins là seulement, est la condi-

(1) C'est le moment de s'exprimer tout aussi bien pour les yeux du corps que pour ceux de l'esprit, comblé que je suis des bontés de l'Académie: elle a bien voulu ordonner la confection d'un certain nombre de gravures pour l'explication de mes Mémoires. J'ai donc fait précéder les figures relatives aux reptiles téléosauriens d'une planche représentant les parties craniennes des crocodiles. Dans cette planche I, fig. 1.2.3.6.7 et 8, l'énostéal apparaît sous plusieurs aspects : son signe indicateur se compose partout des lettres *py*. (*Août* 1831.)

tion organique à regarder comme le fait *crocodilien* par excellence. Voilà ce qu'il m'importe et ce que je me propose de montrer avant de traiter des prétendus crocodiles des carrières de Caen. Mais, pour le faire avec plus de méthode et amener un contraste lumineux pour l'esprit, je crois devoir me reporter à l'autre bout de la chaîne de ces faits, commencer, par conséquent, par les animaux chez lesquels les deux fonctions ne sont pas associées ensemble.

Article III.

Du canal nasal (cranio-respiratoire) dans les diverses classes d'animaux vertébrés.

Il n'y a que chez les poissons que les deux fonctions ne se combinent point : et, en effet, telle est l'unique classe où ne subsiste rien de l'arrangement qui donne lieu à l'existence d'un canal cranio-respiratoire, ou canal nasal. Cependant, chose remarquable! ce n'en sont pas les matériaux qui ont disparu : aucun de ceux ailleurs mis en œuvre ne manquent ; vaisseaux, nerfs, téguments, parties osseuses, tous s'y voient. Et pour m'en tenir, afin d'offrir une exposition plus intelligible, à un seul de ces systèmes, celui des pièces osseuses, on voit en ligne, chez les poissons, aussi bien que chez les autres animaux vertébrés, l'intermaxillaire, le maxillaire proprement dit, le palatin antérieur et le palatin postérieur. Toutefois ces pièces, placées chez les poissons bout à bout, anneaux plus ou moins allongés de la chaîne maxillo-palatine, n'y contribuent point, comme chez les animaux de la respiration aérienne, à la formation d'un canal nasal : cela est ainsi, de ce que ces pièces sont privées de s'étendre suffisam-

ment à leur bord interne, et d'y développer une lame qui se rende à la ligne médiane; c'est-à-dire de ce que, ne se prolongeant point à la voûte palatine jusqu'à se rencontrer avec leurs congénères, ces pièces ne peuvent ainsi, en se soudant, faire plancher au-dessous des os ethmoïdaux et cérébraux.

Ceci n'empêche pas qu'il n'y ait des fosses nasales chez les poissons, qu'elles n'y soient entières, qu'elles n'y soient de même pourvues de méats d'entrée et de sortie, et surtout qu'elles n'y existent parfaitement bien circonscrites par des os exactement analogues. J'en fais l'énumération en ces termes, savoir : antérieurement, la facette interne de l'intermaxillaire; supérieurement, les os du nez et les os planum, ceux-ci étant les seuls vestiges des cornets supérieurs; en arrière, le corps ethmoïdal; et inférieurement, le vomer et les osselets remplaçant les cornets inférieurs. Toutefois, ce ne sont rigoureusement que des anfractuosités nasales, des cavités sans issue sur le palais et uniquement adaptées à l'organe olfactif : elles sont donc imperforées à leur fond, et par conséquent sans le caractère d'un canal à travers le crâne. Les deux méats, d'entrée en arrière et de sortie en avant, sont, près l'un de l'autre, ouverts tous deux dans une scissure extérieure de la face, et percés dans les téguments.

Ainsi, *première* circonstance : chez les poissons, point de canal cranio-respiratoire, point de perforation de la face à la voûte palatine (1).

(1) Appelons une hypothèse à notre secours, pour mieux donner cette explication. Soit par exemple deux moitiés d'un tuyau de plomb : en rapprochant et unissant bord contre bord la portion de droite avec celle de gauche, vous ramenerez les choses à leur précédent état d'un tuyau in-

Je viens de rappeler les rapports de position des os de l'appareil olfactif, et de la chaîne maxillo-palatine chez les animaux de la respiration aquatique. Or, retrouver ces pièces dans les mêmes relations chez les animaux de la respiration aérienne, est toujours un fait promis par la loi des connexions. Mais il n'est, en effet, nullement dérogé au caractère d'invariabilité de ce principe, alors que le fluide respiratoire, dirigé de dehors en dedans, trouve, dans les vertébrés pulmonés, à traverser le crâne et à déboucher par des arrière-narines, et quand celles-ci profitent à cet effet de quelques intervalles laissés dans la voûte palatine par des os non conjoints ensemble.

Le point de cette traversée peut varier; car il peut intervenir vers la fin du passage, et par delà l'appareil olfactif, divers obstacles : et, en effet, les combinaisons réalisées sont de trois sortes. Chez les reptiles, dont les crânes sont établis à claire-voie, parce que ces animaux les ont composés d'os pour la plupart filiformes et longitudinaux (et ce sont tous les reptiles, moins les crocodiles), il n'est apporté aucun empêchement à ce que la route, pratiquée à travers la tête pour l'issue du fluide respiratoire, traverse presque verticalement, et débouche au plus près dans la cavité buccale. J'ai

---

tégral. Mais qu'au contraire vous veniez à manœuvrer sur chaque portion pour en faire deux plaques bien applanies, longitudinales, et rangées symétriquement côte à côte, vous n'aurez rien distrait de la matière : la forme seule se trouvera changée. Dans le premier cas, un canal existe; dans le second, il est remplacé par deux tables parallèles. Ce second cas est ce qui advient aux poissons, lesquels conservent tous les matériaux, mais non la disposition canaliculée des fosses nasales.

fait connaître cette combinaison en m'aidant des figures nécessaires dans mon Mémoire sur les Gavials et le *Teleosaurus*, imprimé dans le XII^e^ volume de la seconde série des actes du Muséum d'histoire naturelle. L'étroitesse du palatin, ce qui est d'ailleurs le fait général de tous les os crâniens de ces reptiles, prive cet os d'étendre une lame de recouvrement sur les vomers, et de se développer tout le long du maxillaire. Il résulte de cela que le palatin ne commence et ne contracte articulation qu'à la suite du vomer, en même temps qu'il ne fournit d'apophyse latérale de jonction pour s'appuyer sur le maxillaire, que vers les deux tiers ou les quatre cinquièmes de la longueur de l'arcade dentaire. Alors en avant et en arrière de cette apophyse latérale, sont des intervalles évidés de figure elliptique allongée (1). L'ovale antérieur est circonscrit, en dehors et en dedans par la première portion de ce maxillaire et par le vomer, en avant et en arrière par l'intermaxillaire et par le palatin. Tel est le vide qui favorise le débouché au plus près du canal cranio-respiratoire ou du canal nasal. Que cette remarque fixe nos idées : cela se passe au-devant du palatin.

Ainsi *seconde* circonstance sur laquelle j'appelle l'attention : les arrière-narines précèdent la naissance des palatins, lesquels sont, à leur face externe, légérement ployés en une gorge longitudinale pour aider au débouché de ces ouvertures (2).

---

(1) Voyez *Pl. des crocodiles*, fig. 3, lettres *o e*, *o e*.

(2) Les tortues, chez qui ne sont plus des os filiformes, mais des pièces crâniennes lamelleuses, participent toutefois au caractère commun des reptiles, quant aux arrière-narines s'ouvrant au-devant et à l'extérieur des

Cependant, conservez le souvenir de toutes ces relations et voyez apparaître une autre combinaison, si les palatins, n'étant plus frappés d'un arrêt de développement en devant, y produisent au contraire une lame qui se superpose au vomer et qui gagne l'os maxillaire. Cet arrangement est celui qui domine chez les oiseaux, plus encore chez les mammifères; dans ce cas, il n'est nul de vide au plafond palatin: et le plein qui y remplace ce vide, ou l'ovale antérieur, que nous disions tout à l'heure avoir été laissé entre le maxillaire et le vomer, devient un obstacle qui s'oppose à un débouché au plus près du canal nasal. Il faut bien alors qu'au lieu de s'ouvrir par devant et dans une gorge pratiquée à la face externe du palatin, ce canal se prolonge tout le long du vomer et de la face interne du palatin, pour s'ouvrir en arrière de celui-ci. C'est, cela posé, une *troisième* circonstance à remarquer : les arrière-narines ne précèdent plus, elles arrivent à la suite des palatins (1).

---

palatins. A cet effet, les palatins n'en sont que mieux, comme chez la plupart des reptiles, creusés en gouttière. Cependant il arrive, par exception, que chez les tortues marines le bord externe de chaque gouttière se prolonge avec excès, et se renverse en-dedans; point, où se rencontre une portion du vomer agrandi dans une égale étendue. Alors on croit apercevoir le canal nasal établi en-dedans des palatins à la manière des mammifères. C'est une illusion dont il faut se défier, et à laquelle donne lieu seulement cet excès de développement dont je viens de parler. Cette modification, bien que remarquable, n'emporte point l'arrangement ordinaire aux tortues dans un écart à en méconnaître les conditions de famille.

(1) On peut à ce sujet utilement consulter dans la première de nos planches, celle des crocodiles, les fig. 3 et 7. Les palatins s'y voient en t, t, et les hérisséaux (*palatins postérieurs*) en v' et v''. Les lettres accouplées

Cependant postérieurement à ces pièces, il en existe d'autres en liaison non seulement par une articulation commune, mais par des fonctions identiques, venant à en compléter le service : ce sont les pièces qu'on a nommées dans l'homme *apophyses ptérigoïdes internes.* Schneider qui les a remarquées chez les reptiles dans une dépendance en quelque sorte servile des palatins, les a jugées être de vrais palatins, bien que d'une autre sorte : d'où les noms qu'il leur a à toutes deux imposés, *palatins antérieurs* et *palatins postérieurs.* Toutefois, ces derniers palatins m'ont paru présenter un caractère évident de spécialité dans les trois autres classes des vertébrés, et je les ai appelés *hérisséaux;* hérisséal, du nom de l'académicien Hérissant, le premier anatomiste qui s'en soit occupé à titre d'une détermination philosophique. Je complète ce que j'en dois dire ici, en faisant observer que dans les tortues, ce qui est également chez les mammifères, elles existent à la suite, mais d'ailleurs sur les flancs des palatins.

Je passe enfin à une autre et dernière combinaison, à l'un des plus grands faits de la zoologie, pour l'exposition duquel j'ai disposé et rappelé ce qui précède. Que l'hérisséal, (pièce si petite que, sous l'appellation d'une simple apophyse,

---

v v désignent les issues des canaux cranio-respiratoires, ou celles des arrière-narines. J'ai fait enlever à dessein une lame de l'hérisséal gauche v', en sorte que je montre dans ma préparation dessinée deux exemples des circonstances ci-dessus décrites : c'est à savoir à gauche le cas des mammifères v'; cas partagé par les téléosaures, où le débouché des fosses nasales dans le palais a lieu en arrière de la pièce palatine, *t*, fig. 3; et cet autre cas, uniquement *crocodilien*, où ce débouché apparaît par-delà l'hérisséal v'', soit à droite fig. 3, soit des deux côtés fig. 7.

elle est jugée de si peu d'importance chez l'homme et chez les mammifères), grandisse dans tous les sens, et que cet os soit uni et soudé en front sur tout le bord postérieur du vrai palatin et sur la ligne médiane avec son congénère, il devient la principale pièce de la voûte palatine, il en étend la superficie en arrière jusqu'au point de la prolonger sous tout le crâne, ne s'arrêtant qu'à l'aplomb des occipitaux. Tel est l'hérisséal chez le crocodile. Mais alors comment se comporte le canal crânio-respiratoire ou canal nasal en présence de cette pièce d'un volume démesuré, c'est-à-dire sous l'intervention d'une si puissante ordonnée? car il n'est, pour son débouché en arrière-narines, d'issue ni avant ni à la suite des palatins. L'obstacle qu'apportaient ceux-ci, en développant un plateau superficiel chez les tortues au lieu et place de l'ovale antérieur que nous avons signalé chez la plupart des reptiles, subsiste chez le crocodile ; et il est, de plus, accru de toute l'étendue donnée en arrière à la voûte palatine par les hérisséaux soudés ensemble vers la ligne médiane. Dans ce cas, il n'était plus qu'une ressource pour que cette conformation *crocodilienne* fût accommodée au sort commun de tout canal nasal, c'est-à-dire pour que celui-ci obtînt un débouché nécessaire à portée du larynx, c'est que le canal nasal continuât à s'étendre intérieurement, et à se prolonger sous les hérisséaux, jusqu'à ce qu'il lui arrivât de les déborder à leur extrémité laryngienne : là sont, en effet, bien près de la base du crâne, les arrière-narines chez le crocodile.

Par conséquent, *quatrième* circonstance à constater.

RÉSUMÉ.

Ainsi sont quatre ordres de faits relativement au mode de formation du canal nasal, lesquels je résume ainsi :

1° Chez les poissons, l'entrée et la sortie existent en dehors de la face. Point de canal cranio-respiratoire, dont les éléments soient étagés en voûte palatine;

2° Chez les reptiles, et il faut en distraire les crocodiles, le canal nasal traverse le champ des os de la face et débouche dans le palais en avant des palatins;

3° Chez les animaux à sang chaud, les mammifères et les oiseaux, mais avec un caractère plus prononcé chez les mammifères, les ouvertures nasales postérieures débouchent derrière les palatins;

4° Et, enfin, chez les crocodiles, ces mêmes orifices se montrent tout à l'arrière-partie du crâne, étant pratiqués dans une gorge terminale des hérisséaux.

Article IV.

Application des vues précédentes aux animaux fossiles des environs de Caen.

Parvenu à cette généralisation des faits par mes études sur le crocodile, à une expression aussi nette et aussi précise de ses affinités naturelles, je me ressouvins qu'il existait de savantes publications sur un crocodile qu'on avait trouvé à l'état fossile dans la campagne de la ville de Caen. J'en allai voir quelques parties conservées dans nos galeries. Sur le morceau assez complet pour être déterminable, était un hérisséal entier. Mais quelle fut ma surprise de trouver cette pièce

sous une figure d'hérisséal de mammifère? surtout quand je ne pouvais méconnaître dans le morceau, tout auprès, en ses parties occipitales, des formes vraiment crocodiliennes. Cette proposition exige trop de développemens pour que je les donne aujourd'hui; j'y reviendrai dans le Mémoire suivant.

Cependant quelques rapports avec les mammifères, puis d'autres au même degré avec les crocodiles, et cela, à l'occasion d'organes portés au maximum de composition et de fonction, apportaient là des conditions mixtes, d'où sortent des indices certains pour les zoologistes. Or, ces indices sont toujours jugés des éléments non équivoques d'une nouvelle famille : j'établis donc, pour arriver à une détermination définitive du prétendu crocodile de Caen, un nouveau genre que j'appelai *teleosaurus*, c'est-à-dire saurien parvenu à un assez haut degré de perfection; entendant par-là rappeler les rapports de cette espèce perdue avec les animaux les plus élevés dans l'échelle zoologique.

Ce travail, que je présentai à l'Académie il y a cinq ans et qui fait partie des Mémoires du Muséum d'histoire naturelle, tom. XII, p. 97, n'a, que je sache, encore donné lieu à aucune remarque, et moi-même je l'avais entièrement perdu de vue : il ne m'est revenu à la pensée que tout récemment, et dans un voyage que j'ai fait à Caen, d'où je suis de retour depuis quelques jours. J'ai trouvé sur les lieux même, où sont enfouies les précieuses dépouilles des *teleosaurus*, de nouvelles lumières, que j'ai surtout puisées dans la riche et instructive conversation du professeur de la Faculté des sciences, à Caen, M. Eudes Deslongchamps. Un crâne presque entier d'un *teleosaurus*, qui est possédé et qui m'a été

généreusement communiqué par cet habile et profond naturaliste, est présentement sous les yeux de l'Académie.

Au fait, je n'avais eu autrefois, comme M. Cuvier, pour principal élément de détermination qu'une demi-tête osseuse, anciennement trouvée et donnée par feu M. Lamouroux, et je pouvais avoir fait quelque méprise. Fort heureusement cela n'a pas eu lieu; et puisque j'en ai présentement la certitude, après avoir consulté un assez bon nombre d'échantillons nouvellement extraits des carrières, j'en dois prévenir les savants qui s'intéressent à cette question véritablement très-curieuse.

Le temps me manque maintenant pour reproduire ici les six propositions qui, dans mon Mémoire déja cité, sont exposées avec détail et dont je me suis autorisé pour fonder le genre *Teleosaurus;* je ne manquerai pas, dans la suite de ces Mémoires, de les rappeler. Je m'en tiens aujourd'hui à compléter mon travail de 1825, en rapportant sommairement quelques-unes des observations que je viens de faire. Il m'est agréable d'avoir à dire que les nouvelles confirment les anciennes, dans ce sens qu'elles mènent au même résultat, c'est-à-dire qu'elles prescrivent également l'isolement générique des *Teleosaurus.*

Le *Teleosaurus*, que la disposition des ouvertures nasales postérieures derrière les palatins et l'existence des hérisséaux en manière d'apophyse ptérigoïde rapprochent des mammifères, montre la même ambiguité de rapports naturels dans deux autres systèmes organiques; dont, quant à ces animaux, il n'a encore jamais été question, savoir : les dents et les téguments.

1° *Les dents.* Bien que nous sachions que les dents sont,

chez les animaux, considérablement variées de forme et de position, nous ne pouvions nous attendre à leur combinaison nouvelle chez les *teleosaurus :* longues, un peu arquées, filiformes et nombreuses, elles sont remarquables comme rejetées, comme dirigées de côté. On les voit, présentant ce caractère, dans les figures 10, 11 et 12 d'une planche 7 qu'y a consacré M. le baron Cuvier (1). Il n'y a pas à présumer que cette position latérale puisse tenir à une sorte d'écrasement de la part des couches, à leur égard superposées : les alvéoles ouvertes sur la tranche même des maxillaires, dans le crâne récemment découvert, mettent cette curieuse considération hors d'incertitude et de contestation. Et comme il n'est nulle part de séries de dents, quelque prolongées qu'elles soient au-dehors des maxillaires, que des téguments ne s'étendent proportionnellement pour les recevoir, et que, de plus, dans notre nouveau sujet d'observation, les extrémités acérées des dents ont été parfaitement protégées contre l'usure et défendues de tout autre accident, il suit que des lèvres mobiles, extensibles, sans doute considérables, et telles que la baleine, l'ornithorinque, ou même l'hippopotame en offrent des exemples, revêtissaient le museau où existaient des dents aussi singulières.

2° *Téguments.* Le corps des *teleosaurus,* comme celui des crocodiles, était cuirassé, mais il l'était bien autrement et plus fortement. Les écailles, chez le crocodile, ne manquent point de répéter le caractère commun aux reptiles écailleux, savoir, d'être placées côte à côte : mais elles sont superposées ou imbriquées chez les êtres téléosauriens, ainsi que dans les

(1) Voyez *Ossements fossiles*, tome V, partie II.

poissons. C'est sur le dos que, chez les crocodiles, elles abondent au point même de ne pouvoir contenir dans l'emplacement qui leur est dévolu; à quoi il est pourvu par un plissement longitudinal sur le milieu de chaque écaille : chez les téléosaures, c'est le plastron ventral qui est le mieux armé : il est protégé par de nombreuses rangées contiguës de six écailles fortes, épaisses, plates et imbriquées à leur bord postérieur. Sur le dos, sont bien des écailles plus larges, mais elles sont seulement au nombre de deux par chaque rangée : il n'est d'écailles plissées que sur la partie supérieure de la queue.

Telles sont les écailles des êtres téléosauriens; c'est un arrangement qui répète ce qu'on voit chez les mammifères du genre *manis* ou pangolin. L'imbrication du bord postérieur réalise là aussi un fait des poissons, et cela dans une telle étendue que près du tiers de la surface se trouve recouvert par l'écaille antérieure. La partie cachée est lisse, et celle produite au jour n'est que semée d'excavations arrondies.

Or, pour tout zoologiste, au courant de la valeur du système tégumentaire comme caractère, il suffirait de ces différences dans l'ensemble des téguments pour séparer, à titre de familles, les animaux qui en montrent d'aussi grandes.

3° *Les organes du mouvement.* Ils restent à connaître. Cependant il y a tout espoir de les voir bientôt sortir d'un bloc considérable possédé par l'un des professeurs du collége de Caen, M. Tesson : ce bloc sera prochainement livré à mes recherches. Les *teleosaurus*, ayant vêtement de poissons, me portent au pressentiment qu'il sortira de ce bloc, non un poignet à griffes, comme est le pied du crocodile, mais plutôt une patte nageoire.

Je termine cette première lecture en prévenant que des

objets représentés en la planche VII des *Ossements fossiles*, il n'y a d'applicables au *teleosaurus* que les sujets figurés sous les nos 1, 2, 3, 4, 5, 10, 11, 12, 14 et 17. Ils avaient été trouvés fort près de Caen, au hameau nommé *Allemagne*. Les autres objets venaient de plus loin, de Quilly, sur la route et à moitié de la distance de Caen et de Falaise : ils proviennent d'une autre espèce, se rapportant à un autre genre que j'ai déja déterminé et nommé. J'en traiterai ultérieurement sous la dénomination de *steneosaurus*.

DEUXIÈME MÉMOIRE,

LU A L'ACADÉMIE ROYALE DES SCIENCES, LE 11 OCTOBRE 1830.

SUR

La spécialité des formes de l'arrière-crâne chez les crocodiles, et l'identité des mêmes parties organiques chez les reptiles téléosauriens.

PAR M. GEOFFROY SAINT-HILAIRE.

J'ai insisté dans ma première lecture sur toutes les conséquences classiques qui résultent chez le crocodile de l'étendue de son plafond palatin, de la grandeur et de la réunion sur la ligne médiane des dernières pièces osseuses, dites les hérisséaux, de la longueur excessive du canal nasal, et de la situation singulière des arrière-narines ouvertes près et au-dessous même du basilaire. Tant de différences forment un groupe de faits qui isolent à bon droit le crocodile, non pas seulement de quelques reptiles, mais de tous les êtres de la création. Et en effet, que de conséquences découlent d'arrangements aussi extraordinaires? Les muscles ptérigoïdiens, auxquels les os hérisséaux procurent un bord si étendu et des points d'attache si multipliés, deviennent, appliqués au mouvement des maxillaires, d'une puissance excessive. Trop considérables pour être logés par dessous le crâne, ils en occupent la par-

tie postérieure, où ils sont refoulés et alors engagés dans les muscles cervicaux, grossissant par cette introduction anomale la moitié antérieure du cou. Employés à soulever la mâchoire supérieure, c'est-à-dire à élever la tête, qu'on sait contenue entière entre les branches maxillaires, ils agissent en même temps sur la mâchoire inférieure pour lui imposer une presque parfaite immobilité. De tous ces efforts simultanés, il résulte que la bouche se trouvant ouverte à angle droit, la respiration en est favorisée, ou mieux, est vraiment gouvernée d'une façon toute nouvelle. Les narines extérieures, ouvertes ou fermées à volonté, entrent dans des fonctions réciproques avec la langue, qu'on croit dans une adhérence fâcheuse avec ses enveloppes subjacentes, mais qui étant au contraire plus complètement appuyée dans toute son étendue, n'en est que plus puissante à se ramasser à son fond, à commander les mouvements du larynx, et à s'intéresser pour sa part à la circulation du fluide respiratoire. Le larynx est appelé, par la situation des arrière-narines, à saisir et à envelopper avec plus de précision la terminaison du canal nasal, et décidément à amener des dispositions, desquelles résulte que de l'air entre par diverses issues, tantôt dans le canal aérien et tantôt dans le canal œsophagien, avec pouvoir de s'y accumuler et d'y demeurer condensé pendant quelque temps; d'où naît pour le crocodile l'avantage de s'approvisionner allant en chasse.

Ce sont là autant d'actions, autant de résultats physiologiques impossibles avec des arrière-narines ouvertes vers le milieu du crâne, autant de combinaisons qui n'étaient point compatibles avec l'organisation des *teleosaurus*, plus près des mammifères sous ce rapport.

Ce point apprécié à sa valeur, on en tirerait la conséquence que les *teleosaurus* sont à une très-grande distance des *crocodiles;* s'il n'était point un autre caractère qui les rapproche, qui constitue une autre et toute puissante ordonnée, et dont on puisse dire que là est plus justement le cachet *crocodilien* par excellence. Je veux parler de l'organe de l'ouie qui présente, chez le crocodile, des conditions si nouvelles et surtout si inattendues, que je serai sans doute excusé d'entrer dans les détails suivants.

Déja nous avons parlé de l'attention que M. de Blainville avait accordée à l'une de ses parties, à la pièce dite la caisse, ou l'os tympanique, et que nous avons nommée *énostéal.* Sa grandeur et sa fixité dans le crâne entrèrent pour beaucoup dans les motifs qui portèrent notre savant confrère à établir l'ordre *émydo-saurien.* Où se rend cette pièce du côté interne? Il me semble entendre le moins instruit des anatomistes répondre sans hésiter : sur le rocher; car c'est là où se porte tout naturellement le conduit auditif. L'analogie ne saurait être ici douteuse; je crois qu'elle inspire à bon droit. Mais cependant qui a vu tout le rocher du crocodile? Il y a mieux; tous les compartiments en sont décrits avec savoir et grande exactitude, mais seulement comme on aurait pu faire d'une maison dans laquelle on aurait dressé un exact inventaire et sans qu'on puisse dire où est cette maison, quelle est son étendue, quel est son lieu, où sont ses limites, pourquoi elle est circonscrite. On doit beaucoup aux recherches de M. Cuvier sur ce point (1); et en effet, il a exploré tout l'intérieur de l'organe avec ce talent d'investigation et

(1) Cuvier : Ossements fossiles, 2^{e} édition, tome 5, partie 2^{e}, p. 80.

de sagacité qui le caractérise. Mais la pièce, il la suppose, il la nomme, il résume ce qu'il en sait en ces termes : *Le rocher est à la même place et remplit les mêmes fonctions que dans les mammifères, seulement le labyrinthe s'étend dans les os voisins.* C'est-à-dire qu'il est encore une autre pièce qu'il ne montre pas, qu'il ne désigne point par une lettre indicative, ce qu'il ne manque point de faire pour toutes les autres pièces voisines, savoir : son *mastoidien* par *n*, l'*occipital latéral* par *s*, l'*occipital supérieur* par *q*, son *temporal* par *x*, la *caisse* ou l'*énostéal* par *o*, et le *pariétal* par *p*. Tous les os séparés sont appelés : il ne reste rien à adjuger à celui des rochers contenant le labyrinthe; pour celui-ci (1), j'avais usé, dans de premiers essais, de la ressource de supposer ce rocher soudé à l'un des os ici désignés. L'avait-on aussi comme moi implicitement admis? Avec quel os l'aurait-on tenu pour réuni? De ces inexactitudes sont sortis des jugements qui sont, je crois, à réformer, *que ni la caisse ni le rocher ne suffisent à loger la cavité tympanique et le labyrinthe.* Oss. foss., *loco citato*, p. 81. Nous aurons tout à l'heure occasion d'établir que toutes choses sont dans le crocodile convenablement quant à leurs os respectifs, et qu'ainsi toutes se suffisent conformément à leur destination analogique.

Certes, bien qu'on ait habilement décrit les détails intérieurs des rochers du crocodile, l'on n'en a découvert ni assigné tout l'emplacement. Car alors l'on se fût abstenu de relater des anomalies invraisemblables, comme de croire

(1) Il ne peut être, dans tout ceci, question d'une lame rochéenne située latéralement et inférieurement entre les grandes ailes et les occipitaux, qu'on a jusqu'ici considérée comme étant le seul et entier rocher des crocodiles.

que le labyrinthe pouvait exister dans d'autres os voisins, puisque c'était le cas d'insister sur l'existence d'un fait principal, d'une rencontre et réunion insolites, c'est-à-dire de ce que je suis bien tenté de proclamer comme l'évènement *crocodilien* par excellence. Ce fait, aussi inattendu qu'admirable dans sa conformité avec les principes de la loi des connexions, va devenir à son tour explicable par rapport à des os voisins méconnus dans leur essence, c'est que les deux rochers d'en haut sont chacun parvenus à se rendre sur la ligne médiane, et à se souder, soit entre eux et soit encore en arrière avec l'occipital supérieur, qui devient à leur égard une muraille extérieure.

Cependant combien l'on est excusable de n'avoir point distingué une exception aussi remarquable, une aussi singulière déviation des cas ordinaires. Et en effet le moyen de s'attendre que la base du crâne, seule partie élargie de la tête des crocodiles, serait constituée par un bandeau transversal passant par dessus le cerveau, par les deux oreilles jointes bout-à-bout et faisant partie de ce bandeau? Je fais cette remarque pour appeler l'indulgence sur des efforts qui ont duré vingt ans, sur des investigations commencées en 1807, sur des hésitations malheureuses n'ayant abouti que bien tardivement à la détermination que j'ai publiée dans les Annales des sciences naturelles, cahier de novembre 1827. Dernière tentative sans doute, car je crois avoir cherché et épuisé toutes les combinaisons pouvant faire rentrer l'exception dans la règle.

Nous nous exprimons avec surprise, et nous nous élevons même presque jusques au reproche d'anomalie, quand nous rencontrons ces cas extraordinaires où quelques orga-

nes associés pour des fonctions communes ne se maintiennent point dans un volume réciproquement convenable et proportionnel. Et en effet, qu'on songe à ce qu'il est exigé de sacrifices ailleurs, pour qu'un des organes des sens, celui de l'ouïe, comme dans le cas que nous examinons, s'étende en travers d'un bout à l'autre de la tête, et cela à la partie la plus large de l'arrière crane; pour que cet organe ainsi modifié tienne toutes les parties encéphaliques rangées comme sous une arche de pont. C'est là sans doute un fait gravement anomal, une composition arrivée à ce maximum de désordres, dont nous disons que se forment les faits de la monstruosité. On se garde toutefois d'y classer de telles anomalies, parce que ces écarts, tout en introduisant dans le système crânien un principe insolite d'une bizarrerie frappante, n'y apportent rien qui empêche l'animal d'être viable.

J'ai, dans mes études sur la monstruosité, observé un cas analogue et que j'aurais dit un cas *crocodilien*, si ce n'était que le bandeau auriculaire, s'étendant de droite à gauche, existât par dessous, et non en dessus du cerveau. J'ai appelé ce genre *sphénencéphale* (1), de ce que le fait, qui a rapproché les oreilles et les a amenées à se souder vers le centre, tenait à un plissement, à une sorte d'enroulement du sphénoïde postérieur. Dans ce cas, les palatins et d'autres organes des sens sont déviés et tourmentés, de manière qu'une nouvelle et vicieuse association des parties organiques soit seulement réalisable dans l'utérus : un embryon n'est passible de cet arrangement, que quand il est flottant et

(1) Geoffroy-St.-Hilaire. *Philosophie anatomique*, t. II, p. 98.

respirant dans le fluide amniotique : l'on sait présentement qu'un tel accord dans la disposition des parties, cesse au contraire de persévérer, le sujet entrant dans une seconde époque, c'est-à-dire quand il est livré aux nécessités de la vie dans le monde atmosphérique. Ainsi, comme chez le crocodile, un principe insolite d'une bizarrerie frappante se montre introduit dans le système cranien du sphénencéphale ; mais de plus il s'y trouve frappé de stérilité quant aux fonctions vitales, alors qu'arrive l'époque où l'animal est versé dans le monde aérien. Nous disons d'un tel animal, sans capacité pour une seconde existence, qu'il n'est pas né viable. Cependant qu'y a-t-il là de plus que chez le crocodile pour le faire considérer comme un monstre? uniquement cette circonstance d'incapacité pour la vie de relations.

L'on voit, par ce qui précède, que pour comprendre l'excès de désordres apparents qu'apportent dans l'organisation des crocodiles la conjonction, la fusion et la disposition en arche de pont de leurs deux rochers d'en haut, et pour leur trouver un équivalent, il faut aller puiser dans les complications les plus hétérogènes de la monstruosité. Les crocodiles, comme les seuls animaux qui soient passibles de cette dérogation à la règle commune, sont néanmoins viables, et ils restent normaux dans ce sens qu'ils se reproduisent par voie de génération. Voilà comment ils possèdent en cela un caractère qui les écarte à grande distance de tous les êtres de la création ; comment soumis à la nécessité du principe des connexions, c'est-à-dire astreints à l'obligation du retour invariable et des mêmes pièces et d'un semblable enchevêtrement de ces pièces, ils constituent ce système particulier que

j'appelle *crocodilien*. La position des rochers devient ainsi une condition dominatrice qui appelle, afin qu'elle soit à son égard en parfaite harmonie, la simultanéité de position relative de toutes les pièces du voisinage.

Tels sont les faits qu'il nous importait de soumettre à une analyse approfondie, afin de faire reposer la détermination des *téléosaurus* et des *sténéosaurus* sur quelque chose de parfaitement senti.

Par conséquent, c'est comme un cachet *crocodilien* qui résulte ici de la jonction et de la fusion des rochers en dessus du cerveau; ainsi sont là des conditions nouvelles pour un autre système cranien, alors que le rocher supérieur manque à sa position ordinaire, qu'il cesse d'être maintenu sur les flancs. Les autres pièces d'à côté suivent le même sort; de latérales qu'elles sont ordinairement, elles gagnent le plafond : ainsi le post-rupéal (*rocher supérieur*) entraîne à sa suite, c'est-à-dire à la région supérieure du crâne, le temporal (*mastoïdien de M. Cuvier*), et en avant de cet os, une des portions du bord orbitaire, ou le jugal (*frontal postérieur de M. Cuvier*) : le pariétal, qui forme le couronnement de la région encéphalique, et qui chez les autres animaux, afin d'atteindre les pièces de la fosse temporale, se courbe sur elles et les va trouver sur les flancs, n'est plus dans ces rapports chez le crocodile. Ces mêmes pièces, le jugal et le temporal (1), ayant gagné la haute région du crâne, ne laissent au pariétal que la chance de s'interposer entre elles, à titre d'une lame plane; ce qui a lieu effectivement. Au moyen de cet arrangement, les yeux sont verticaux, aussi bien que la fosse

(1) Voyez *pl. I^re des crocodiles*, fig. 1 et 8, les lettres O et P.

existant derrière, et que l'on ne peut éviter de désigner sous le nom de fosse temporale; car tout vide derrière la fosse orbitaire est nécessairement celui de la fosse des tempes : par conséquent, ces grands trous verticaux derrière les orbites (1), remplaçant des enfoncements analogues ordinairement existant sur les côtés, aussi désordonnés qu'ils le paraissent, ne sont toutefois que maintenus à la place que leur assigne la règle des connexions; c'est-à-dire que le temporal garde sa position supérieure à l'égard de l'énostéal ou os tympanique; ce qui ne serait point dans la détermination, qui le donne pour un os mastoïdien. Le jugal n'est aussi qu'à sa place ordinaire, entre l'œil et la fosse temporale: car y formant toujours une partie de l'orbite, il se lie extérieurement avec une portion du maxillaire, intérieurement avec le frontal, et postérieurement avec le pariétal et le temporal; ce qui ne peut se dire également d'une autre pièce de l'arcade maxillaire (2) et donnée sous le même nom de jugal par M. Cuvier. Il y a chez les crocodiles deux arcades, l'une supérieure *jugo-temporale*, l'autre inférieure *maxillo-tympanique*, qui restent entre elles dans un parallélisme et des relations nécessaires, mais dont la superposition n'est aussi manifeste que dans les animaux, chez qui les maxillaires sont prolongés au point de gagner et même de dépasser l'étendue du crâne. C'est une sorte de

(1) Voyez *même planche I^re*, et fig. 1 et 8, les lettres *v'*, *v''*.

(2) Telle est la portion orbitaire du maxillaire que j'ai nommée *adorbital*. Dans les cas de grandeur excessive des maxillaires, elle acquiert un volume proportionnel, et elle est entraînée de devant au-dessous de l'œil. Le jugal est reculé d'une distance proportionnelle et ne se montre plus qu'en arrière eu égard à la fosse orbitaire.

plissement ou plutôt de concentration sur la ligne médiane, mais dans un ordre inverse à ce que nous avons remarqué chez les monstres sphénencéphales, qui occasionne ce résultat; les parties sont à la région supérieure renversées sur le centre de dehors en dedans : de là, chez le crocodile, l'arcade maxillo-tympanique ou ce qui y correspond chez les mammifères, passe d'une situation inférieure tout en dehors et devient le flanc de la tête, quand l'arcade jugo-temporale, étant latérale ailleurs, mais se trouvant ici remontée plus haut, devient à son tour un bord tranchant pour tout le sommet applati du crâne.

Tout dans ces nouveaux arrangements n'est qu'à sa place : par conséquent, toute chose, y étant et respectivement et convenablement bien coordonnée, offre les dispositions les plus simples, dont on prend une très-facile connaissance, si l'on se place sur le théâtre de l'ordonnée générale, je veux dire si l'on donne attention à toutes ces relations, soit qu'on les suivent du centre à la circonférence, soit qu'on les observent des rochers sur les parties temporales.

De la discussion développée dans ce second Mémoire, il suit qu'une principale modification survenue au système cranien des crocodiles est dans l'immédiate dépendance de l'état des rochers soudés ensemble et portés au-dessus du cerveau : tout l'arrière-crâne est disposé en conséquence. Mais dans mon premier Mémoire, j'avais déja fait connaître une autre modification non moins singulière, exerçant tout autant d'influence, mais sur un autre système, sur celui de la respiration. Qu'on veuille bien se rappeler ce que j'ai dit dans mon premier Mémoire du canal nasal ou canal cranio-respiratoire. Or ces deux grandes modifications qui ont pu s'accorder ensemble, et qui, en s'accommodant l'une de l'autre dans les crocodiles, devien-

nent une double donnée pour leur isolement comme famille, ne sont cependant point dans une dépendance réciproquement nécessaire. Il y a mieux ; cette indépendance comme tenant à l'essence des choses, est même plus manifeste dans le crocodile, chez lequel on voit d'une part l'oreille, appelée plus qu'ailleurs à s'isoler, à la région supérieure et vers la fin de l'arrière-crâne ; et d'autre part le museau, qui réunit les organes du goût et de l'odorat et qui est ainsi disposé à former un bec, n'être fixé que par un étroit pédicule aux autres parties de la face.

Cependant si l'esprit a décidément saisi qu'il n'est là qu'une simple relation de continuité, comme cela se voit dans la seule convenance des anneaux d'une même chaîne, il a déja aperçu qu'une construction plus simple pourrait faire partie des combinaisons infiniment variées des productions de la nature. Et en effet le problème le plus difficile n'est-il pas déja résolu chez le même être au moyen de deux combinaisons également extraordinaires ? Descendre de là à la prévision, que l'une sans l'autre se trouvera à plus forte raison, se présente tout naturellement à l'esprit. Voilà ce qui est effectivement réalisé et ce qui l'est de deux manières différentes. Car ou bien le canal nasal et le palais sont agrandis démesurement en longueur, quand le système auriculaire est retenu dans ses dimensions ordinaires ; et je puis citer comme un exemple de ce cas le tamanoir, *myrmecophaga jubata ;* ou au contraire, c'est le système auriculaire qui acquiert un volume considérable, tout en s'accommodant des dimensions moyennes du palais et du canal cranio-respiratoire. Cette dernière combinaison remarquable dans les êtres téléosauriens devient des éléments caractéristiques pour une nouvelle famille ; des éléments d'une puissance et d'une valeur

à rendre en effet obligatoires les distinctions zoologiques de cette famille, c'est-à-dire l'érection des genres *téléosaurus et sténéosaurus.*

Portons plus loin ces réflexions. L'indépendance de ces deux combinaisons anormales existe de fait : elle nous est révélée par l'organisation des sauriens fossiles du calcaire de Caen. Mais de plus, voyons que cette indépendance résulte de la nature des choses. Le système auriculaire en gagnant les hautes régions de l'arrière-crâne, dans les crocodiles et les téléosauriens, pouvait sans inconvénient demeurer étranger au palais et au canal cranio-respiratoire, situés en devant et inférieurement : car chacun de ces systèmes a pu très bien, à son heure des développements, s'accommoder des conditions très diverses de son monde ambiant. Les téléosauriens ont vécu autrefois sous l'influence de modificateurs autres que ceux sous l'action desquels sont aujourd'hui placés les crocodiles. Effectivement, autres étaient ces modificateurs sous le point de vue de leurs conditions thermométriques, hygrométriques et eudiométriques. Tel état de l'atmosphère a donc pu favoriser le développement de tel organe des sens, et au contraire sous l'exercice d'une autre constitution atmosphérique, la modification aura gagné de préférence un autre appareil. A d'autres époques, caractérisées par de grands changements dans la constitution de l'univers, appartiennent sans doute ces diversités de l'organisation; et il est alors tout simple d'admettre que l'état eudiométrique de l'atmosphère ayant changé, les modifications ressenties par l'organisation auront été partielles dans de certaines régions du crâne et auront pu exercer leur plus grande influence sur le canal qui sert de conduit à l'élément respirable.

Mais laissons les conjectures pour nous en tenir à ce qui est d'observation dans les considérations précédentes. Sont là, du moins, deux groupes de faits, qui réunis chez le même animal constituent les caractères de la famille des crocodiles, et qui, séparés au contraire dans un autre système organique, deviennent des éléments de détermination applicables aux téléosauriens. Or, c'est là un résultat d'une importance à m'engager d'y revenir, à me faire un devoir d'y beaucoup insister: et en effet, de telles conséquences doivent profiter également à deux sciences, la zoologie et la géologie.

Effectivement, il importe aux *zoologistes* d'être fixés sur cette circonstance, que le système organique des sauriens se trouve rapproché de celui des mammifères par un chaînon qui lie ce qu'on croyait à toujours séparé; et ensuite aux *géologistes,* que ce fait important d'un être intermédiaire occupant le milieu d'un large intervalle est acquis par la résurrection d'un animal perdu. Ce fait mis en regard de ceux fournis par d'autres sauriens également anté-diluviens, tels que les *mososaurus,* les *plesiosaurus,* les *icthyosaurus, etc.* contribuera pour sa part à montrer que l'organisation, d'où la vie résulte, principalement celle des premiers habitants de la terre, commença sous le ressort d'excitations, sous l'empire d'influences, autres que celles qui président actuellement aux arrangements de l'univers; pouvoir de réaction qui a varié sans doute insensiblement, et dans la raison des modifications subies successivement par le globe lui-même.

Ainsi, les téléosauriens se montrent, au moyen de caractères aussi précis qu'incontestables, et constituent une famille réunissant des formes animales d'une association jusqu'alors

inconnue; et de plus, pour arriver à nous, ils sortent des abymes où les évènements diluviens avaient déja précipité la première manifestation des êtres organisés.

Je n'ai point encore observé assez d'échantillons pour être assuré qu'il a existé plusieurs espèces dans le genre *téléosaurus:* on doit le présumer. M. Lamouroux avait témoigné le désir, dans un article imprimé à Bruxelles (1), que l'animal fossile de Caen fût inscrit dans nos tables zoologiques sous un nom spécifique, et il avait proposé celui de *cadomensis*. J'ai respecté ce vœu d'un des premiers auteurs de la découverte du fait, dans mon premier essai de détermination à la date de 1825 (2); ainsi le *teleosaurus cadomensis* a ce nom dans la science, toutefois provisoirement: la découverte d'une autre espèce pourra obliger de changer le qualificatif *cadomensis*.

Si nous devions nous en tenir aux faits qui viennent d'être exposés, il faudrait insister sur une conséquence qui en découle, c'est qu'entre l'organisation des *téléosaurus* et celle des animaux qui s'en rapprochent le plus, les crocodiles, il existe une lacune fort étendue; cela n'est pas. La série zoologique se complète en chaînons intermédiaires, au moyen d'un autre genre que nous aurons à faire connaître, et que déja, dans notre travail de 1825, nous avions désigné sous le nom de *sténéosaurus*. Nous verrons que ce genre est exactement intermédiaire entre nos *téléosaurus* et le démembrement du grand genre Crocodile, dont j'ai traité sous le nom de *gavialis*, et qui reste formé des crocodiles à bec, ou des gavials du Gange.

---

(1) Annales des sciencés physiques, tom. III, p. 163.

(2) Mémoires du Muséum d'histoire naturelle, t. XII, p. 145.

Le nouveau genre *sténéosaurus* est en outre justifié par l'existence de plusieurs espèces : à Caen, j'en connais deux bien distinctes; à Honfleur, une troisième. Le crocodile fossile du cabinet de Genève est encore une autre espèce se rapportant aussi au genre *sténéosaurus*.

Après le travail de descriptions et de déterminations de toutes ces espèces téléosauriennes (1), je les montrerai dans un résumé, sous le point de vue de leurs faits pour une philosophie géologique. Là je compte mettre à profit la distinction de chaque sorte de ces formes animales, pour les présenter atteintes par le cours des siècles et par les modifications successives survenues dans les conditions matérielles du globe, atteintes et précipitées dans le gouffre des révolutions antédiluviennes. Je montrerai ces formes remplacées insensiblement par d'autres, qui n'auraient pu s'accommoder de l'ancien ordre des choses, et qui sont venues continuer à leur tour toute cette couche d'organisation animale et végétale dont se compose la croûte du globe terrestre; parties changeantes et qui, à raison de leur mobilité extrême, sont à la surface de la terre et pour en constituer l'écorce, comme autant de rides toujours agissantes et constamment pleines de vie.

---

(1) J'emploie ici et j'ai déja employé le mot *téléosaurien* dans un sens plus étendu que celui de téléosaure (*teleosaurus*). Les téléosaures forment l'un des genres, et le plus remarquable sans doute, de la grande famille des *téléosauriens*, dans laquelle seront pareillement compris les sténéosaures (*steneosaurus*) et deux autres genres, que je ferai connaître plus tard.

Commentationes Societatis ... 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12. 13. 14. 15. 16. 17. 18. 19. 20. 21. 22. 23. 24. Cingulicus. 1-7 ad 16. C biporcatus. 2 C sulcus. 3 g m 20 21 C sulcops. 4 C vulgaris. 10 11 16 17 18 19 C lucius. 12 C palpebrosus. Nomenclatura. A protospheno-cerebral. B cerebro-temporal. C ethmospheno-cerebral. D entospheno-cerebral. E hypospheno-cerebral. C basispheno-cerebral. H postparietal. K interparietal. L addental. M lacrymal. N palpebral. O jugal. P temporal. Q prærbital.

Fig. 1.

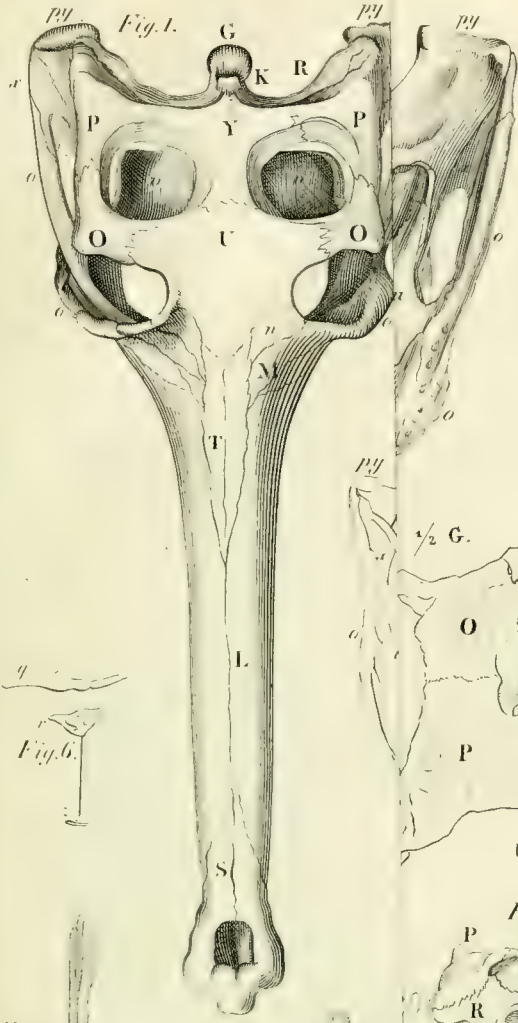


Fig. 6.

Fig. 11

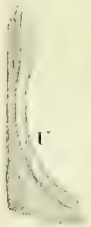


Fig. 12

Fig. 4.

Fig. 5.

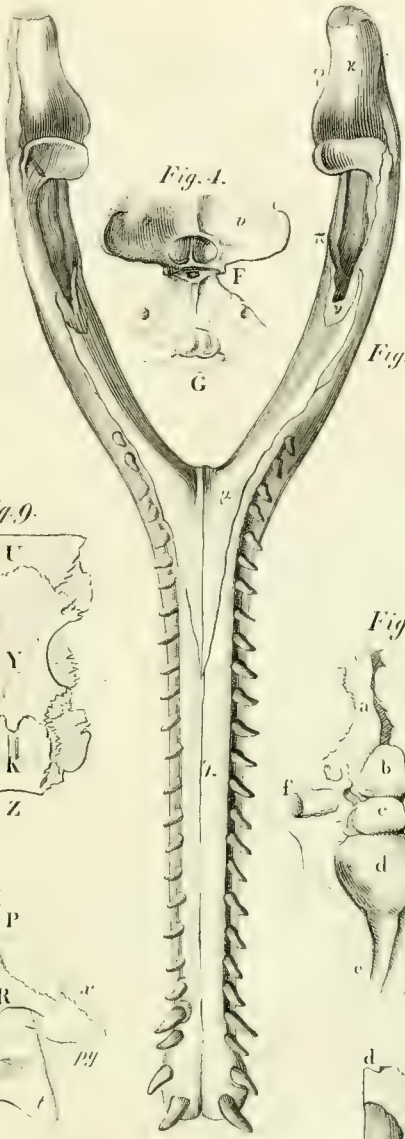


Fig. 9.

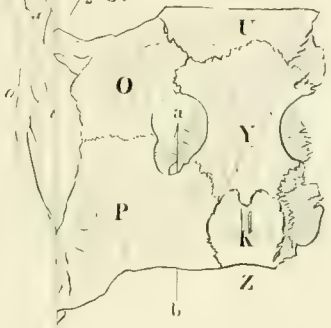


Fig. 10.

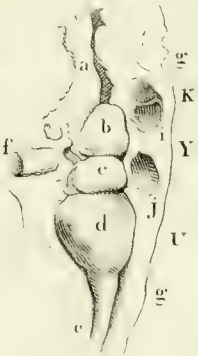


Fig. 15.

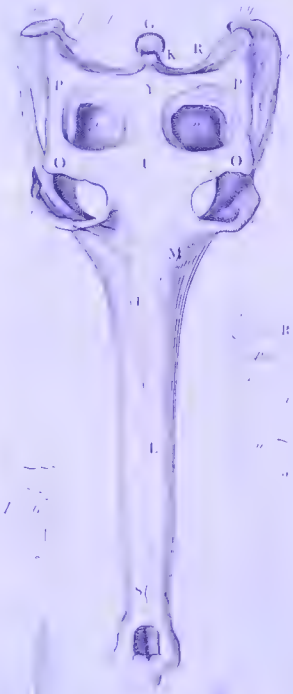
Fig. 17.

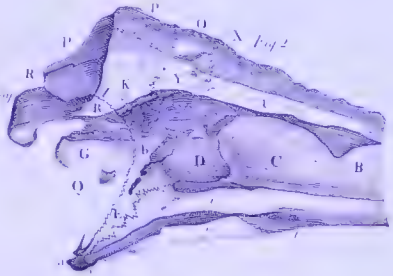
Fig. 22.

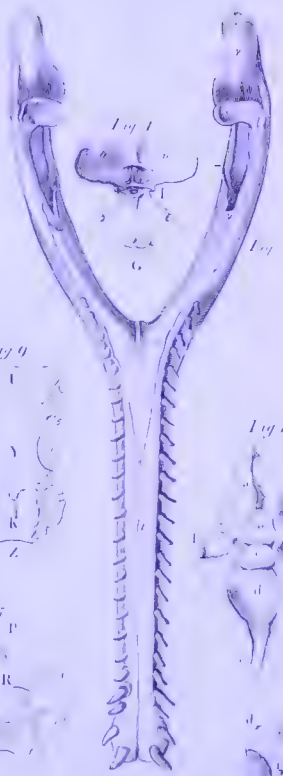
Fig. 23.

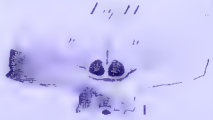
Fig. 16.

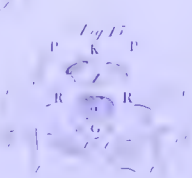
PARTIES CRANIENNES DES CROCODILES. PL I

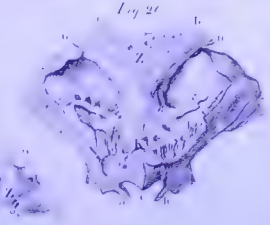


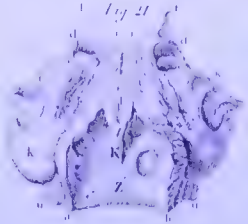


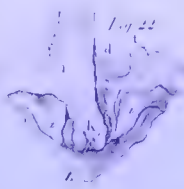


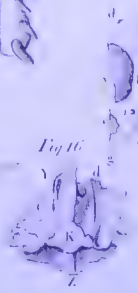












TROISIÈME MÉMOIRE,

LU A L'ACADÉMIE ROYALE DES SCIENCES, LE 9 MAI 1831.

SUR

Des recherches faites dans les carrières du calcaire oolithique de Caen, ayant donné lieu à la découverte de plusieurs beaux échantillons et de nouvelles espèces de téléosaures.

PAR M. GEOFFROY SAINT-HILAIRE.

DANS le voyage que je viens de faire pour visiter les carrières de Caen, j'ai acquis un si grand nombre de documents sur les animaux fossiles de ce pays, et j'aurai à produire tant de faits particuliers, que je m'empresse de prévenir l'Académie que j'userai dans mes communications de la plus grande discrétion. Mais tout en voulant éviter de fatiguer l'attention, j'exprime le désir qu'on veuille bien entendre le précis de mes nouvelles recherches. Je viens de déposer sur le bureau plusieurs échantillons précieux et de fort beaux dessins faits sur les lieux et sous mes yeux. J'avais emmené pour me seconder dans mon excursion zoologique, M. Werner, peintre attaché au Muséum d'histoire naturelle. L'Académie pourra juger, sur le nombre de ces dessins et de ces échantillons, de l'étendue des nouvelles recherches : je me hâterai à mettre en état les rédactions devenues nécessaires.

Quand j'étais borné aux seuls matériaux dont j'avais la disposition il y a six mois, alors que j'avais déja tenté de donner une détermination rigoureuse des grands sauriens trouvés aux environs de Caen et jusqu'ici attribués au genre des crocodiles, on pouvait continuer d'appliquer l'ingénieuse comparaison que c'était là quelques médailles frustes propres à exercer notre sagacité, et qu'il fallait s'essayer à déchiffrer pour restaurer, et au besoin même pour reconstruire à neuf toutes ces anciennes compositions de la nature animale, successivement emportées par les dévorantes révolutions de la terre, ou peut-être seulement modifiées par d'insensibles changements. Mais au moyen de la riche moisson que je viens de faire, je suis vraiment dispensé de toute cette sagacité recommandée. La nature, plus libérale dans cette occasion qu'elle ne le fut jamais, ne s'est point tenue à ne nous livrer que des débris, pouvant laisser une si grande part au doute; ce sont des animaux entiers, non pas seulement appartenant à une espèce, mais à plusieurs, que je viens d'observer : là n'était pas uniquement des squelettes sans aucune partie dérangée, mais des êtres montrant de plus encore les pièces de leur système tégumentaire. Leur peau était formée d'écailles osseuses, pour la plupart imbriquées et distribuées en deux carapaces; l'une protégeant le dos, et l'autre plastronnant le ventre.

En octobre 1830, j'avais pu, sur le témoignage d'une certaine forme du canal cranio-respiratoire, comme sur la circonstance vraiment ichtyologique que révélait la disposition des écailles osseuses, m'abandonner aux conséquences de cette nouvelle manifestation des formes animales. En comprenant ce que toutes les parties d'un animal exigent d'ac-

cords pour que chacune en reçoive le principe de l'unité d'actions et de mouvements, j'avais admis qu'une conformation aussi nouvelle sur un point s'était nécessairement propagée telle dans toutes les autres parties non encore étudiées. Ainsi s'était faite mon opinion que j'avais eu sous les yeux un animal marin et non plus un crocodile des fleuves; d'où ce pressentiment que je ne me fis pas difficulté de produire, savoir: que les pieds qui n'avaient point encore été retrouvés seraient reconnus disposés et habiles à fonctionner comme une nageoire. On verra plus bas que ma présomption d'alors est un fait présentement à peu près acquis.

Mes recherches auront pour résultat d'établir que les grands sauriens des bancs oolithiques qui entourent la ville de Caen, attribués jusque-là au crocodile, n'ont point vécu à la manière des amphibies, tantôt à terre et tantôt dans des rivières ou des lacs d'eau douce. Animaux de la mer, aussi bien que les *ichtyosaurus*, et contemporains des cornes d'ammon, des gryphées, des nautiles et généralement de ces coquilles marines dites les ammonées, dont les dépouilles constituent l'un des plus anciens et des plus importants dépôts dans la mer et par la mer, ils forment, pour ce qui s'est conservé d'eux, et ils sont une partie de ces mêmes dépôts, aujourd'hui désignés sous le nom de terrain secondaire ou de formation jurassique. Ainsi ces grands sauriens vivaient dans un temps où très-probablement les crocodiles n'eussent pu respirer à l'aise, c'est-à-dire, n'auraient pu encore exister. Car nous ne devons pas perdre de vue, dans toutes ces recherches, le principe qu'il n'y a d'organisation animale possible que sous l'action et la toute-puissance du phénomène de la respiration, et que les animaux deviennent, par la répartition très-

variable des fluides dont ils sont formés, ce que décide à leur égard la nature du milieu respiratoire.

Toutefois des faits où je désire répandre une vive lumière, et surtout de ceux que j'ai recueillis à Caen, je n'entends pas conclure qu'il n'existe nulle part de vrais crocodiles fossiles. Je m'en tiens à cette proposition : les grands sauriens de Caen, qu'on trouve dans le calcaire marin de la formation jurassique, diffèrent, zoologiquement parlant, du type crocodile. Intermédiaires entre les ichtyosaures et les crocodiles, ils ont commencé d'être, lorsqu'allaient disparaître les ichtyosaures : on les trouve encore mêlés dans le même terrain. Or c'est ce qui n'est pas quant aux crocodiles ; car pour retrouver de ces animaux à l'état fossile, il faut les aller observer dans des terrains de troisième formation; là où se rencontrent ces genres, parmi lesquels une partie des espèces sont aujourd'hui vivantes et quelques autres entièrement perdues ; tels sont les éléphants, les rhinocéros et tant d'autres animaux, dont quelques-uns n'existent plus, quand des espèces du même genre ont pu toutefois, en se modifiant faiblement, accepter des conditions jusque-là différentes pour elles de notre actuel monde ambiant.

Ainsi ce sont de vrais crocodiles dans l'état fossile que les grands sauriens que l'on a trouvés dans les plâtrières de Montmartre, dans l'argile plastique d'Auteuil, dans la craie de Meudon, dans les marnières d'Argenton, dans le gravier de Castelnaudary, dans les lignites de la Provence, au Mans et à Brent-fort. Leur forme les rapproche des crocodiles à court museau ou des caïmans. Mais quant à nos crocodiliens fossiles qui se distinguent par un bec effilé, comme est le long museau des gavials, ils sont d'une famille plus reculée

dans les périodes séculaires ou âges du monde : l'objet de ces Mémoires est de démontrer qu'il les faut rapporter à un type différent et nouveau, au type *téléosaurien*.

Ainsi appartiennent à ce type, qu'il faut déja subdiviser en plusieurs genres, le gavial de Monheim décrit par Sœmmering, celui de Collini reproduit par Faujas, les gavials du Havre et d'Honfleur, ceux de Bauder, d'Hugi, etc., le prétendu crocodile fossile du cabinet de Genève, celui des environs de Boll dans le Wurtemberg, et enfin tous les sauriens du calcaire oolithique de la Basse-Normandie.

Alors, ces rectifications faites et ce nouvel ordre introduit, c'est-à-dire chaque animal se trouvant restitué à sa période séculaire, comme en même temps replacé à son rang zoologique, ce ne sera plus *une chose remarquable*, comme on l'a dit, une objection sérieuse et fâcheuse, que *la présence d'un être éminemment d'eau douce, tel que le crocodile, dans les couches de la formation du Jura* (1). Mais tout au

(1) Cette observation (Oss. foss. t. V, part. II, p. 142) précède de quelques paragraphes le passage transcrit ci-après, au sujet des terrains contenant les sauriens fossiles de la Basse-Normandie. Ces terrains sont plus anciens que la masse immense de craie qui repose sur eux, et qui, s'élevant en falaises de cinq et six cents pieds de hauteur, forme tout le pays de Caux, une partie du pays d'Auge, et s'étend en Picardie, en Champagne et dans tout le sud-est de l'Angleterre. « Les os qui s'y trouvent appartiennent donc à des couches bien antérieures à celles qui recèlent les os de « quadrupèdes, même les plus anciens, comme sont nos gypses des environs de Paris, puisque ces gypses reposent sur le calcaire coquillier le « plus commun, lequel repose lui-même sur la craie. »

Ainsi les caïmans fossiles mêlés au gypse de Montmartre, peuvent être apportés en preuve que des crocodiles avaient eu le temps d'apparaître et

contraire, la généralité qui était démentie dans la remarque précédente, reparaît dégagée d'une de nos erreurs, pour offrir son caractère philosophique aussi bien à l'histoire naturelle des animaux qu'à celle des couches de la terre.

Cependant la famille téléosaurienne se composait-elle, sous le point de vue des habitudes, d'animaux de pleine mer ou d'espèces littorales ? Je puis aborder cette question, entendant toutefois la traiter restreinte à l'une des espèces de Caen : car je soupçonne que le *crocodilus priscus* ou le gavial de Sœmmering, bien qu'il appartienne par les conditions d'organisation les plus générales au type téléosaurien, n'est toutefois, ni un vrai *téléosaurus*, ni un *sténéosaurus :* il renfermerait ainsi les éléments d'un nouveau genre à former (1).

Mon excellent ami, et sur les lieux, mon savant collaborateur le professeur Eudes Deslongchamps a trouvé mêlés aux ossements d'un téléosaure des cristaux, dont il n'y a de semblables qu'à d'assez grandes distances du calcaire de Caen. Ces cristaux qui consistaient dans une demi-douzaine de fragments, et qui ensemble pesaient un peu moins d'un kilogramme, sont : 1° Des portions de quartz dont les angles et les bords sont usés ou abattus, non point toutefois autant que dans les pierres dites cailloux roulés : 2° un assez fort et assez gros cristal de feld-spath dont les bords sont également usés, mais moins que ceux des cristaux de quartz. Trouvés mêlés avec des os de téléosaure au sein de

---

même de subir en France le degré de modifications qu'annonce leur caractère d'espèces perdues, pendant et depuis la constitution des terrains tertiaires.

(1) *Palœsaurus* est la traduction littérale du nom adopté par Sœmmering.

la roche calcaire, ils y paraissent, non pas comme une chose formée sur place, mais avec le caractère d'un hors-d'œuvre apporté d'ailleurs. J'ai visité les carrières qui enceignent la ville de Caen, carrières nommées Allemagne, Vaucelles et Maladrerie : j'ai écouté les ouvriers carriers parlant de leurs mines d'exploitation : avec eux j'ai remarqué des *coups de sabre ;* c'est le nom qu'ils donnent à des veines creuses, lancéolées, qui vicient la pierre en quelques places. J'ai également avec eux remarqué de longs tuyaux siliceux qu'ils appelent *broquettes,* sous-entendant par là le pénis humain, dont ils ont changé le nom par décence : aussi les ouvriers appellent-ils leur banc en exploitation *le banc à broquettes.* La géologie connaît ces tiges siliceuses et sait en expliquer la formation.

Ceci témoigne seulement de la situation insolite de ces pierres d'origine granitique au sein d'une roche calcaire. Ces pierres de quartz et de feld-spath sont donc choses transportées là d'ailleurs. Mais qui aurait opéré ce transport ? un animal sans doute, et nécessairement un animal qui aura vécu dans la contrée et à l'époque reculée, où les hauts bancs calcaires du pourtour de Caen se sont formés. Or on trouve précisément enfouies à cette même place, les dépouilles d'un animal, auquel ces données conviennent. Cependant nous laisserons-nous amener à la supposition que cet animal, notre téléosaure, tenait, surpris par la mort, de ces pierres renfermées en lui-même ? Mais il faudra encore admettre qu'il s'en sera emparé au loin, vers des plages granitiques. J'épuise cette série de conjectures, en présumant que les téléosaures avalaient des pierres, comme beaucoup d'animaux d'aujourd'hui, qui en garnissent leur estomac.

Il n'y a, qui agissent ainsi, que les espèces qui vivent d'herbes ou de graines, forcées qu'elles sont de recourir à ces moyens auxiliaires pour entamer et dilacérer les aliments privés de trituration dans les premières voies. La présence de pierres granitiques au milieu d'ossements téléosauriens, et au sein d'un haut plateau calcaire, fournit-elle un indice suffisant pour faire croire qu'un téléosaure les aurait là transportées? Si ce point était admis, nous ne nous refuserions pas à croire et à conclure alors, que le téléosaure vivait à la manière du lamantin, et qu'il ne s'éloignait jamais beaucoup des côtes.

Les pieds nous manquent toujours, sauf pourtant un renseignement qui nous est fourni par le *sténéosaure aux longs maxillaires* (1), et ce renseignement lui-même est incomplet, peut-être même problématique. Le bloc du cabinet de la ville de Caen qui contient l'empreinte de tout le squelette de ce sténéosaure, montre le moule d'une phalange onguéale des pieds postérieurs. Cette empreinte avait contenu un os plat, terminé par un bord arrondi, comme est la phalange onguéale du dugong. Toutefois, cette circonstance du rapport de cette forme me laisserait, et me laisse toujours à désirer. La pièce, toutes choses égales d'ailleurs, était triple des parties latérales : de simples filets grêles se voyaient à côté. N'y avait-il là qu'un doigt médian d'une grandeur démesurée, accompagné de phalanges latérales, sacrifiées et rudimentaires? Cette conformation rappellerait à quelques égards le pied du cheval, et dans sa façon serait d'ailleurs

(1) La détermination de cette espèce, aidée de fort belles gravures, sera donnée plus tard.

aussi favorablement disposée pour la natation que l'est le sabot du cheval pour la marche. Cet état de choses est si contraire à l'analogie que je m'y fie peu, et que je n'en parle que comme d'un fait qui n'est qu'entrevu.

Cependant, qu'y aurait-il là de plus extraordinaire que ce dont nous sommes journellement les témoins? Afin d'avoir à s'étonner moins de ce que les pieds de derrière des sténéosaures seraient terminés par une spatule osseuse de la forme d'une queue de castor, supposez des naturalistes qui n'auraient jamais connu la jambe d'un solipède. L'Amérique et l'Australie étaient privées de ces animaux avant qu'il s'y en trouvât par la communication et la fréquentation des Européens. Or, soyons attentifs à ceci : quoi, en effet, de plus singulier que l'organisation du pied d'un cheval? Pour la société européenne, c'est un fait vulgaire; mais pour la philosophie qui se soustrait à l'empire et aux préjugés de l'habitude et qui estime à sa valeur une exception échappant à la règle, une telle anomalie reste un fait grave et digne de méditation

Au surplus, je saurai bientôt à quoi m'en tenir sur ces pieds de sténéosaure, tellement singuliers que je n'admets l'empreinte où ils sont tracés que comme un document problématique. Une impulsion pour de telles recherches est donnée : des hommes de cœur et de savoir (1), qui m'accordent leur amitié et qui m'ont promis leurs soins, se proposent cette découverte; ils n'y épargneront ni argent ni études. Les ouvriers des carrières, suffisamment prévenus et bien

(1) MM. Tesson et Abel-Vautier, encouragés et dirigés par mon savant et dévoué collaborateur, M. le professeur Eudes Deslongchamps.

encouragés, ont confiance dans une certaine partie de la roche, où ils n'arriveront qu'après avoir débité quelques lits supérieurs.

Faut-il s'attendre à des pieds semblables chez nos deux genres de sauriens fossiles? j'en doute, et je crois effectivement à quelque différence sur l'extrême différence de leur museau. Tous deux sont à bec effilé comme les gavials, mais leurs narines antérieures sont autrement disposées et conformées : les sténéosaures répètent assez bien l'arrangement que montrent à cet égard les gavials. Les narines y sont ouvertes supérieurement, et les intermaxillaires qui se développent autour, chacun en demi-cercle, leur fournissent un bord évasé, mais sans relief sensible. Les narines des téléosaures sont au contraire tout-à-fait antérieures et terminales: on les croirait le produit d'une section verticale, si ce n'était un cordonnet saillant qui en régularise les bords. Cette organisation forme un fait nouveau eu égard à ce que nous savons des formes animales. Toutefois, s'il fallait la rapprocher de quelque chose déjà connu, ce serait des animaux à groin. Les téléosaures portaient-ils, par delà, une trompe comme la taupe et les musaraignes?

Dans mes précédents Mémoires j'ai insisté sur le caractère des dents qui, dans les téléosaures, sont grêles et déjetées latéralement : les dents des sténéosaures diffèrent peu de celles des gavials.

De toutes ces différences peut-on déja conclure à un régime diététique distinct, et, par exemple, tenir les sténéosaures pour des animaux qui ont vécu de proie vivante, quand les téléosaures auraient été soumis à une nourriture végétale, faisant usage d'algues et de végétaux sous-marins?

Je passe aux applications dont je crois les présentes recherches susceptibles.

1° *Applications à la zoologie.*

Les téléosauriens composés de deux à trois genres et d'un quatrième entièrement nouveau (*cystosaurus*), forment donc une nouvelle famille à introduire dans les cadres des classifications zoologiques. Or un sous-ordre tout entier à produire profite à la science des deux manières suivantes : d'abord en nous faisant connaître de curieuses combinaisons organiques encore ignorées, et en second lieu, en devenant pour nos séries zoologiques un précieux anneau de jonction. Des théoriciens avaient déjà remarqué l'isolement des crocodiles : ils y voyaient une lacune qu'ils s'attendaient, qu'ils aspiraient du moins à voir remplir. J'ai déjà eu occasion de remarquer comment M. de Blainville, fort de cette vue d'avenir, avait préparé les voies de ce perfectionnement. Je rappelle que ce savant académicien ne vit point les crocodiles uniquement comme un grand genre susceptible de division, et que, les tenant pour très-éloignés des autres reptiles, il proposa son ordre nouveau des *émydo-sauriens*. Ce sentiment zoologique est aujourd'hui entièrement justifié par les faits : il reçoit sa pleine sanction des découvertes modernes, dans ce sens que le nom de cet ordre nouvellement institué ne paraît pas superflu, comme alors qu'il s'appliquait à l'unique genre des crocodiles. Car ce n'est point seulement un nom de plus qui est importé dans les classifications, puisqu'il indique tout à la fois un rapport vrai et profond, et qu'il devient, en s'étendant à plusieurs combinaisons organiques, l'objet d'un utile perfectionnement pour nos méthodes.

L'ordre des émydo-sauriens ne se bornera même point sans doute à deux types principaux, aux familles téléosaurienne et crocodilienne : de grands ossements fossiles, trouvés dans les Pampas de l'Amérique du Sud, me paraissent des éléments pour un troisième type, qui tiendra le milieu entre le groupe des *téléosaurus* et *sténéosaurus* d'une part, et celui des gavials et crocodiles proprement dits de l'autre. Depuis plusieurs années, le curé de Monte-Video, don Larranaga, promettait un mémoire sur ces ossements qu'il rapportait à la peau écailleuse des tatous et spécialement à des carapaces de mégathérium. Damasio Larranaga n'avait eu, pour se décider sur ce rapport, que la simultanéité de ces grands débris et des os du mégathérium dans l'état fossile, la découverte qu'on en avait faite dans des contrées voisines, et la convenance de dimensions correspondantes. Ces productions fossiles commencent à se répandre : plusieurs amateurs à Rio-Janeiro en possèdent, qu'on a trouvées à d'assez grandes distances. Mais décidément le monde savant est enfin appelé à les connaître. Un voyageur naturaliste, M. Sellow, en a déposé de fort beaux échantillons dans les cabinets de Berlin, et le savant géologue M. Weiss vient de les publier et d'en enrichir le dernier volume des Mémoires de l'Académie de Berlin, portant le millésime 1830. C'est dans cinq pages in-fol. que sont gravés avec le plus grand soin, et de grandeur naturelle, ces précieux fossiles annoncés depuis long-temps, et pris jusque-là pour des carapaces de *mégathérium* ou de tatous : notre célèbre confrère M. de Humboldt désirant que toute incertitude à cet égard vienne à cesser, a bien voulu me promettre sa gracieuse intervention, pour que des plâtres répétant ces fossiles fussent prochainement adressés à Paris,

et y pussent être comparés avec les carapaces des téléosaures. Lorsque arrivera le moment que ces débris organiques devront être dénommés et classés, l'on décidera si le nom de *lepitherium*, c'est-à-dire animal aux écailles remarquables, convient dans la situation donnée.

Le tableau suivant donne la classification qui se déduit des rapports ci-dessus indiqués.

ORDRE I.	ÉMYDO-SAURIENS. . .	A. *Téléosauriens.* B. *Lépithériens.* C. *Crocodiliens.*

Et déjà ma nouvelle famille des reptiles téléosauriens, se trouve présentement composée des quatre genres ci-après :

1. *Cystosaurus.* 2. *Steneosaurus.* 3. *Palœosaurus.* 4. *Teleosaurus.*

2° *Application des présentes recherches à la géologie.*

Les espèces téléosauriennes étant distinguées et érigées en famille, d'après les règles de la zoologie, l'on trouve que ce ne sont plus des sauriens, qui appartiennent, comme on l'a cru et dit jusqu'à présent, à des genres mixtes, en partie composés d'animaux perdus et en partie d'espèces encore vivantes : ajoutons que cette famille tout entière fait partie de ces très-anciens dépôts marins caractérisés par la présence des ammonées. A l'existence de ces mollusques se rattache l'une des plus anciennes époques des âges de la terre. Or c'est parmi leurs dépouilles, ce fut dans le même temps et dans les mêmes milieux que se sont aussi déposés, amoncelés et associés en bancs pierreux, les squelettes de nos téléosauriens ; animaux vertébrés, n'ayant que des rapports assez

éloignés avec les crocodiliens, dont on peut dire que la respiration fût demeurée insuffisante, malgré de grands sacs pulmonaires (1), sans le secours d'un autre appareil complétif.

---

(1) Cette phrase où je voulais de la concision, a paru obscure, faute d'avoir été étendue à une complète explication : j'y vais pourvoir.

Ce qui chez la plupart des reptiles existe sous la forme de longs sacs dits pulmonaires, et que l'usage, se fondant sur une analogie entendue d'une certaine façon, a décidément fait nommer *poumons*, pourrait être, en invoquant l'analogie embrassée sous un autre point de vue, tout aussi bien appelé une vaste trachée. Et en effet le sac membraneux qui chez ces animaux est logé dans la poitrine et qui n'offre qu'une petite partie de ses parois intérieures en surface sanguine, ne diffère guère d'une cellule trachéenne que par son volume porté au plus haut point du développement. Or c'est un même appareil, analogiquement parlant, que l'on trouve répandu dans l'abdomen chez les deux plus excentriques des familles de reptiles, celles qui ont l'os tympanique fixé au crâne, les tortues et les crocodiles. De jeunes naturalistes, Isidore Geoffroy Saint-Hilaire et Joseph Martin de Saint-Ange, nous ont procuré la connaissance de ce second appareil par la découverte fort importante qu'ils ont faite de deux canaux chez ces tortues et ces crocodiles. Ces canaux commencent à la marge de l'anus et amènent les fluides ambiants, l'air ou l'eau, sur les irradiations sanguines qui tapissent le péritoine. Ainsi des cellules respiratoires ou des trachées, placées à la périphérie du corps, sont comme apparition et développement un premier fait de construction animale: de telles cellules, gagnant plus profondément de la circonférence au centre, sont le fait immédiatement subséquent; et enfin des poches sanguines deviennent un troisième et dernier effort de la nature pour doter les animaux des facultés respiratoires, quand ces poches arrivent à se localiser, s'individualiser et recevoir sur un point concentré du concours de plusieurs appareils subordonnés plus d'énergie et de puissance.

Cependant il restait à descendre de ces hautes considérations sur une circonstance particulière et vraiment très-remarquable: les jeunes natura-

Aucun de ces anciens animaux n'a d'espèces analogues aujourd'hui dans l'état vivant.

Cette généralité, résultat de l'érection légitime du type téléosaurien en une famille, va donc devenir le sujet d'un principe nouveau pour la géologie. Cette distinction est fondamentale; car elle engagera, après une exacte détermination de tous les degrés organiques, à se servir des conditions propres à chaque ensemble des animaux perdus pour une chronologie vraiment sévère des âges de la terre. Je me borne pour le moment, et à titre d'exemple, à caractériser trois périodes parfaitement tranchées et vraiment tout-à-fait bien limitées, savoir :

Premièrement. La période dont la durée est renfermée entre la naissance et l'extinction de ceux des sauriens qui n'ont aucun analogue vivant parmi les espèces aujourd'hui vivantes. Ces animaux ont vécu avec les gryphées, les nautiles et tous les mollusques des premiers temps de la zoologie, desquels de Lamarck a fait sa grande famille des ammonées. Ces vertébrés et ces mollusques ont leurs dépouilles mêlées ensemble, et forment aujourd'hui une des couches solides les plus anciennes de la terre, et en particulier celle dite *le terrain secondaire.* L'on ne trouve ainsi dans ce terrain aucun

---

listes précédemment nommés ont effectivement trouvé que vers le milieu de la progression des développements organiques sont deux organes respiratoires, adossés l'un à l'autre, occupant chacun sa cavité propre, puisant dans le milieu ambiant à chaque extrémité du tronc par un orifice particulier, et pouvant par rapport aux fonctions agir de concert ou séparément, et alterner dans ce dernier cas et se suppléer réciproquement suivant les circonstances.

animal à poumon de mammifère; par conséquent, c'était d'autres espèces que celles de notre monde actuel, d'autres formes que réalisait le système organique d'alors: et il le faut bien, dès qu'alors c'était un autre monde ambiant qui s'y appliquait, un autre monde par la nature différente des agents physiques et des milieux, dont le concours est indispensable et entre comme éléments dans toute chose organisée. Il est inévitable d'admettre ces résultats; ils sortent des faits. Car un animal à sang chaud aurait-il été alors produit par une sorte de méprise, et, ainsi que nous le disons familièrement, par suite d'un cas de monstruosité, il n'aurait apparu que pour un moment, que pour s'éteindre aussitôt; ce qui advient effectivement aux êtres du système de notre actuelle monstruosité; constructions animales possibles pour leur monde utérin, possibles dans leur gangue de formation, mais qui disparaissent, dès qu'elles sont lancées dans le monde atmosphérique, comme il existe présentement. Un poumon établi comme celui des mammifères et des oiseaux, n'eût point été adapté à l'essence de l'élément respiratoire, tel que je conçois qu'était autrefois le système de l'air ambiant.

Ainsi, on n'en est pas réduit à admettre gratuitement l'hypothèse d'une modification survenue plus tard dans la nature de l'air, l'atmosphère étant considérée comme milieu respirable, à croire sans preuves à une diminution dans la quantité, à un affaiblissement dans la qualité énergique de l'un et du plus important principe de l'atmosphère, l'oxigène. Combien d'étendue superficielle formant la croûte de la terre, combien de montagnes sous-marines sont le produit des dépouilles des animaux! Or, à l'égard de ces dépouilles

dont la chaux fait la principale substance, que d'oxigène absorbé et successivement retiré des milieux ambiants? Qu'on veuille réfléchir à ce qui en a été employé pour saturer le calcium développé par l'organisation vitale, pour convertir en terre cet élément combustible. Tout ceci, quand nos études embrasseront les faits naturels par ce côté, sera examiné et sans doute soumis au calcul.

Secondement. La durée de la seconde période, que nous pourrions nommer de *moyen-âge,* embrasse l'existence de tous les animaux perdus, caractérisés par leurs formes encore extraordinaires, moins singulières cependant que celles des espèces de l'âge antérieur. Un phénomène de transition annonce cette époque : car partout s'y manifestent les indices d'une forme animale s'altérant ou se modifiant insensiblement. Ces animaux, toujours fort remarquables, et qui ont fait dire aux Romains par rapport à ceux qu'ils tiraient d'Afrique, *Africa ferat monstris,* se trouvent, conservés à notre âge comme dépouilles fossiles et à titre d'espèces perdues, dans les terrains tertiaires : tels sont les éléphants, les rhinocéros, les lamantins, etc., etc. Ce système organique n'est pas tellement anéanti par rapport à l'âge actuel, qu'il ne se voie reproduit, non pas il est vrai par des espèces exactement identiques, mais par des êtres si voisins que nous les disons du même genre, et que nous ne prononçons ainsi, qu'amenés à le faire par les règles de la zoologie. Cela ne va rien moins qu'à nous convaincre que ce sont ces mêmes espèces des terrains tertiaires, qui nous seraient parvenues, mais légèrement modifiées : elles auraient cédé à l'action du monde ambiant. Dans ce monde du *moyen âge*, ce sont des espèces à respi-

ration pulmonaire qui ont pu s'accommoder (1) des nouvelles conditions de l'atmosphère. Que les modifications des milieux ambiants aient persévéré dans la même direction et soient dans le moyen âge un moment devenues plus intenses, les cellules pulmonaires s'en seront ressenties. De là une légère altération dans leur forme, laquelle ne peut se manifester ainsi, sans se propager de proche en proche dans tout le reste de l'organisation.

Troisièmement. Enfin, nous comprenons dans une dernière période l'âge suivant, s'appliquant aux arrangements du monde présentement constitué, dont nous fixons le commencement à la naissance des animaux qui n'ont point d'analogues parmi les ossements trouvés fossiles : l'espèce humaine est dans ce cas.

Ce n'est point un Mémoire sur ces graves questions de géologie que j'ai voulu présenter ici : ce sujet terminera mes recherches sur les animaux fossiles. Ici donc ne sont que des aperçus, de premières idées qui ont besoin d'être élaborées. Je n'ai voulu, en les produisant aujourd'hui, que montrer le parti qu'on pourra un jour tirer de mes nouvelles observations au sujet des ossements fossiles : je m'y dévoue en raison de cette utilité. Plus de faits particuliers seront établis,

(1) Difficilement, et par un travail contrarié dans une certaine étendue. C'en est assez pour que, les êtres étant successivement le produit d'une situation atmosphérique antérieure et différente, ces combinaisons nous donnent leurs faits d'abord modifiés d'une façon, pour l'être ensuite d'une autre, c'est-à-dire sous les influences qui résultent de la position nouvelle et actuelle des choses.

et plus de certitude auront mes conclusions d'après leur signification. Voilà ce qui explique le grand nombre de dessins que je présente, et l'étendue des moyens matériels que je crois nécessaire au succès de mon entreprise. J'espère y suffire par les gravures que je vais faire exécuter et que je destine, elles et tous mes travaux, au recueil des Mémoires de l'Académie.

ERRATUM.

Au lieu de *Palœsaurus*, en la dernière ligne de la page 48, LISEZ *Palœosaurus*.

QUATRIÈME MÉMOIRE,

LU A L'ACADÉMIE ROYALE DES SCIENCES, LE 28 MARS 1831,

SUR

Le degré d'influence du monde ambiant pour modifier les formes animales; question intéressant l'origine des espèces téléosauriennes et successivement celle des animaux de l'époque actuelle.

AFIN de continuer mes recherches sur les animaux antédiluviens du calcaire de Caen, j'allais considérer à part le flanc du crâne des crocodiles et des reptiles téléosauriens, et y procéder par un tableau très-curieux de nouveaux faits ostéologiques. Or, ce sujet exigeait, pour que je fusse compris, que je reprisse les choses de haut, et, par conséquent, que j'entrasse dans de nombreux détails. Cependant il fallait établir que tant de détails étaient nécessaires, et j'entrepris de le démontrer dans un exorde. En définitive, il arriva que cet exorde s'étendit et qu'il reçut du grand nombre de réflexions et de déductions qui se sont présentées à mon esprit, le caractère d'un écrit spécial. Ce morceau séparé, je le publie ici, à sa date et dans son lieu, selon l'ordre et l'enchaînement de mes idées.

Article Ier.

Précis historique.

Il est dans les sciences, après chaque époque parcourue, un moment d'hésitation, quelquefois même d'épuisement, qui force de recourir à de nouveaux procédés. L'on se défend alors de la direction des hommes qui tiennent le gouvernail, s'ils recommandent une extrême réserve. On se met en garde contre le calcul habile qui inspire de se fixer à ce qui est plus facile et bien plus à profit, aux anciennes allures. Où l'on n'a qu'à étendre les idées dominantes, l'on n'est point responsable de se borner à des faits sans résultat philosophique; c'est suivre l'usage, et mieux, c'est se ménager les moyens d'être bien compris et, conséquemment, très-goûté.

Mais, au contraire, que l'on pense à remettre les sciences dans un mouvement ascendant, il faut se résigner aux inconvénients d'une position difficile. Il est inévitable de parler au public de ce qu'il ignore, de ce qui n'est point encore arrivé à sa portée sous quelques rapports, et l'on est exposé à être jugé avec une extrême sévérité. Toutefois, cette crainte n'a jamais arrêté un novateur à la fois consciencieux et bien convaincu. On peut, quant à cela, s'en rapporter aux facultés progressives et aux besoins instinctifs de l'esprit humain. Seulement, non moins de prudence que de dévouement et de courage dirigent le zèle.

Voulant recourir aujourd'hui à cette prudence et disposer à m'accorder quelque attention, je n'entrerai dans mon sujet, la recherche du caractère philosophique des différences zoologiques, qu'après avoir montré qu'il était utile de s'en occuper actuellement. Je ne le puis que par un exposé de

l'état de la science. Je serai court; car il doit suffire de donner, en les distinguant par époques et par une simple indication, les divers développements jusqu'ici parcourus par la zoologie.

Première époque. La zoologie commence avec le besoin et pour satisfaire au besoin qu'éprouve l'homme de connaître les animaux qu'il doit fuir ou rechercher.

Deuxième époque. Elle devient déja un corps de doctrine, quand un vif désir de curiosité, animant les recherches, porte à se rendre compte de la diversité des formes, sous lesquelles la vie se trouve produite.

Troisième époque. A ce moment, des signes caractéristiques sont nécessaires, recueillis et enseignés.

Quatrième époque. Le dénombrement des richesses naturelles la constitue, quand est réalisée la gigantesque entreprise de considérer une à une chaque existence matérielle. La zoologie s'appuie sur de nouveaux fondements : car on ne dresse d'inventaire complet et raisonné que de ce que l'on a déja placé dans sa possession.

Cinquième époque. Les travaux de nomenclature, de descriptions et de classifications mis en demeure, la zoologie grandit dans le perfectionnement scientifique par de hautes considérations sur les rapports et les différences des êtres. Alors commence pour elle l'ère des études philosophiques par l'appréciation en eux-mêmes et pour eux-mêmes des *rapports naturels.*

Sixième époque. Cependant il fallait faire sortir ces études d'une voie de tâtonnements et de vues *à priori,* qui avaient puisé leur origine dans un sentiment vif d'abord et plus ou moins négligé dernièrement, c'est-à-dire que l'on dut enfin rechercher ce qu'il pouvait y avoir d'exact et de précis dans l'idée vague et diversement comprise d'un fond commun d'organisation pour les êtres. Et en effet, ce qui n'avait encore été aperçu que dans l'ensemble des animaux et dans le cercle borné d'un nombre quelconque de familles, fut de nos jours examiné à l'égard de chaque partie organique. Par conséquent ce n'est plus une opinion pressentie, c'est véritablement la déduction d'études nombreuses et de réflexions approfondies, cimentées par le caractère de faits nécessaires, alors que l'*Unité de composition organique,* proclamée comme le fait fondamental et universel de l'organisation, vient ouvrir la sixième période.

Septième époque. Cependant ce ne saurait être le terme ni des efforts, ni des développements de la zoologie. Une autre époque doit suivre; car que l'on échappe à une obsession incessamment renouvelée, que l'on se défende obstinément des stériles impressions qu'excite en nous le spectacle des formes diversifiées à l'infini, on s'est alors préparé à embrasser dans un but final les diverses combinaisons sur lesquelles reposent les hautes abstractions et les généralités d'une autre et septième époque. En effet la zoologie est réservée à d'autres destinées : voyez-la capable d'un nouveau perfectionnement, quand, s'occupant de la considération des formes diversifiées des êtres, elle n'est plus uniquement sensible à la remarque que ces formes sont pour

chaque corps un fait d'accident, une circonstance purement spéciale, mais qu'elle prend le soin d'en rattacher l'étude aux vues théoriques de l'unité d'organisation. Les faits différentiels ne sauraient constituer plus long-temps un cas particulier et sans liaison dans l'univers, un sujet uniquement pratique et de ressource pour caractériser les êtres, une occasion enfin de s'en tenir à admirer dans quelle mesure s'étendent les conditions de la diversité.

Ainsi, la philosophie des rapports naturels avait donné ses faits et comme préparé des éléments à celle de l'analogie des êtres; à son tour celle-ci, qui repose sur la considération des faits de l'échelle zoologique, tous ramenés à une commune essence, devient le point de départ du système philosophique des différences, c'est-à-dire d'une étude, où tout cas différentiel s'en va chercher un second principe de causalité; non plus comme d'abord dans l'état conditionnel et spécial des premiers arrangements de la substance organique, mais décidément dans le ressort ou l'étendue d'action du monde ambiant. Les qualités intrinsèques de la matière à l'égard d'un produit organique quelconque, soit A, je suppose, deviennent les conditions d'essence d'un plan ou type général; mais arrivant le moment et le travail des développements, et A retombe aux conditions nouvelles d'une seconde nécessité causale, puisqu'il ne peut croître et se développer qu'au moyen d'éléments incessamment empruntés à son monde ambiant.

Article II.

Des produits organiques systématiquement modifiés au gré des changements des milieux ambiants.

Admettons d'abord, par hypothèse, que le milieu ambiant forme un ensemble de parties, où chacune se maintienne constamment à sa place accoutumée. Notre corps A pourvoira à son développement par un exercice simple et facile de l'affinité élective de ses éléments; car il lui sera loisible, cédant à la loi d'*attraction de soi pour soi* (1), de puiser parmi les parties moléculaires de son monde ambiant celles qui sont à sa convenance. Point de difficultés, par conséquent, pour que les matériaux empruntés viennent se confondre par assimilation aux organes du sujet A, et par conséquent pour que ce cours d'événements n'amène un développement constamment régulier.

Mais à la place de cette hypothèse, nous rencontrons une réalité exactement contraire : le milieu ambiant varie ; le froid succède au chaud, l'humidité à la sécheresse; les gaz légers de l'atmosphère sont remplacés par de plus pesants, l'agitation de l'air par du calme. Une lutte naît d'un pareil concours de circonstances. Le développement de A en est nécessairement plus ou moins troublé, ou, si l'on veut, plus ou moins favorisé.

Voilà ce qu'un cultivateur sait par expérience en faisant chaque année la récolte de ses jardins. Tout l'ensemble des

(1) Loi que j'ai reconnue et établie dans mon article *Monstre*, du Dictionnaire classique d'histoire naturelle.

arbres fruitiers d'un verger forme une masse d'êtres organisés, appelés à donner des produits parfaitement identiques; mais cette aptitude est toutefois contrariée par les influences variables du monde extérieur, de telle sorte que des mêmes poiriers, par exemple, l'on retire tantôt des fruits très-sucrés, gros et sans tache, et tantôt des poires aigres, petites et pierreuses. L'on ne manque point d'attribuer la cause de ces différences aux alternatives du cours variable des saisons; et l'on y est fondé, bien qu'il soit regrettable que l'on se contente d'une explication aussi vague et par trop générale.

Il suffit de cet exemple, non pas seulement pour donner une idée de ce qu'est le monde ambiant sous le rapport de sa capacité de résistance, mais pour montrer de plus dans quelles sources multipliées d'influences secondaires, il puise un principe à opposer aux influences primitives de l'essence de chaque type. Ce pouvoir distinct de réactions et de modifications qui, sans dépasser une mesure quelconque, est toutefois susceptible de porter le trouble dans un germe opérant sa formation, et d'en contrarier le développement pendant la vie embryonnaire, le moment est enfin venu d'en constater l'existence, et de mettre en évidence qu'il est deux sortes de faits différentiels à étudier dans l'organisation, 1° ceux qui appartiennent à l'essence des germes, et 2° ceux qui proviennent de l'intervention du monde extérieur.

Ainsi sont, pour les corps naturels en développement, deux principes dans une lutte perpétuelle; et c'est sans doute ce que comprenait et ce que voulait exprimer le célèbre philosophe Leibnitz, quand il définissait l'univers *l'unité dans la variété.* Mais ce n'est pas tout à coup que

ces deux états ou attributs des choses ont pu être, en ce qui concerne les corps vivants, considérés distinctement et dans un commentaire utilement approfondi; il a fallu qu'il y eût temps et heure à cet effet. La zoologie a dû d'abord passer du savoir de la cinquième époque pour prendre possession de nouveaux et d'autres moyens d'opérations au profit des suivantes. Mais ceci accompli, la zoologie se trouve dans toute la plénitude de ses facultés possibles; et suffisant alors à l'appréciation de l'état physiologique de toute chose organisée, elle peut aujourd'hui présenter à la philosophie une base de la plus grande portée, lui procurer les meilleurs, comme les plus précieux de ses documents, en tant qu'ils sont puisés dans le monde physique.

Article III.

Des faits différentiels considérés sous deux rapports distincts.

Ainsi les deux âges de la considération des faits différentiels ne sauraient être confondus; savoir, l'âge qui porte à les dire et à les montrer existants, et celui qui embrasse leur explication. On a vu que, pour le premier cas, il a suffi qu'on ait poursuivi dans leurs plus minutieux détails toutes les manifestations animales; ce qui a eu pour résultat d'abord des considérations profitables à la distinction et à la classification des êtres, et bientôt après, l'une des plus grandes satisfactions qui aient récompensé les ardents et persévérants efforts des naturalistes; c'est-à-dire, cette vue nouvelle de la science, que, du même fond d'organisation sortent les formes les plus disparates, les combinaisons les plus sin-

gulières, des arrangements enfin non moins admirables par une parfaite convenance dans l'exécution que par leur caractère d'une variation possible à l'infini.

Quant au second âge qui se rapporte aux explications à donner, je m'en suis long-temps abstenu, ayant voulu rester entièrement dévoué aux recherches de la période précédente, celle des considérations de l'analogie des êtres. Je devais surtout, dans une discussion solennelle, me défendre de mêler intempestivement les sujets de ces deux thèses distinctes: car autrement, je connais toute l'importance des études de la diversité, même bornées à des faits d'observation oculaire, bornées à ceux que nous avons signalés, en caractérisant notre quatrième période. Et en effet, sans les travaux de classifications et de déterminations, comment pouvoir suffire à poursuivre l'œuvre du savoir zoologique?

Mais aujourd'hui que la philosophie réclame la simultanéité de toutes les études zoologiques, j'arrive de moi-même aux faits différentiels, toutefois pour les voir de plus haut, pour compléter par eux les études de l'analogie des êtres: ce sera parcourir ce grand objet du centre à la circonférence; puis, de la circonférence au centre. C'est effectivement marcher à une haute solution des problèmes de l'organisation, que de ramener tous les rayons si multipliés et si différents de la diversité des êtres à la coïncidence des mêmes rapports: puis, reprenant toutes choses à leur source, que de passer d'une essence simple d'abord et plus tard gouvernée par un conflit d'affinités électives à des considérations complexes, et d'arriver à voir se former des groupes d'éléments de plus en plus diversifiés, et à produire définitivement, par une dissémination à l'infini de ces arrangements, tous les cas

variés de la scène du monde; car la diversité croît dans une sorte de raison carrée, en même temps que croît le nombre des embranchements d'un même tronc générateur.

Maintenant, placés au commencement des recherches qui doivent composer notre septième époque pour la zoologie, dirons-nous que ce sera une chose simple que de pénétrer dans les faits radicaux du système différentiel? Non sans doute, puisque pour assigner à la multiple origine des différences leur cause particulière, à chaque différence son principe d'influence immédiate, il faudra changer ses moyens d'études selon le caractère de chaque sorte de diversité à reconnaître, c'est-à-dire dans une étendue incommensurable. Mais de plus, bien d'autres difficultés provoqueront notre sagacité, les révélations devant différer selon l'âge du sujet.

Article IV.

Des faits différentiels pour en rechercher le caractère philosophique.

Demandez à un animal adulte la raison de ses faits différentiels : vous saurez de lui qu'une différence n'est le plus souvent à son égard qu'une circonstance saisissable à titre d'une note distinctive; ce devient pour lors un caractère spécifique qu'on emploie et qu'on n'explique point. Que si tout au contraire vous ramenez vos recherches sur le travail de la métamorphose des premiers âges et sur les causes agissantes à ce moment critique, ce ne sera sans doute pas inutilement quant au point de vue philosophique.

Ainsi, par exemple, qu'il vous prenne l'idée de désirer

savoir à quoi tient la forme déprimée et semi-elliptique d'une tête de grenouille, et subséquemment à quoi se rapporte le caractère d'un crâne aussi large et aussi considérablement évidé, près et au-delà des os pariétaux, l'âge adulte vous laisse sans une réponse satisfaisante : vous restez, à l'égard de cette tête, observateur du fait et simple zoologiste, pour remarquer que telles sont les considérations distinctives de la famille des batraciens, différente en ce point de plusieurs autres familles de reptiles. Mais que vous remontiez au contraire très-haut dans les âges, vous apprendrez que les formes propres à cette tête proviennent d'un concours de circonstances qui ont cessé d'être. En effet, la grenouille fut d'abord un poisson dans son état de tétard ou de premier âge : participant à l'organisation ichtyologique, ses organes respiratoires se trouvent placés sous l'arrière-crâne : ils se composent de branchies dans un volume étendu : et comme les os de la région auriculaire ou de celle des opercules, en sont les parties recouvrantes, l'éloignement du point médian de ces os est un effet de la présence et du volume des branchies. Dans ce cas, les enveloppes dermiques de la tête et le système osseux subjacent qui en émane, prennent de moment en moment une consistance successivement plus forte : et en définitive toutes ces parties d'enveloppes doivent à cette consistance acquise de persévérer dans les faits d'écartement et de largeur que l'intercalation des branchies entre les opercules auriculaires a motivés. Ce résultat de persévérance après l'atrophie et l'entière disparition des branchies ne figurerait donc autrement dans le crâne d'une grenouille adulte que comme un effet sans cause ! car il est dans l'essence de l'organisation que

toutes les parties de la périphérie du corps soient entraînées vers les régions centrales.

Qu'on veuille bien réfléchir au parti à tirer de cet exemple : ce sont des circonstances bonnes à employer parmi les faits de la quatrième époque, que celles d'un crâne large, évidé et semi-elliptique, tel qu'est celui de la grenouille, en tant que cela fournit des éléments ou un caractère excellent à employer dans les travaux de la détermination et de la classification des êtres ; mais d'ailleurs ces grandes différences tenaient comme en réserve pour les recherches de notre septième période zoologique, l'explication à donner de la forme insolite observée, la raison de cette disposition, où autrement l'on eût été tenté d'apercevoir un effet de négligence : car c'est quelque chose de cela qu'inspire, à la première vue, le désaccord inexplicable chez l'adulte des pleins et des vides de l'appareil crânien d'une grenouille.

Mais ce n'est pas seulement la possibilité et l'utilité de pareilles investigations que nous entendons recommander sous le titre de Système philosophique des faits différentiels; de plus hautes questions y chercheront aussi leurs solutions.

Et en effet, je ne doute pas qu'il n'en soit ainsi de la question actuellement mûre, savoir ; que les animaux vivants aujourd'hui proviennent, par une suite de générations et sans interruption, des animaux perdus du monde antédiluvien. Dans les faits différentiels qui sont produits de nos jours, un observateur attentif, eu égard à ceux du même rang anciennement accomplis, n'aperçoit pas de différence essentielle. C'est le même cours d'événements, la même marche d'excitation. Et pourquoi des différences essen-

tielles, si toute association de molécules n'est possible que par l'exercice d'affinités électives d'un caractère inaltérable, s'il n'y a d'employables pour la formation des corps que des matériaux dont l'essence et les propriétés soient fixées de toute éternité?

Dans l'espoir d'aussi grands avantages, je ne me rendrai point difficile sur les moyens de les obtenir; ce sera avec tout le courage d'esprit alors nécessaire, que je souffrirai le blâme des esprits positifs; je veux dire des personnes qui se parent de cette qualification flatteuse, et qu'ils croient mériter, parce qu'ils ne sortent jamais des travaux purement oculaires et descriptifs. Je préviens toutefois que je suis prêt moi-même à signaler le danger des études que je recommande aujourd'hui. Et en effet, des pressentiments *à priori* peuvent être trop facilement admis par le naturaliste, et pris, par suite d'une fâcheuse confusion, pour des données complètes et des principes généraux; mais, d'un autre côté, il faut aussi que l'on se mette en garde contre le danger contraire, celui de placer sur la ligne d'un fâcheux *à priori* la conviction d'un esprit laborieux et méditatif qui a pris le temps de demander aux faits principaux leurs immédiates conséquences.

Est-ce seulement une idée *à priori*, ou bien la conséquence bien avérée de toutes mes recherches, que cette préoccupation de mon esprit, ou l'idée, qu'il faut placer au premier rang des excitations vitales le phénomène de la respiration? Je fais l'aveu qu'elle inspire et dirige toutes mes investigations. Par l'intervention de la respiration, tout se règle; par sa puissante exécution, tout se trouve en mesure d'une organisation parfaite. Car, par la respiration, toutes les

conditions diverses de l'organisation sont atteintes. L'*unité* et la *variété*, qui, définitivement, en sont le but et la plus haute abstraction, sont posées nettement : l'*unité*, comme résultant d'un pouvoir qui s'exerce dans le cercle du monde atomique, où sont des éléments d'un caractère inaltérable ; et la *variété*, parce que la respiration s'accomplit en raison composée de la masse combustible et du degré énergique des fluides respirables. Et je range dans les différences d'énergie le cas qui procure un plus haut degré de l'air concentré, ou qui résulte encore des proportions où sont l'un à l'égard de l'autre les deux principes dont l'atmosphère se trouve formée.

Cela posé, il n'est plus de difficultés pour comprendre comment ne fut jamais interrompue la série des générations animales. Qu'il soit admis que le cours lent et progressif des siècles donne successivement lieu à des changements de proportions des divers éléments de l'atmosphère ; c'en est une conséquence rigoureusement nécessaire, l'organisation les a proportionnellement éprouvés. Car, comme nous l'avons dit plus haut par rapport à la récolte des fruits d'un verger, le monde ambiant est tout-puissant pour une altération dans la forme des corps organisés. C'est la même raison d'agir, c'est l'unique mode possible d'action ; la différence est seulement dans des limites appréciables. L'altération n'est pas durable, s'il n'est question dans un intervalle de quelques années que de saisons qui succèdent à d'autres saisons, puisqu'une saison sèche réapparaît après une saison humide, et que dans notre monde actuellement fixé, ou du moins que nous croyons fixé dans sa constitution physique, la nature rend ordinairement, après les désastres d'une mauvaise année, les avantages d'une récolte plus abondante.

Mais admettez que plusieurs siècles soient à la place de ces quelques années, l'altération dans la forme des corps organisés est profonde et rendue plus fixe (1). Ainsi pour la terre,

(1) Le sentiment public se plaît pour tous les cas d'un retour fréquent à admettre certains axiomes, dans le nombre desquels il faut ranger la proposition que *les formes animales sont modifiables.* Ainsi Bacon, dans son *Nova atlantis*, recommande de tenter la métamorphose des organes, et de rechercher expérimentalement, en les faisant varier elles-mêmes, comment les espèces se sont diversifiées et multipliées. Pascal croit aussi que les êtres animés n'étaient, dans leur principe, que des individus informes et ambigus, dont les circonstances permanentes, au milieu desquelles ils vivaient, ont décidé originairement la constitution. C'est encore la pensée de Goëthe, dont le vaste génie en fait vers 1790 une application suivie à la métamorphose des plantes. De Lamarck médite ces vues et essaie de leur donner une forme précise dans le chapitre de sa *Philosophie zoologique,* où il traite de l'influence des circonstances sur les actions et les habitudes des animaux, et de celle des actions et des habitudes des corps vivants comme causes qui modifient l'organisation de leurs parties. Plus tard, dans ses *Considérations générales sur les mammifères*, mon fils (*Isid.* G.S.H.) donne un résumé de nos connaissances à ce sujet, quand il établit que les variétés nombreuses du bœuf, du cheval, du porc, de la chèvre et du chien sont un produit de la domesticité, dans ce sens qu'elles se sont développées sous l'action lente, mais continue, d'un système de résistances conditionnelles. Et enfin M. le docteur Roulin dans un Mémoire *sur quelques changements observés dans les animaux domestiques transportés de l'ancien monde dans le nouveau continent*, montre qu'il s'est emparé avec sagacité d'une sorte d'expérience pratiquée en grand par la nature; expérience fortuite que rapportent les fastes historiques. Plusieurs de nos animaux domestiques transportés en Amérique y ont été rendus à la vie sauvage: M. Roulin a examiné ce fait sous un point de vue physiologique, et il a effectivement vérifié pendant un séjour prolongé dans la Colombie, que, la servitude étant rompue, de nouvelles habitudes d'indépendance avaient fait remonter les

avant qu'elle eût été régularisée par l'assainissement du sol, par un cours mieux distribué des eaux, et par tous les miracles de l'industrie humaine, il y a eu progrès constant et persévérance relativement aux changements survenus : plus de corrections possibles comme par une saison succédant à une saison, mais au contraire modifications constamment progressives. Dès-lors la terre a eu les animaux de ses âges différents, d'abord ceux de première époque que nous appelons les *antédiluviens*, puis ceux des terrains tertiaires, et successivement enfin les êtres de la zoologie actuelle.

Ce n'est pas là qu'est pour nous la difficulté : l'évidence de ces raisonnements satisfait notre raison. Ce que nous ne comprenons point encore, et par conséquent ce qu'il faut présentement chercher, c'est, comment sous le pouvoir de la physique contemporaine et de faits analogues, la mutation de l'organisation est réellement possible, comment elle fut et doit avoir été autrefois praticable. Je vais, par ce qui suit, chercher à soulever ce voile.

---

animaux domestiques de l'Europe vers les espèces sauvages qui en sont la souche.

Telles sont quelques-unes des considérations qui ont servi de base à un Mémoire que j'ai publié en 1828 parmi ceux du Muséum d'histoire naturelle, t. XVII, p. 209, mémoire où j'examine dans quels rapports de structure organique et de parenté sont entre eux les animaux des âges historiques et vivant actuellement, et les espèces antédiluviennes et perdues. C'était, comme dans l'écrit que je publie présentement, un doute que je me permettais et que je reproduis au sujet de l'opinion régnante, savoir : que les *animaux fossiles n'ont pu être la souche de quelques-uns des animaux d'aujourd'hui.* Consultez sur cette proposition le Chapitre consacré à établir que les espèces perdues ne sont pas des variétés des espèces actuellement vivantes. Oss. Foss., *édition de* 1821 : *Discours préliminaire*, p. 63.

Article V.

Des formes animales modifiables par l'intervention des milieux respiratoires.

La respiration constitue, selon moi, une ordonnée si puissante pour la disposition des formes animales, qu'il n'est même point nécessaire que le milieu des fluides respiratoires se modifie brusquement et fortement, pour occasionner des formes très-peu sensiblement altérées. La lente action du temps, et c'est davantage sans doute s'il survient un cataclysme coïncidant, y pourvoit ordinairement. Les modifications insensibles d'un siècle à un autre finissent par s'ajouter et se réunissent en une somme quelconque; d'où il arrive que la respiration devient d'une exécution difficile et finalement impossible quant à de certains systèmes d'organes: elle nécessite alors et se crée à elle-même un autre arrangement, perfectionnant ou altérant les cellules pulmonaires, dans lesquelles elle opère; modifications heureuses ou funestes, qui se propagent et qui influent dans tout le reste de l'économie animale. Car si ces modifications amènent des effets nuisibles, les animaux qui les éprouvent cessent d'exister, pour être remplacés par d'autres, avec des formes un peu changées, et changées à la convenance des nouvelles circonstances (1).

(1) Ceci, je ne puis me dispenser d'en faire la remarque, ceci contredit une toute récente et déja bien célèbre théorie sur ces matières: on y dit que les formes animales sont inaltérables, que beaucoup d'espèces, la plupart de grande taille, ont été détruites, et que cependant la main du *Créateur* ne se serait point une seconde fois étendue, pour accorder un équi-

Ce n'est évidemment point par un changement insensible que les types inférieurs d'animaux ovipares ont donné le degré supérieur d'organisation, ou le groupe des oiseaux. Il a suffi d'un accident possible et peu considérable dans sa production originelle, mais d'une importance incalculable quant à ses effets (accident survenu à l'un des reptiles, ce qu'il ne m'appartient point d'essayer même de caractériser), pour développer en toutes les parties du corps les conditions du type ornithologique. J'en ai traité dans la 4e de mes leçons imprimées. Que le sac pulmonaire d'un reptile (1) dans l'âge des premiers développements éprouve une constriction à son milieu, de manière à laisser à part tous les vaisseaux sanguins dans le thorax, et le fond du sac pulmonaire dans l'abdomen, c'est là une circonstance à favoriser le développement de toute l'organisation d'un oiseau; car l'air des cellules abdominales sera refoulé par les muscles du bas-ventre, de manière à diriger sur les vaisseaux respiratoires de l'air alors comprimé et dans la qualité de celui qui sort de nos soufflets, c'est-à-dire de l'air avec plus d'oxigène

---

valent et une compensation aux ruines de ce grand naufrage, c'est-à-dire pour recommencer l'œuvre du règne zoologique. La terre aurait-elle perdu ses habitants, à l'égard d'une partie de ses emplacements, pour y demeurer à toujours dans un veuvage de corps organisés? Il n'en est rien. Le sommet neigeux des montagnes, le fond humide et vaseux des marécages, le sol aride et brûlant des déserts, tous les autres lieux d'une plus commode résidence, les airs, les eaux et le sol en culture, c'est-à-dire toute la croûte superficielle, toutes les sortes d'anfractuosités de notre globe, ont des habitants à la convenance de toutes et de chacune des circonstances qui en protégent et qui même en constituent les divers accidents.

(1) Cours de l'Histoire naturelle des Mammifères, in-8. 1829.

sous un moindre volume et conséquemment avec augmentation d'énergie pendant la durée de la combustion. Pour le surplus du phénomène, sont autant d'effets de ce premier changement, comme la caloricité plus grande du sang, ses couleurs plus vives, sa transparence augmentée, son cours plus rapide, l'action musculaire rendue plus énergique, le changement des houppes tégumentaires en plumes, etc. Je renvoie à la quatrième partie de mes leçons sur les mammifères.

Notre profond physiologiste de Lamarck a présenté, dans sa Philosophie zoologique, des considérations sur les causes physiques de la vie et les conditions qu'elle exige pour se manifester. Habile à poser des principes qu'il avait puisés dans des idées calculées de causalité, il le fut moins dans le choix de ses preuves particulières, quand il apporta un grand nombre de faits, qui lui paraissaient établir que les actions et les habitudes des animaux amenaient à la longue des modifications dans leur organisation.

En définitive mon but, par ces tableaux ou exemples, est de montrer en quoi consiste le système général des cas différentiels, quelles recherches lui sont applicables, et quel brillant avenir de savoir et de conséquences philosophiques lui est réservé. En effet, cherchez, l'esprit dégagé des illusions et des préjugés des âges antérieurs, à vous rendre compte de la succession des faits différentiels dans l'évolution d'un être qui a parcouru toutes les phases de sa vie, vous avez en raccourci sous quelques rapports le spectacle de l'évolution du globe terrestre, c'est-à-dire une succession de faits différentiels engendrés les uns des autres. S'y rendre attentif, c'est apporter un œil heureusement scrutateur sur les scènes des

grandes époques du monde, c'est pour ainsi dire prendre la nature sur le fait : développons cette pensée.

Article VI.

Transformations de l'organisation formant l'une des nécessités du travail des développements.

Je ne crains point d'insister et de trop étendre ces réflexions. Nous assistons chaque année à un spectacle visible je ne veux pas dire pour les yeux de l'esprit seulement, mais pour ceux du corps ; spectacle où nous voyons l'organisation se transformer et passer des conditions organiques d'une classe d'animaux à celles d'une autre classe : telle est l'organisation des batraciens. Un batracien est d'abord un poisson sous le nom de têtard, et puis un reptile sous celui de grenouille. Or, nous arrivons à savoir comment se fait cette merveilleuse métamorphose. Là se réalise, dans ce fait observable, ce que nous avons plus haut présenté comme une hypothèse, la transformation d'un degré organique passant au degré immédiatement supérieur.

Les faits physiologiques de la transformation du têtard ont été recueillis et sont parfaitement mis en lumière par mon célèbre ami M. Edwards, dans son ouvrage ayant pour titre : *De l'influence des agents physiques sur la vie ;* et les faits anatomiques, par beaucoup de naturalistes, et spécialement par l'auteur (1) d'un manuscrit déposé à l'Institut, et qu'il ne m'est

(1) M. le docteur Martin de Saint-Ange, ayant concouru par le dépôt de ce manuscrit au grand prix des sciences naturelles, devant être décerné

permis de signaler aujourd'hui que par son épigraphe : *In minimis maxima patientia.* Je cite ici cet ouvrage, attendu que je vais m'autoriser d'un savoir que j'y ai puisé.

Les développements d'où résulte la transformation sont opérés par l'action combinée de la lumière et de l'oxigène, et les changements corporels par la production de nouveaux vaisseaux sanguins, qui sont alors soumis à la règle du balancement des organes, dans ce sens que si les fluides du système circulatoire se précipitent de préférence dans de nouvelles voies, il en reste moins pour les anciennes. Ces vaisseaux alternants, qui ici se contractent et qui là se dilatent, changent les rapports des organes où ils se rendent; et comme c'est successivement sur tous les points du corps, la transformation devient générale, ici par l'atrophie et la ruine de quelques parties, et là par l'hypertrophie de plusieurs autres, dont il y avait d'abord à peine le germe. M. le docteur Edwards(1) en retenant sous l'eau des têtards, a retardé ou mieux empêché leur métamorphose. Ce qui fut là expérimenté en petit (2), la nature l'a pratiqué en grand, à l'égard

---

par l'Académie en 1831, et ayant obtenu, le 27 juin de la présente année à titre d'encouragement, la somme entière destinée au prix.

(1) De l'influence des agents physiques sur la vie. In-8. 1824.

(2) De semblables expériences seront un jour tentées : et je ne doute pas que par elles on n'arrive facilement à montrer toutes les ressources et l'action directe de la nature, quand elle opère la transformation des corps organisés au fur et à mesure du travail de leur développement successif. Qu'effectivement vous vous procuriez expérimentalement une autre sorte d'état météréologique, *la loi d'affinité de soi pour soi* pourvoira sous le régime d'un autre milieu aux conditions de l'arrangement moléculaire, d'où proviennent les combinaisons des tissus organiques et tant de modifi-

du protée, qui habite les eaux souterraines des lacs de la Carniole. Ce reptile, privé d'y ressentir l'influence de la lumière et d'y puiser l'énergie d'une libre pratique de la respiration aérienne, reste perpétuellement larve ou têtard ; mais d'ailleurs il peut toutefois transmettre sans difficulté à sa descendance ces conditions restreintes d'organisation, conditions de son espèce, qui furent peut-être celles du premier état de l'existence des reptiles quand le globe était partout submergé. En effet, la filiation des protées devait rester possible et assurée, parce que, bien que privés de faire éprouver à l'une des premières époques de leur vie les bénéfices d'un développement suivi quant aux organes respiratoires, ces reptiles devenaient et se montraient à une dernière révolution des développements progressifs et vers les organes de la génération, susceptibles de ces effets de l'âge.

Mais ce n'est pas seulement toute la série des êtres normaux qui s'offre à nous comme fournissant un champ immense d'explorations, avec le pouvoir de révéler le but et les moyens du système philosophique des cas différentiels ; tout autant que les recherches sont faites en temps utile, c'est-à-dire, au moment critique de l'évolution et des métamorphoses. Car nous pouvons en outre aussi nous renfermer dans un cadre plus étroit, placé plus à la portée de nos moyens, et devant s'expliquer avec plus de certitude sur les causes, je veux parler

---

cations qui surviennent en raison de tout changement subit. Or celles-ci sont incessamment acquises en telle mesure, que le fils naissant dès-lors sous d'autres influences que son père, ne peut en tous les points lui ressembler. Il suffit de signaler la possibilité de pareilles expériences pour faire pressentir les nouvelles destinées de l'Histoire naturelle du globe.

des êtres de la monstruosité. Il semble que la nature ait créé cette classe d'êtres ébauchés, afin de tenir soulevés pour quelques moments à notre profit les voiles qu'elle a répandus sur le ressort et les actes de la vie organique. Et en effet nous savons ce que les monstres contiennent de trop, ou de moins, ou de mal établi, en les comparant avec la souche d'où ils proviennent; il fallait tel ensemble pour satisfaire au *nisus formativus*, à la tendance ou à la loi accomplie de leur formation, et il est venu tout autre chose. Il est évident que nous avons ainsi sous les yeux (la première cause de monstruosité se présentant comme l'objet d'une ordonnée générale), plusieurs éléments de proche en proche modificateurs les uns par rapport aux autres. Alors et par conséquent, combien notre principe de l'étude philosophique des cas différentiels ne trouve-t-il point là d'application!

Article VII.

Des transformations par la monstruosité.

Aussi bien que dans le cas cité plus haut de la transformation du têtard en grenouille, il n'est qu'un moment à saisir dans la série des développements, pour en faire une étude fructueuse. J'en ai déja fait la remarque dans d'anciens écrits, quand j'ai rappelé les débats célèbres et définitivement stériles, qui captivèrent l'attention du monde savant de 1724 à 1745. Lemery, dominé par les plus heureuses inspirations sur les causes de la monstruosité, avait proposé une théorie que les anatomies de Winslow combattirent avec succès. Toute lésion organique suivie d'une monstruosité affecte ordinairement le fœtus vers le deuxième ou le troisième mois; et bientôt après,

des réparations, dues à la reprise du *nisus formativus,* mêlent au fait primitif des déformations leurs faits de retour à la normalité. Le scalpel de l'anatomiste ne faisait donc découvrir à Winslow qu'un amalgame de combinaisons diverses et successives ; circonstance qui ne fut point comprise par Lemery, et qu'il ne sut point opposer aux vives attaques de son adversaire. Ainsi de Lamarck aurait également attribué des explications bonnes pour un premier âge aux conditions d'un âge plus avancé, quand cherchant des motifs à la variation des êtres, il lui arriva de croire les animaux adultes capables d'impressions et de modifications durables.

Et au surplus, il en est des transformations par voie de monstruosité comme de celles dues au développement régulier d'un têtard. Un organe est-il frappé d'un arrêt de formation, l'afflux des fluides qui le nourrissaient ou qui étaient destinés à le nourrir profite à d'autres organes : notre loi de balancement qui règle l'accroissement inverse et réciproque des volumes, éclaire cette marche insolite, de manière que tous les faits différentiels, se correspondant et se commentant respectivement, refusent rarement l'explication de leur causalité à des recherches ardentes et bien dirigées.

Un autre exemple que l'utilité de son enseignement m'engage encore à citer est la merveilleuse organisation de la taupe. Là se trouvent ensemble associés et confondus en quelque sorte les arrangements et les combinaisons des êtres de la monstruosité et de ceux de la zoologie régulière. Cela serait peu pour notre instruction que l'entière suppression d'un organe des sens, de celui de la vue par exemple : un mammifère de la Russie, le *mus typhlus*, est complètement aveugle. Mais que, comme dans la taupe, l'organe de la vue vienne à rompre tous ses rapports ordinaires, toutes choses ainsi

maintenues chez tous les animaux indistinctement, pour s'accommoder de l'invasion d'un accident de monstruosité; que de renseignements à puiser là au profit des recherches pour le système des faits différentiels! Cette monstruosité phénoménale en ce qu'elle sort victorieuse de tout effet de perturbation et qu'elle est perpétuée par voie de génération, forme un fait appréciable dans son motif. Le museau de la taupe employé à fouiller, est consacré à un exercice très-laborieux: il grandit démesurement; et avec lui croissent toutes ses parties voisines, spécialement tout l'organe olfactif. Mais l'appareil nasal n'acquiert un développement hypertrophique qu'en soumettant l'organe qui le suit aux conditions de la plus facheuse atrophie : c'est l'œil qui éprouve ce mécompte, mais de plus, qui le ressent, non pas seulement en devenant démesurement petit, mais encore en étant privé de ses communications immédiates avec le cerveau. Le nerf optique ne parvient point aux lobes optiques (tubercules quadrijumeaux), le grossissement du museau et de l'appareil olfactif s'y oppose, en lui barrant le passage: ce nerf se répand d'abord sous la peau en côtoyant le nerf de la cinquième paire, et en définitive, il s'y réunit, au moment où celui-ci, porté à un volume extraordinaire, entre dans la cavité du crâne. Ainsi, il n'est pas dans l'histoire organique de la taupe un seul fait de diversité qui ne révélât son motif : tous les cas différentiels de cette organisation curieuse s'expliquent réciproquement les uns par les autres.

Article VIII.

Conclusions.

Combien d'autres exemples pourraient être invoqués pour établir la nécessité des études que nous recommandons! Ce ne sont pas des effets sans une cause appréciable que la multiplicité et la diversité des formes animales : et, il m'est sans doute permis de le pressentir et d'y insister : certes quel plus légitime sujet de recherches que tant de conformations bizarres qui n'ont guère encore excité en nous que le sentiment d'une stérile admiration; ces serpents établis sous l'apparence d'une longue verge; ces boîtes ambulantes appelées *tortues;* tous ces premiers habitants de la terre, que des cuirasses de peau osseuse n'ont point préservés des ravages du temps!

Nous ne finirions pas, si nous voulions indiquer dans quelle mesure de fécondité se présente notre nouveau genre de recherches; puisque s'il s'étend à tous les cas variables, ce n'est rien moins qu'à tous les corps de l'univers. Toutefois je signalerai encore un autre sujet de considération : je ne puis mieux terminer qu'en revenant sur les motifs qui m'ont entraîné dans la présente discussion. Je l'ai dit en commençant : je me disposais à écrire sur les animaux fossiles du calcaire de Caen. Or une partie de leur crâne, la région jugo-temporale, étudiée comparativement avec les parties analogues des autres animaux vertébrés, m'avait paru offrir un cadre heureux pour une application de mes principes sur les faits différentiels.

Je voyais ces études d'ostéologie comparée sous l'empire de deux ordonnées générales : 1° le retour nécessaire des

mêmes matériaux composants, c'est-à-dire la direction imprimée par le principe de l'unité de composition ; et 2° les relations mutuelles et toujours harmoniques entre toutes les parties, ou autrement l'intervention du principe des connexions. Mais d'ailleurs, quant à ces deux circonstances de l'état des matériaux, la possibilité (1) de beaucoup de modifications deve-

(1) Je parle de cette possibilité sous l'inspiration de l'un des deux systèmes concernant la formation des êtres : que je m'explique sur le motif de cette préférence.

Des deux théories sur le développement des organes, l'une suppose la préexistence des germes et leur emboîtement indéfini : l'autre admet leur formation successive et leur évolution dans le cours des âges. Selon le système d'un emboîtement indéfini, les êtres sont et restent durant les siècles ce qu'ils ont toujours été : de là on a conclu que les formes animales étaient inaltérables. Cependant des métamorphoses, qu'on croit opérées par une espèce de déboîtement et où l'on ne pense qu'à constater un rapport du petit au grand, n'est-ce pas réellement sortir du champ de l'observation? Cette manière hypothétique de considérer l'organisation des animaux en abrége beaucoup l'étude. Effectivement elle dispense de la recherche de tous les rapports qui naissent de la variation continuelle des êtres vivants, à mesure que s'en fait le développement. Il y a mieux, elle dispense au besoin de toute philosophie. On reste fidèle, il est vrai, à l'énoncé du point de départ, en ne remontant pas plus haut que le fait de l'apparition des choses : enfin dans ce système, on s'en tient à constater que les êtres existent; puis, saisissant une circonstance caractéristique, à les voir différents. C'en est assez pour les rechercher et pour les considérer comme bons à décrire et à classer. L'Histoire naturelle, comme elle a été entendue et poursuivie jusqu'à ce jour, est, à peu près, tout entière sortie de ce système d'idées. En bornant ses considérations à l'infiniment petit et à l'infiniment grand, les travaux à produire, loin de faire connaître la beauté, la puissance et l'harmonie de la nature, ne sauraient aboutir qu'à nous étonner par le spectacle confus de son ensemble. Voyons

nait l'élément générateur de leurs transformations. Car 1° le volume proportionnel des matériaux change d'une espèce à une autre, toutefois sans que le principe du balancement des organes ne vienne à perdre de vue ces changements, et n'intervienne au contraire utilement : une explication satisfaisante ne manque jamais; 2° les matériaux ne se groupent pas toujours de même ensemble, bien que pour satisfaire à la loi des connexions, ils ne puissent éviter d'être compris dans un même

---

plus loin encore, et cherchons à comprendre les allures des partisans du système de l'évolution : ils négligent le doute interrogateur et les voies ordinaires de l'ardente investigation du physicien, pour s'abandonner à des sentiments de théologien : car ils ne peuvent qu'invoquer une foi vive pour une sorte d'incarnation préétablie, pour un mystère qui n'exige d'eux d'autre effort d'intelligence que d'y croire, et dont c'est raconter le miracle sous une forme explicative, que de recourir à toutes les subtilités d'une argumentation *in absurdo*.

Pensant ainsi, j'ai dû préférer la supposition contraire; et en effet dans le système de l'épigénèse, la science s'agrandit en raison de l'étendue des recherches : les rapports se multiplient, ils naissent pour ainsi dire sous les pas de l'observateur. Car pour tous les faits les plus compliqués, la comparaison des êtres est l'instrument nécessaire et devient l'unique moyen des déductions. Ce n'est effectivement qu'à ce prix et de cette façon que l'on peut essayer de donner une explication probable de ce qui constitue le mécanisme de toute composition animale.

J'ai eu un instant l'idée de donner la statistique des deux opinions régnantes, et j'avais en effet, en terminant mon Mémoire précité sur les animaux antédiluviens, promis un second article très-détaillé à ce sujet. Mais j'ai depuis pensé qu'il fallait sur cela s'en rapporter à l'action toute puissante du temps : la préexistence des germes perd tous les jours de ses partisans, et l'opinion contraire en compte de plus en plus, à mesure que l'organisation mieux étudiée, est aussi mieux connue.

engrenage: il semble qu'une affinité élective décide dans chaque association de l'époque retardée, ou anticipée des réunions. Si, ce qui est ordinairement, la soudure des pièces osseuses ne dépend pas du caractère de leur volume, ces pièces, matériaux de grande dimension, retiennent plus longtemps leur premier caractère d'individu ou d'os distinct: mais qu'elles soient réduites à un moindre volume, elles recherchent promptement l'appui et la soudure de leurs voisines; ou bien, extrêmement petites, elles sont dès leur formation groupées ensemble.

Les faits différentiels ne sont donc jamais dus à un accident qui soit inappréciable: ils sont au contraire dans une dépendance mutuelle: s'influençant réciproquement, chacun et tous interviennent comme la conséquence d'un ou de plusieurs motifs. Des anatomies comparées faites dans l'esprit de ces recherches, si elles ne doivent pas, à cause de quelques complications pour le moment inexplicables, satisfaire sur tous les points, sont, ce me semble, appelées à répandre de grandes lumières sur l'emploi des forces actives de l'organisation.

Pour agir conformément à ce programme, j'avais eu à choisir entre deux partis: ou je marcherais sans en avertir, dans une nouvelle direction, me promettant en cas de succès de faire remarquer que cette marche était et praticable et utile; ou je ne m'y engagerais qu'après avoir prévenu que je croyais nécessaire d'ouvrir ce nouveau sillon dans la voie scientifique. Mes deux premiers écrits sur les téléosaures, produits sous l'influence de la première de ces déterminations, et comprenant tant de détails, n'avaient déja que trop fatigué: j'ai dû épuiser la seconde combinaison.

Ainsi, je ne voulais, en commençant un nouveau Mémoire, que donner les motifs qui m'entraîneraient dans d'autres recherches : et c'est un traité spécial que j'ai ici produit au lieu de ces explications. Cependant ce ne sera pas inutilement : je m'en autoriserai pour écrire avec plus de liberté et pour présenter prochainement avec toute confiance la suite de mes recherches sur les animaux antédiluviens des carrières de la ville de Caen.

CINQUIÈME MÉMOIRE,

COMMUNIQUÉ A L'ACADÉMIE ROYALE DES SCIENCES, LE 29 AOUT 1831.

SUR

Les pièces osseuses de l'oreille chez les crocodiles et les reptiles téléosauriens retrouvées en même nombre et remplissant les mêmes fonctions que chez tous les autres animaux vertébrés.

PAR M. GEOFFROY SAINT-HILAIRE.

Ce nouveau travail va servir de commentaire et de complément au second de mes Mémoires sur les sauriens fossiles du territoire de Caen : je m'aide cette fois de toutes les ressources du dessin. Lorsque je donnai à l'Académie, le onze octobre de l'année dernière, lecture de ce mémoire roulant sur les spécialités de forme de l'arrière-crâne des crocodiles et des téléosaures, je ne fus pas compris de mon illustre confrère M. le baron Cuvier, sur un point, et celui-là même, qui me paraissait former la partie essentielle de la question. Cependant M. Cuvier avait écrit *ex professo* sur la matière. Sans doute ce fut de ma faute, et pour avoir peut-être, en ne calculant pas assez toute l'étendue de mon sujet, traité de ce point sans les développements nécessaires; probablement aussi pour avoir donné mes explications avec trop de con-

fiance, de concision, et, je l'avouerai, avec quelque obscurité. Ayant voulu peu après reprendre mes avantages, je développai de nouvelles idées dans un article (1) qui parut le 23 octobre suivant : mais dans ce même article je me trouvai toujours privé du secours de quelques planches que je tiens pour indispensables.

Alors comme aujourd'hui, voulant, en traitant de l'oreille osseuse des crocodiles et des téléosaures, insister sur l'un des plus grands écarts de l'organisation, je ne pouvais, comme je ne puis encore, être compris qu'en indiquant le principe et le but de la formation de tout appareil auditif. Or, voici comme je conçois cette généralité.

Article Ier.

Considérations générales.

Le crâne forme un salon pour l'encéphale, s'ouvrant de chaque côté dans quatre chambres destinées à contenir les organes du goût, de la vue, de l'odorat et de l'ouïe. Or, il est de l'essence de toute chambre, comme de celles-ci en particulier, d'offrir plusieurs murailles communes ; telles sont les cloisons des divers compartiments. Avant qu'on en prît cette idée générale, la forme et les dimensions des cavités crâniennes leur avaient fait donner, selon l'occurrence, les noms de *fosses*, de *cavernes*, ou de *boîtes*. La chambre de l'appareil du goût formait une vaste *caverne*, celles pour la vue et l'odo-

(1) *Sur quelques conditions générales des rochers et la spécialité de cet organe chez le crocodile.* Gazette Médicale, n° 43, ou, tom. I, p. 391.

rat n'étaient que des *fosses*, et c'est dans une *boîte* étroite qu'on disait que sont contenus les principaux éléments de l'organe auditif.

L'ensemble de l'appareil auriculaire se compose de deux caisses adossées ; l'une est la caisse tympanique ou *l'énostéal* (*oreille externe*), et l'autre le rocher ou la boîte des canaux semi-circulaires (*oreille interne*). A un moment donné de l'âge fœtal chez les mammifères et chez l'homme, les caisses sont le produit de quelques petits os déja constitués par un système d'ossification achevé et indépendant, savoir : 1° la caisse de l'oreille externe, qui s'en tient à être un cadre du tympan, étendu au-devant de ses trois osselets ; et 2° la caisse de l'oreille interne, qui se compose des deux lames du rocher, en dedans desquelles sont les canaux semi-circulaires. Une pièce d'abord membraneuse, puis fibro-cartilagineuse, et finalement ossifiée chez l'homme vers le huitième mois de la vie fœtale, se montre décidément dans l'état d'un os à part pendant le neuvième mois : tel est le *cotyléal*, existant sous ces diverses et successives conditions dans le fœtus humain. Les métamorphoses de cet osselet chez les animaux m'avaient conduit à le supposer existant et ses connexions connues à le retrouver chez l'homme. Sa forme, comme il se dessine d'abord et quand il prend un caractère osseux, se présente sous l'apparence d'une fourche : les branches de cette fourche sont posées sur la partie externe du cadre ; la queue se dirige sur le sphénoïde ; et sous cette queue, comme sous une arche de pont, passe la carotide interne. Le cotyléal grandit très-vite : extérieurement il dépasse le cadre et devient conque auditive ; du côté intérieur il se répand sur le rocher, et en définitive il opère la liaison des deux caisses, séparées primitivement.

Voyons maintenant le rocher dans ses conditions essentielles : voyons-le indépendamment de sa forme dans chaque espèce, de même qu'indépendamment des soudures que cette chambre contracte avec le cotyléal et avec le temporal (*portion écailleuse*). C'est chez les mammifères une sorte de coquille bivalve, au moyen de ses deux lames concaves qui sont superposées l'une à l'autre ; ces lames en se joignant laissent des intervalles, deux du côté de la boîte crânienne et deux autres du côté de la caisse (l'os énostéal). Les premiers interstices servent de passage aux deux nerfs acoustiques, et sont nommés trous auditifs externe et interne, et les seconds constituent la fenêtre ovale et le trou rond. Ainsi j'admets et vois le rocher sous l'idée d'une boîte, dont le couvercle est soudé presque partout sur ses bords. D'ailleurs en voici les fonctions. Il loge dans sa cavité les canaux semi-circulaires, ses deux ordres de nerfs et ses vaisseaux. Il rentre ainsi dans toutes les conditions essentielles des organes des sens ; car, voyez jusqu'à quel point il reproduit les faits de l'organe olfactif. Entre les os du nez et ceux du vomer formant les parois de la chambre nasale, sont et se trouvent, pour y demeurer renfermées, quelques parties, telles que les cornets supérieurs et inférieurs, également deux ordres de nerfs, deux systèmes de vaisseaux. Et dans cette énumération je ne comprends pas les parties situées au-dessous du vomer et consistant dans les parois internes des os palatins : car celles-ci sont le plancher d'un autre canal expresément dévolu à l'organe respiratoire.

Le rocher n'est constitué avec ses deux écailles dans cet ordre de simplicité que chez les mammifères, c'est-à-dire seulement chez les animaux à large et ample cerveau. S'il

survient une exception, comme chez quelques oiseaux, le cerveau laisse apercevoir dans le mode de cette plus grande largeur la cause explicative de l'exception. J'ai surtout étudié l'arrangement des deux écailles du rocher chez les animaux vertébrés placés vers la fin de l'échelle zoologique ou chez les poissons: j'ai poursuivi ces considérations dans un travail (1) sur l'aile auriculaire des animaux de cette classe. Ce sont des pièces tellement spéciales, que déjà dans ce travail, qui date de plusieurs années, je leur avais donné le nom de *pré-rupéal et de post-rupéal* (2): et la raison du choix des monosyllabes *pré* et *post*, pour qualifier la position respective des deux rupéaux, bien qu'ils soient quelquefois l'un au-dessus de l'autre, m'a été suggérée par le principe des con-

(1) Mémoires du Muséum d'histoire naturelle, tome XI, p. 420.

(2) La spécialité des deux rupéaux est surtout révélée chez les poissons par une nécessité de la structure de leur crâne. Ailleurs les os de l'oreille, considérés dans leur ensemble et dans le devoir qui les appelle à faire partie des enveloppes de l'encéphale, arrivent de la circonférence sur le centre; ils doivent atteindre et sur un point effectivement ils coiffent le cerveau. Dans les poissons, au contraire, un autre et non moins exigeant appareil, celui des branchies, est sur leur flanc externe : cloison intermédiaire entre celles-ci et l'encéphale, les rupéaux acquièrent de la surface au profit de ces branchies, en se plaçant côte à côte, où ils se joignent sous un angle saillant. L'angle étant rentrant du côté de l'encéphale montre les deux rupéaux ajustés comme les deux valves d'une coquille à demi ouverte et que retiendrait unâ charnière. Les canaux semi-circulaires, qui ne parviennent jamais au degré de l'ossification, existent dans l'enfoncement des deux valves : le périoste enveloppe cette partie principale de l'appareil auditif, parce qu'après avoir tapissé la surface interne des rupéaux, il devient une cloison membraneuse et place ainsi un diaphragme qui ciôt l'appareil auditif à l'égard de la boîte crânienne.

nexions. Le rupéal d'en-bas suit constamment les grandes ailes, et le rupéal d'en-haut précède toujours l'occipital supérieur. Ainsi ce second rupéal appartient au tronçon terminal, et le premier au tronçon immédiatement antérieur.

Dans les ovipares, chez lesquels le cerveau perd de son volume en largeur pour s'étendre dans l'autre dimension, et par conséquent chez lesquels, les os qui servent de ceinture à l'encéphale en suivent les révolutions et se prolongent davantage dans le sens de la longueur, les rupéaux accompagnent ceux de ces os qui les avoisinent, en même temps qu'ils se tiennent à portée l'un de l'autre : le pré-rupéal se porte un peu en devant, et le post-rupéal un peu en arrière : ils chevauchent l'un à l'égard de l'autre, toutefois sans manquer de conserver leurs relations mutuelles, de composer ensemble une commune cavité rochéenne. Mais sous cette autre influence, ils ne sont plus superposés bord contre bord. Le post-rupéal, formant le sommet, est quelquefois (et c'est ainsi dans le crocodile) à une certaine distance en hauteur du pré-rupéal. Or, une telle pièce ne reste point en l'air, et l'appui qu'elle ne trouve plus d'abord vers le bas, elle l'acquiert en arrière, c'est-à-dire à la région occipitale. Soudée d'origine de cette manière, la seconde pièce n'est plus retrouvée en ce lieu que par la théorie ; en effet, l'analogie la montre bien certainement, dès que je puis citer des faits de cet ordre, où personne ne saurait être admis à s'écrier que c'est une simple hypothèse *à priori*.

Dans l'homme, avant qu'il se soit encastré avec les parties qui l'entourent, l'ethmoïde se compose du corps ethmoïdal et des cornets supérieurs. Chez le veau, dans un âge correspondant, le corps ethmoïdal est soudé en ar-

rière avec le premier sphénoïde. Cependant les cornets supérieurs ne pouvaient rester en l'air, et ils s'appuient en premier lieu, et puis en second lieu ils se soudent sur le vomer. Même nécessité, même révolution pour les rupéaux dans les cas ci-dessus exposés.

Après ce coup-d'œil général, l'on pourra, je crois, mieux comprendre et surtout suivre avec un intérêt plus vif les faits particuliers qui forment l'organisation spéciale de l'oreille des crocodiles.

Article II.

Détermination des os de l'arrière-crâne.

Cherchons les rochers au milieu des parties crâniennes qui les entourent; et d'abord, afin de me procurer un point de repaire que je puisse tenir pour incontestable, j'arrête mes regards sur les grands espaces circulaires situés derrière les fosses orbitaires. Ces espaces marqués *v*, *v* (1), sont les cavités de l'arcade jugo-temporale où s'insèrent les muscles élévateurs de la mâchoire inférieure, enfin les fosses temporales; la pièce unique et médiane Y qui forme au côté interne leur cloison est le pariétal; le côté externe est fermé en arrière par le temporal P, et en devant par le jugal O. Le temporal, recouvrant toujours les rochers, les a immédiatement sous lui à l'égard des pièces vues supérieurement. C'est donc à la préparation, fig. 2, à me montrer ces os cherchés. Ils occupent effectivement l'em-

(1) Consultez la première de nos planches, celle des *Crocodiles*, fig. 1 et 8; voyez aussi l'espace, Lettre *a*, et II la fig. 9 : des muscles, en particulier le crotaphite, remplissent ces cavités.

placement central Q, étant entourés comme il suit : supérieurement par R et K (coupe sur l'ex-occipital et sur l'interpariétal), inférieurement par G et *p y* (coupe sur le basilaire et l'énostéal), et par devant enfin par X : c'est la couche osseuse coiffant de côté les lobes cérébraux, ou notre os ptéréal. Tout cet emplacement central et circonscrit, tel que je viens de l'indiquer, est le rocher Q (1), sur le compte duquel les anatomistes ne furent jamais en dissentiment. Il y a un de ces rochers à droite, et un autre, son congénère, à gauche ; la position de chacun est décidément latérale. Leurs relations ou enchevêtrement avec les os qui les entourent n'offrent rien que de régulier, que de conforme au principe des connexions. Enfin cet os Q, dont je ne vois dans la fig. 2 qu'une bien petite partie, le surplus se trouvant caché par les os voisins, je le considère à part, fig. 17 : et sur cette pièce ainsi isolée, je pense et j'en discute, comme l'ont fait avant moi les naturalistes qui s'en sont occupés.

Cependant, si à cet égard nous arrivons au même point et si en effet nous devons considérer comme acquise incontestablement la détermination du rupéal Q, nous aurons à observer qu'il n'en saurait être ainsi des pièces de son entourage. Des déterminations différentes à l'égard de quelques-unes existent dans la science. Or, c'est un fait grave qu'une telle situation des choses, dès que le dissentiment dans lequel je suis malheureusement entraîné vis-à-vis de M. le baron Cuvier ne porte pas seulement sur une valeur ar-

(1) La lettre indicative Q est en dehors ; mais suivez sa ligne de points, et vous rapporterez cette lettre à la partie centrale et fortement teintée de la figure.

bitraire des termes, mais puisqu'il embrasse véritablement ce qu'il y a de vif et de fondamental dans les questions. Car nous sommes tous deux partis du même point; tous deux nous reconnaissons que les pièces crâniennes sont analogiquement les mêmes chez tous les animaux : et nous croirions en exprimer les véritables rapports au moyen de notre nomenclature différente! Il faut l'avouer; en quelques points nous avons senti, et certes apprécié très-différemment ces rapports.

Dans ces circonstances, j'aimerais à accepter la pensée de mon illustre confrère; mieux que personne, je comprends ce que doit et peut exercer d'influence l'autorité de son nom; surtout je voudrais éviter une nouvelle collision. Toutefois ma profonde conviction, par conséquent l'intérêt de ce que je crois être la vérité, et enfin l'entraînement de mon sujet, en décident autrement et me contraignent au contraire à m'expliquer. Je ne puis en effet me dispenser d'employer des termes que je crois logiquement et très-sévèrement déduits de l'analogie; j'y ai recours comme traduisant avec toute la fidélité et la clarté désirables les rapports découverts. Autrement la spécialité de l'oreille du crocodile, but principal des présentes recherches, serait exposée à n'être point comprise.

Le rupéal du crocodile une fois donné, il devenait facile d'en faire sortir la connaissance des pièces du pourtour. Le principe des connexions devient un guide tellement assuré, que l'on peut en effet comparer le crâne du crocodile directement au crâne humain. Or, voici ce que dans l'homme, point de départ des recherches analogiques, chacun a pu remarquer : en avant sont les grandes ailes, au-dessus le

temporal, au dehors latéralement le cadre ou la caisse, en arrière les occipitaux et par dessous la pièce servant d'arche de pont à la carotide interne, cette pièce *x* que j'ai nommée *cotyléal.* J'insiste sur cette dernière, inaperçue jusqu'à moi dans l'espèce humaine, et que par conséquent M. Cuvier n'eut point occasion de comprendre parmi ses moyens de recherche. Cet autre terme, accordé aujourd'hui à nos études de comparaison, ayant passé d'une manière plus distincte chez les reptiles à la condition d'un os à part, est précisément ce qui dans le crocodile fut pris et nommé *temporal* par M. Cuvier. Or je regrette vivement d'avoir à produire une remarque critique au sujet de cette considération (1). Un tel résultat supposerait un déplacement; et nos règles zoologiques, le principe des connexions à leur tête, n'admettent aucune anomalie pareille. Ce serait voir placé par dessous ce qui est toujours et nécessairement situé en dessus; et en effet c'est constamment que le temporal couronne l'appareil auditif, en recouvre l'entrée, pour de là s'élever et se répandre sur le pariétal. Dans le système de M. Cuvier, une portion du temporal est, à l'égard du crocodile, considérée comme un os isolé qu'il nomme *mastoïdien.* Mais

(1) A l'éclectisme que l'on recommande beaucoup et abusivement, selon moi, préférons une *déduction* sévère et logique. L'éclectique a beau protester qu'il fera de son mieux pour *choisir* le vrai, pour délaisser le faux; l'intervention de son *moi* est toujours de trop dans l'affaire. S'il occupe un premier rang dans la science, et qu'à ce titre il commande la confiance: qu'importe? Personnellement chacun de nous n'ajoute rien au caractère de la *vérité*: un *jugement vrai* à faire sortir du fond des choses est une *déduction* à produire, dont les éléments avec leur essence d'inflexible nécessité sont toujours là, qu'ils soient cachés ou bien révélés à notre esprit.

voyez que, si cette pièce P n'était point la portion dite l'écailleuse du temporal de l'homme, et selon les naturalistes le temporal proprement dit, elle manquerait à toutes ses relations obligées. Deux fragments du même os se laisseraient donc traverser et seraient séparés par d'autres pièces de l'oreille externe, les pièces du cadre du tympan, ou de la caisse. Mais voici bien un autre inconvénient; cet os P, qui serait la portion mastoïdienne, une partie tout-à-fait reculée en arrière, serait venu s'unir à une autre pièce O, donnée, sous le nom de frontal postérieur, comme un démembrement de l'os du front; supposition inadmissible, en faveur de laquelle il faudrait qu'en ce lieu plusieurs os intermédiaires fussent immédiatement soustraits pour opérer cette alliance insolite.

Enfin la grande excavation, que nous avons représentée dans nos dessins, L. *v*, fig. 8, et qui est occupée par les muscles élévateurs de la mâchoire inférieure, que serait-elle? nécessairement, selon les pièces qui en forment les cloisons latérales et postérieures, une cavité, à laquelle auraient concouru tout à la fois et le frontal et la partie vaguement définie, qu'on nomme la portion mastoïdienne chez l'homme? Mais, ce point constaté, où trouver chez les autres animaux quelque chose de pareil ou du moins d'analogue? Nous avons déjà remarqué que le muscle crotaphite s'y trouve; s'il en est ainsi, ce lieu où s'insèrent les muscles qui élèvent la mâchoire inférieure est la cavité dite chez l'homme la *fosse temporale :* ce qui la complète antérieurement est l'os jugal reconnaissable à une apophyse au-devant de l'apophyse qui arrive du temporal. Or cet os qui se voit chez l'homme est exactement répété chez le cro-

codile, si, comme nous en avons une parfaite conviction, la pièce O doit cesser d'être considérée comme un démembrement du frontal: pour la rendre enfin à son caractère analogique, il faut la nommer le *jugal*. On avait évité jusqu'ici de s'expliquer sur le caractère de cette fosse; et il fallait bien qu'il en fût ainsi. Car, du moment où cette fosse serait reconnue comme le siége des muscles élévateurs de la mâchoire inférieure, comme étant la cavité jugo-temporale, alors tombait l'ancien système des dénominations préférées, alors apparaissait nettement et nécessairement tout l'ordre analogique de nos déterminations crâniennes.

Car cet ordre admis, chaque partie est à sa place, chacune entre comme l'élément voulu dans la chambre dont elle fait partie; aucune ne manque à sa fonction, et en définitive toutes subissent comme elles le doivent les nécessités de la loi des connexions : cela est ainsi pour tous les os entre eux. Il en est de même pour toutes les parties molles qui composent les organes des sens, tels que nerfs, vaisseaux et muscles. De sorte que pour conclusion dernière, il n'est nulle part vraiment plus beau champ pour la démonstration de l'analogie des organes et de la vue philosophique de l'unité de composition organique, que le théâtre qui nous est fourni par les têtes si différentes de l'homme et du crocodile.

Dès lors, plus de démembrement de l'os frontal en antérieur, moyen et postérieur; le frontal antérieur est l'os *planum*, intervenant plus ou moins largement dans le plancher extérieur du crâne, étant caché par l'œil en dedans de l'orbite chez l'homme, et se trouvant au contraire démasqué chez le crocodile par le défaut de profondeur de la cavité orbitaire. Le frontal postérieur reprend son caractère et son

nom d'os jugal, en sorte que le frontal moyen reste seul comme l'analogue de l'unique frontal chez l'homme, tout aussi bien que chez tous les autres animaux.

Voyons les choses sous un autre aspect, avant d'arriver aux sérieuses difficultés du sujet. Je me flatte en effet d'en préparer l'éclaircissement par une simple et préalable description des parties situées au-dessous du pariétal; ainsi, je suppose qu'à l'égard de la pièce, fig. 8, la dissection ait emporté le parallèlogramme inscrit entre les lignes parallèles PYP, PO, OUO et OP, c'est-à-dire toute la plaque pariéto-frontale, l'on se trouve avoir décoiffé toute la haute région du crâne; le frontal est épais, mais le pariétal forme une lame plus mince; enfin je suppose que la coupe aura été dirigée de façon à n'être pas assez descendue pour découvrir le cerveau. Cela posé, voici comme les choses apparaissent. Décrivant de devant en arrière, ce sont d'abord deux masses musculaires, elliptiques et séparées par l'étendue du pariétal : ce sont les muscles qui remplissent les fosses jugo-temporales. En se portant d'une distance en arrière, sont en ligne trois parties d'une étendue égale : savoir, d'abord à chaque bout une membrane attachée à un bord exactement circulaire; c'est la membrane du tympan, à laquelle adhère, mais à la paroi intérieure, un filet cartilagineux. La position de ce filet le fait reconnaître pour le marteau : il gagne en arrière et un peu en dedans un muscle longitudinal, celui du marteau et des osselets de l'ouïe; puis, est la région moyenne offrant cette singularité curieuse, que la coupe exécutée aurait dû ouvrir, mais n'a pas, selon notre supposition, entamé la boîte cérébrale. On a enlevé la plaque pariétale en la cernant par des coupes vives, en devant sur le bord articulaire et postérieur du frontal U, et

en arrière sur l'étendue transversale de l'occipital supérieur. J'ajoute cette autre circonstance : on a encore tranché dans le centre un petit pilier osseux se portant verticalement de la voûte crânienne au centre du pariétal : je l'ai fait représenter pour une autre combinaison, et marquer K*b*, fig. 19.

Portion HK. La remarque que je désire faire ressortir de cette exposition, c'est que toute cette région moyenne, moins le pilier central, est évidée, et que par conséquent si l'on fait passer un stylet par un trou auriculaire, il traversera, sans autre obstacle que les membranes du tympan, pour réapparaître à l'autre trou auriculaire : ce stylet peut passer et passe alors entre le pariétal, plaque externe, et les os cérébraux formant la voûte crânienne de l'encéphale : nous dirons plus tard ce que sont ces os coiffant supérieurement la masse encéphalique. Par conséquent les deux caisses ont une chambre commune, ou plutôt, à cause de cette chambre intermédiaire, elles ne forment ensemble qu'une caisse communiquant d'une oreille à l'autre. Or cela, je ne puis assez le répéter, cela, dis-je, se voit au-dessus de la voûte crânienne. Dès que chez aucun autre animal, vous ne trouvez un pareil arrangement, je dois insister sur ce cas insolite; je me crois en droit d'y voir un fait *crocodilien*, et de le signaler comme tel à l'attention des naturalistes.

Si chez d'autres animaux, je voulais suivre les osselets de l'ouïe et porter mon œil observateur sur l'oreille interne, il me faudrait procéder par une ligne directe de dehors en dedans ; mais chez le crocodile c'est autrement, les caisses ont gagné la région supérieure : c'est de ce point élevé qu'il nous faut en effet descendre pour pénétrer dans la chambre placée réellement au delà de celle qui contient les canaux semi-circulaires.

Par conséquent, voici comment les osselets de l'ouïe, en restant fidèles à leurs rapports respectifs et à leurs fonctions habituelles, satisfont à ce qu'exige d'eux la position nouvelle de la caisse. Le malléal ou le marteau est un os cartilagineux, placé le long de la membrane tympanique, adhérant par un bout et prolongeant assez loin son manche en raison de ses connexions obligées avec le muscle qui lui est consacré. L'incéal ou l'enclume, os également cartilagineux, existe sous la forme d'un triangle isocèle. M. le docteur Breschet me paraît avoir le premier reconnu et déterminé ces pièces (1) : il en doit traiter spécialement, et c'est d'après ses dessins, qu'il m'a très-complaisamment communiqués, que je les ai fait représenter (2). Quant au stapéal ou à l'étrier, se distinguant déja des autres parties de la chaîne par son état complet d'ossification, il lui fallait un aussi long pédicule que le montre notre fig. 6, pour qu'il allât porter son disque de fermeture sur la fenêtre ovale; ce qu'il réussit à faire par une position oblique de haut en bas (3).

J'arrive enfin à ce qui est proprement le sujet de ce Mémoire. Je vais essayer de montrer qu'en outre des deux pré-

---

(1) M. le docteur Breschet s'occupe d'une anatomie comparative de l'oreille des animaux. Ses recherches sur l'oreille du crocodile forment l'un des chapitres de ce travail très-étendu.

(2) Voyez, fig. 6, le malléal en *q*, l'incéal en *r*, et le stapéal en *z*.

(3) Les trompes d'Eustache se voient en partie dans la fig. 2 : elles existent le long et sur les flancs de l'hyposphénal E; descendant de *b* en *a*, elles arrivent à un confluent, *ac*, celui des arrière-narines. Les deux corps sphénoïdaux, E et D, ont été avec intention entamés et en partie soustraits, de manière qu'une partie du sinus ou de la trompe d'Eustache restât parfaitement visible.

rupéaux QQ, regardés jusqu'ici comme composant à eux seuls les rochers (1) des crocodiles, il est encore deux autres pièces rochéennes soudées l'une à l'autre, qu'elles recouvrent immédiatement et en dessus l'une des parties de l'encéphale, et qu'elles ont jusqu'ici échappé à toutes les recherches, non-seulement à cause de leur situation insolite et de leur mutuelle association, mais de plus, parce que l'état allongé de l'encéphale les a contraintes à s'unir d'origine à l'occipital supérieur, dont alors elles n'avaient dû paraître qu'une des annexes.

C'est un point de haute philosophie qui a été fort mal accueilli quand j'ai cherché à l'établir, un point de fait, pour lequel quelques réflexions approfondies avant jugement eussent été sans doute nécessaires, et que je dois et vais développer avec quelques détails, de sorte que je puisse vaincre enfin les résistances, dont il est devenu le sujet. Je cherche par là à excuser la prolixité de ce qui précède, comme de ce qui va suivre.

Afin d'aborder avec le plus d'avantages possibles les difficultés de mon sujet, j'ai recherché si quelques diversités de forme quant à l'oreille ne se rencontreraient pas dans la famille d'ailleurs parfaitement naturelle des crocodiles : je l'ai heureusement trouvé. Chaque spécialité de formes devient unindice et vaut un avis. Voilà ce qui a motivé ce grand nombre de figures numérotées de 16 à 23. En décrivant successivement les objets de ces figures, je m'attacherai principalement aux aspects qui y sont représentés, et dont ce qui suit ne sera réellement que le commentaire.

(1) Consultez, fig. 2, la pièce encastrée, fortement teintée et marquée, *Lett.* Q. La lettre est rejetée en dehors et conduit à son lieu par une ligne de points.

Article III.

Description des pièces associées et confondues avec l'occipital supérieur.

1° *Objets de la fig.* 16, *représentés d'après le Crocodile aux deux arêtes* (crocodilus biporcatus).

Tout cet ensemble de choses nous montre la portion médiane de l'arrière-crâne, vue par dessus et d'arrière en avant. Pour fixer les rapports de chaque partie, on a représenté une moitié, Y, du pariétal, laquelle est de plus incomplète antérieurement à son bord articulaire du côté frontal; cela posé, il reste les parties K k', et Z, qui soudées ensemble ont été données comme les dépendances d'une seule pièce, l'occipital supérieur : par derrière, en Z est la partie inscrite entre les ex-occipitaux, ou toute la surface de l'extérieur du crâne qui est aussi marquée Z, fig. 15 : vous la verrez, fig. 22, en raccourci, et elle est tout au contraire représentée, fig. 15, vue de face. Est-ce tout le sur-occipital, ou bien la portion d'une pièce plus compliquée qui fournit un assez large espace triangulaire au plancher extérieur du crâne? c'est là le point en discussion.

Mais, continuons de décrire. Tout en haut et à angle droit, la pièce postérieure Z est surmontée par une grosse tubérosité K, intervenant et restant visible entre les parties du plafond crânien : la portion brisée de l'os Y exprime la manière dont le pariétal par un bord sinueux et rentrant, l'entoure. On juge par la partie k' laissée à nu, c'est-à-dire, non recouverte à droite par le pariétal, de combien s'étendent les ailes $k' k''$ de la tubérosité centrale K. Au-dessous du bord *d*

est une partie de la voûte crânienne, et vers *d* est un trou (1) qui paraît ouvert, mais qui est fermé par un bord non visible dans le dessin, à cause du raccourci de la pièce; ce trou ouvre extérieurement dans un autre de même dimension creusé dans les parois du pariétal et intérieurement dans la grande caisse auditive. Ainsi cette caisse au moyen de ce trou *d* prolonge son état celluleux et ses communications dans le pariétal, où cela finit en cul-de-sac.

J'aurais ici à compléter cette description, en traitant de la face opposée, ou de la voûte crânienne, dont les flancs élargis contiennent la caisse du limaçon et les canaux semi-circulaires. Mais je renvoie ce point à l'article suivant, pouvant, pour le montrer et me faire comprendre, m'aider de figures.

2° *Objets des fig.* 22 *et* 23, *représentés d'après le gavial* (crocodilus gangeticus).

La première des deux figures, n° 22, a été dessinée sous le même aspect que la pièce n° 16; par conséquent même position respective des parties composantes et mêmes lettres pour la désignation des parties analogues: on a de même laissé, sous le couvert de la lame, ou moitié, Y, du pariétal, la portion de droite. Cependant ces figures ayant à représenter de semblables sujets et dans de mêmes circonstances, montrent d'assez grandes différences. Ceci tient à une disposition d'ensemble, chacune spéciale aux crânes des deux espèces, dis-

(1) Je ne cite qu'une ouverture : il y en a une autre symétrique à droite, mais que cache la moitié conservée du pariétal. La même chose doit s'entendre ainsi pour les parties recouvertes de l'interpariétal. Voilà pourquoi j'ai parlé des deux ailes *k*, *k'* au surplus, ces ailes sont toutes deux visibles, fig. 22.

position différente, surtout en ce qui concerne les fosses jugo-temporales. Chez le crocodile à deux arêtes, l'ouverture est exiguë, quand c'est un ovale fort étendu chez le gavial; voyez pour celui-ci *vv*, fig. 1 et 8. Des différences dans l'ensemble tiennent à des différences dans le volume proportionnel des éléments composants; et le gavial montre surtout le principe de ces différences, dans la longueur singulièrement exagérée des grandes ailes *k, k*, fig. 22. C'est la tubérosité médiane et extérieure K qui se prolonge, en s'abaissant de chaque côté sous le pariétal dans une telle étendue, qu'il en arrive une portion dans la fosse jugo-temporale. Le bord dentelé du pariétal se voit à droite en son entier : ses franges terminales correspondent avec le bord également dentelé et contigu du temporal P; et c'est par delà cette même articulation que se répandent au-dessus et assez loin les ailes : voyez à droite, L. *k*, fig. 8. Les ailes, Lettr. *k, k*, fig. 22, que partage transversalement sur leur milieu une arête dorsale, se composent ainsi de deux plans légèrement inclinés l'un à l'autre; le postérieur *k* sur la gauche, qui s'engrène par une surface rugueuse avec une surface à tous égards correspondante de l'os contigu, l'ex-occipital R, fig. 8, et le plan antérieur *k* vers la droite, qui intervient dans la fosse temporale, remplissent un vide laissé entre le pariétal, le temporal et la caisse ou énostéal; le temporal P développant un coude et étant superposé à l'énostéal *py*. J'ai placé ce même signe *k* dans la fosse jugo-temporale (fig. 8), là où cette aile apparaît.

La portion postérieure Z, inscrite en dedans des occipitaux latéraux, se distingue aussi de sa partie analogue, fig. 16, par plus d'étendue et surtout par une portion coudée qui,

simulant un fort bourrelet, accompagne à la région supérieure le contour du bord postérieur du pariétal, en répétant exactement ce même contour. Un trou est laissé entre les deux pièces, de telle façon qu'un stylet qui y est introduit traverse au-dessous du pariétal, et peut sortir dans la fosse jugo-temporale. J'ai fait placer l'indication de ce stylet : voyez *a b*, fig. 9, où je donne là les faits d'une autre espèce de ce genre; et je puis les invoquer ici, parce que cette circonstance est reproduite chez tous les crocodiles. La partie éclairée supérieurement forme une partie du bourrelet dont je viens de parler.

Enfin je ne dois oublier ni la cavité *t*, ni le grand trou *d*, celui qui avec son congénère communique avec les sinus en cul-de-sac du pariétal; sinus profonds, qui sont en pleine communication avec la caisse auditive.

J'observerai que, pour atteindre et recouvrir avec plus d'efficacité vers le haut la grande étendue de surface appartenant à la pièce K (pièce que nous dirons plus tard être l'inter-pariétal), le pariétal Y, qu'on trouve fort épais au-dessus de l'encéphale, est, quant à sa moitié postérieure, taillé en biseau, de façon à fournir tout-à-fait en arrière un bord mince et conchoïde.

J'ai fait exécuter une coupe dans la pièce n° 22, l'ayant attaquée vers son flanc, par la droite, en dessous et parallèlement à la grande aile de gauche, et c'en est le produit que je montre n° 23. J'ai consacré cette figure à mettre en évidence les entrées du limaçon et des canaux semi-circulaires. J'ajoute et je préviens que ce qui est ici étudié sur le gavial, est un fait général s'étendant à tous les crocodiles.

C'est dans l'épaisseur de l'os que sont établis les canaux

semi-circulaires *i*, *i'*, et la caisse du limaçon *h*. La coupe que j'ai fait pratiquer fut exécutée à gauche et verticalement de *d* en *cg*; le surplus ici visible, forme un flanc tel qu'il est donné par la désarticulation des pièces. A gauche, est une coupe *v*, sur une cavité de laquelle il ne paraît que le tiers; cette cavité est précisément la grande caisse auditive entre les deux entrées auriculaires, celle où nous avons dit que conduit l'ouverture *d*, fig. 21; ouverture elle-même indiquée n° 23 par cette lettre *d*. A droite, se voient en raccourci et par rayons obliques, les deux cavités postérieures de l'encéphale, d'abord celle de derrière *b'*, qui contient le cervelet, et l'antérieure *b*, où sont répandus les lobes optiques : ce qu'on voit en outre ici, mais ce qui est le sujet d'un fait spécial du gavial, les cellules des deux limaçons font ressaut dans la cavité encéphalique, et y développent en effet des parois ovoïdes si considérables, que les lobes optiques et le cervelet sont écartés l'un et l'autre à la distance d'un demi-diamètre de leur volume. Dans les autres crocodiles, la cellule du limaçon est moins spacieuse, et prend d'ailleurs son développement aux dépens de la cavité opposée, celle que nous avons nommée la grande caisse tympanique. Ce cas est celui de la figure n° 10 (1).

(1) J'emploie en ce moment l'un des renseignements pour lesquels j'ai fait établir la fig. 10; je dirai de suite l'objet de ce dessin : voici quels en sont les détails.

L'on a tracé, d'après l'espèce du crocodile à museau de brochet (*crocodilus lucius*), le profil d'un encéphale de crocodile, pour l'offrir comme terme de comparaison à un profil analogue, qu'à ma bien grande surprise, j'ai découvert chez un téléosaure. Je reviendrai en son lieu sur l'objet de cette question particulière.

J'ai examiné attentivement l'intérieur des canaux semi-circulaires qui sont répandus à l'aise dans l'épaisseur de l'os, fig. 23 : ils débouchent par l'orifice *i*, dans une ouverture correspondante du prérupéal Q (*Voy.* fig. 17, 18), et par l'orifice *i'* dans l'ex-occipital. Quant à la cellule *h* du limaçon, ce qu'on en voit dans la fig. 23, forme le fond de la véritable caisse auditive-nerveuse, caisse à laquelle concourent pareillement deux lames conchoïdes, l'une fournie en avant par le pré-rupéal, et l'autre en arrière par l'ex-occipital. *Voy.* plus bas, aux articles du *crocodilus lucius*.

Enfin, c'est ici le cas d'aborder un autre sujet non moins important, c'est que je ne crois pas que les masses latérales formant les tranches épaisses *b*, *h*, *b'*, fig. 23, qui se prolongent par dessus l'encéphale et s'y réunissent en une voûte crânienne, s'y continuent avec l'essence et sous la condition

---

Aujourd'hui je me borne à expliquer la fig. 10, comme montrant les rapports des lobes du cerveau avec les os propres de chacun d'eux. Ainsi *a* représente la moelle allongée, *b* le cervelet, *c* un lobe optique, *d* le lobe cérébral droit, puis enfin *e* le prolongement olfactif. A ces parties se rapportent les portions suivantes de la table osseuse *gg*, formant le sommet du crâne : ces portions se composent d'autant de compartiments que d'os distincts. L'occipital supérieur coiffe la moelle allongée *a*, l'inter-pariétal K le cervelet *b*, le pariétal Y les lobes optiques *c*, et l'unique frontal U les lobes cérébraux *d*. Le nerf de la cinquième paire *f* se voit à la gauche du dessin.

Les cavités marquées *i* et *j*, communiquent ensemble et constituent la grande cellule médiane, vers laquelle aboutissent les caisses auditives. Dans ce même paragraphe, auquel la présente note se rattache, je viens de traiter de cette grande caisse auditive centrale.

(NOTA. *C'est par erreur que notre planche I^re^ attribue la fig.* 10, *au* CROCODILUS SCLEROPS.)

des deux post-rupéaux ; il est sur le point médian une petite portion qui leur est étrangère. Ce fut la théorie qui me donna ce résultat. Il n'y a qu'une moindre épaisseur d'acquise pour l'observation oculaire ; car toutes ces parties sont soudées ensemble sans qu'on y puisse apercevoir aucune trace de suture. Mais, ce qui est du moins nettement visible, c'est le point médian, où la voûte crânienne se prolonge à travers la caisse labyrinthique en un éperon (1) plus ou moins épais suivant les espèces; lequel aboutit à la périphérie du crâne et y devient la grosse tubérosité médiane, marquée en notre planche des crocodiles par la lettre K. J'aperçois là si manifestement une répétition de l'inter-pariétal du cheval, que cette circonstance me paraît décidément révélatrice et me fait prononcer que de la voûte crânienne et entre les points très-rapprochés des deux post-rupéaux, s'élève une partie du plafond, se propageant jusqu'à l'extérieur du crâne, puis s'étendant plus ou moins sous le pariétal.

Je n'abandonnerai point l'examen des parties auriculaires du gavial que je n'aie rendu compte d'une cavité *v*, indiquée plutôt que montrée dans la coupe fig. 23. Ce qu'on en voit là est une partie d'un trou circulaire, s'ouvrant dans la pièce contiguë, l'ex-occipital R, et par conséquent servant de passage de la grande caisse tympanique médiane à des cellules considérables dans les occipitaux latéraux.

---

(1) Je montre cet éperon dans la fig. 10 ; c'est lui qu'exprime le filet blanc qui traverse la cavité, Lett. *i*. On voit aussi ce même éperon, très-distinctement en raison de son parfait isolement, fig. 19, sous le signe K *b*.

3° *Objets des fig.* 9, 20 *et* 21, *représentés d'après le crocodile à lunettes.* (Crocodilus Sclerops.)

La fig. 9 donne, de moitié de grandeur naturelle, l'aspect du plateau supérieur de l'arrière-crâne, mais en partie seulement; savoir, les pièces centrales Z, K, Y et U, et celles du côté gauche P, O; ces deux dernières manquent à droite, où on n'a pas jugé à propos de les reproduire. La nouveauté de cet aspect consiste dans les faits suivants : 1° l'exiguïté d'ouverture de la fosse jugo-temporale *a*, c'est-à-dire de la fosse comprise entre les pièces latérales (temporal P et jugal O), et les pièces centrales (pariétal Y, et frontal U); 2° l'intervention de la grande pièce K à l'arrière-bord, pièce où se remarque une plaque large et aplatie, là où nous n'avions encore rencontré, fig. 16 et 22, qu'une grosse tubérosité, en grande partie rugueuse. J'ai marqué par deux lignes ponctuées un espace triangulaire Z, qui est lisse.

Enfin, j'ai placé un stylet *a b*, traversant, sous le temporal P, de la fosse dont celui-ci avec le jugal fait partie, un sinus arrivant à l'arrière-crâne : le vide sous la plaque du temporal que ce stylet est destiné à mettre en évidence existe pareillement chez tous les crocodiles : j'en ai parlé dans l'article précédent. Il est rempli par des fibres musculaires et par les extrémités aponévrotiques de ces fibres : celles-ci arrivent des deux bouts, puis se mêlent et se confondent dans le centre.

La fig. 21 montre la plaque Z K du n° 9 sous le même aspect, de grandeur naturelle et double par conséquent : c'est cette même surface au sujet de laquelle nous avons insisté dans le précédent article, et qui est apparente n° 22, non-seulement quant à ses parties visibles dans le plancher exté-

rieur du crâne, mais encore à l'égard de ce qui en est caché; savoir, en avant par le pariétal, et puis de chaque côté par les temporaux. Ces pièces, en se prolongeant sur la surface Z K, en font le revêtissement par des bords obliques et taillés en biseau, de manière qu'elles se réunissent ensemble par suture écailleuse.

C'est encore le même aspect qu'à l'égard des fig. 16 et 22, ou la même face, que représente notre pièce n° 21, à la différence près, qu'on n'y a pas maintenu sur la gauche une portion du pariétal. Le même point de vue étant conservé, ces pièces deviennent comparatives; elles semblent différer beaucoup de forme, mais c'est plus en apparence qu'en réalité. C'est ce que nous allons examiner.

En *a b* est un biseau aigu, ou bien supérieur, si la pièce est vue par derrière, comme dans la fig. 20, ou bien terminal, si elle est aperçue en dessus, fig. 21. Ce biseau se trouve ainsi formé de ce que la pièce derrière la tubérosité médiane K, gagne en longueur à proportion de ce qu'elle a perdu en largeur. L'espace triangulaire Z (*voy.* fig. 9 et 21), montre ce qu'elle a d'étendue pour son compte. Cette prolongation du biseau en arrière laisse donc croire que la tubérosité médiane s'est plus portée en avant que d'ordinaire. Cependant, à vrai dire, c'est la même tubérosité que celle, Lettre K, fig. 22, mais elle est beaucoup plus étroite, comme appartenant à une partie partout resserrée sur les flancs : enfin la saillie, *z*, qui est éclairée de même dans les deux pièces comparées, se compose également d'une prolongation latérale provenant de la plaque postérieure, ou du sur-occipital. Ici s'établit cette différence entre les deux pièces, c'est que dans le n° 22, une portion du relief Z est recouverte par les apo-

physes se joignant du temporal et du pariétal, quand ce même relief Z, n° 21, reste une surface dégagée, et faisant partie du plancher extérieur du crâne : cela résulte de ce que le pariétal n'avance point assez dans le *crocodilus sclerops* pour se poser en ce lieu au moyen d'une lame prolongée.

Les ailes de l'inter-pariétal *k, k,* du crocodile à lunettes, au lieu de s'étendre comme chez le gavial, sont ramassées, épaisses et arrondies, recevant et soutenant efficacement les temporaux, qui leur sont superposés, fig. 21; ou bien elles se trouvent formées de nombreuses scissures, fig. 20, pour servir à leur articulation avec les ex-occipitaux. Tout l'ensemble de la pièce est très-robuste et fait l'effet d'une clef de voûte à l'arrière-crâne. Les bords *dd* sont ici, aussi bien que dans les fig. 16 et 22, les orifices de communication du pariétal à la caisse tympanique médiane; et la courbe, marquée *fi, if,* forme un biseau terminal à la portion de la boîte crânienne, qui recouvre les lobes optiques. Dans la pièce retournée, n° 20, une autre courbe *h, e, h,* constitue le bord du bandeau situé au-dessus du cervelet.

Enfin les lignes avancées *h, h,* fig. 20, sont les extrémités, vues de profil, du limaçon. (*Voy. h, h,* fig. 23.)

4° *Objets des fig.* 17, 18 *et* 19, *représentés d'après le crocodile à museau de brochet* (crocodilus lucius).

De la pièce Z, fig. 17. Ce premier sujet, n° 17, a été dessiné sous le même aspect que ceux décrits et employés plus haut sous les n^{os} 16, 21 et 22; seulement il a été augmenté, sur la droite, de l'os antérieur et contigu Q, c'est-à-dire du pré-rupéal. Je cherche dans cette nouvelle forme, représentant la face supérieure de la pièce, quelque chose qui soit en

rapport avec le même aspect des autres pièces citées, et je n'aperçois que le bord antérieur qui présente un point de ressemblance; car là sont effectivement, 1° une pointe entre *d* et *g*, le bord angulaire d'une muraille encéphalique; et 2° les ouvertures *d d;* ouvertures de communication, versant de la grande caisse tympanique dans les cellules auditives du pariétal. Il y a mieux, c'est qu'entre les trous *d*, *d*, et un peu en arrière, là où l'analogie m'enseigne d'aller observer la grosse tuberosité médiane, marquée K, il y a un autre et plus grand trou, avec mêmes caractère et destination, c'est-à-dire également employé à offrir une troisième entrée pour une autre cellule auditive dans l'épaisseur et en dedans des parois du pariétal. La grande caisse tympanique s'y confond, et le pariétal s'étend dessus, pour s'y employer à titre de plafond.

Cependant que sont devenus les éléments qui auraient dû intervenir pour composer la grosse tubérosité K, dont l'absence nous frappe ici comme un cas grave de différence? Nous ne manquerons pas de le dire en son lieu; ce sera quand nous donnerons l'explication de la fig. 19.

On voit fort peu du sur-occipital Z, lequel ne nous présente qu'une tranche en raccourci, savoir, une partie triangulaire au bas de la pièce et les sommets latéraux de celle-ci *u a*, *b u*; ces parties sont vues par-dessus dans toute leur étendue, laquelle est recouverte, sans adhérence toutefois, par le pariétal. Au-delà et par-devant se voient, en tables restreintes, les mêmes parties qui deviennent des ailes d'interpariétal, *k*, prolongées sur les flancs.

Du pré-rupéal Q, fig. 17. Cette pièce qui est longue, comme nous aurons sujet de le dire tout à l'heure, est ici

montrée en raccourci, ne laissant guère d'accessible à l'observation, que 1° une grosse tubérosité rugueuse *t*, celle par laquelle le pré-rupéal s'engrène avec le ptéréal (*Voy.* fig. 2), dont le pré-rupéal est précédé; 2° une autre entrée *v*, communiquant avec la grande caisse tympanique au même titre que les entrées *d* et *d*, de la pièce contiguë; et 3° une surface articulaire *r* rencontrant l'ex-occipital, de manière à laisser entre les deux bords une portion évidée, laquelle devient la fenêtre ovale.

Le sur-occipital Z du C. *lucius*, fig. 18, répète, aux formes près, le sur-occipital du C. *sclerops*, fig. 20. Les deux pièces sont représentées sous le même aspect, et y emploient les mêmes lettres *u a*, *b u* : *a* et *b*, désignent les mêmes parties, voyez plus haut. Ce qu'il faut surtout remarquer dans le sujet du présent article, c'est le peu d'étendue réunie à une extrême précision de forme : les bords *u a*, *b u*, forment des sommets nettement tranchés et libres au-dessous du pariétal; celui-ci s'engrène par une suture lamelleuse avec le sur-occipital sur la courbe *a b*.

Le pré-rupéal Q est dans notre fig. 18 représenté isolé, mais on a eu le soin de le mettre en présence de la pièce et du bord articulaire du sur-occipital Z. Disposé pour être vu de face et dans le sens de sa longueur, le pré-rupéal montre distinctement ses diverses et principales anfractuosités. Ainsi supérieurement se voit une sorte de grand anneau *l r o*, lequel est ployé et de cette manière formé par deux plans ou deux demi-cercles, inclinés l'un sur l'autre. Le demi-cercle *r l* se trouve inscrit en même temps qu'il lui arrive de recouvrir profondément une courbe correspondante, qu'on reconnaît pour faire partie de l'énostéal, ce-

lui-ci étant sous tous les rapports analogue au cadre du tympan. La membrane de ce nom s'attache sur cette baie qui forme la première et la principale entrée des caisses auditives. L'autre demi-cercle *ro* s'articule avec un arc correspondant : c'est le bord d'un même contour que fournit l'ex-occipital. Ces arcs qui se superposent et s'articulent ensemble constituent une large ouverture qui communique profondément, ou plutôt qui sert là d'entrée à la grande caisse tympanique médiane.

Puis, en descendant, se voient deux cavités, une plus grande et ovalaire *m*, et une autre inférieure, allongée et contournée *n*, qui communique avec la première; elles sont toutes deux tapissées d'une membrane blanche, fibro-cartilagineuse, qui sert de lit et d'enveloppe tutrice à la terminaison du nerf acoustique.

Toutefois ce n'est là qu'une portion du limaçon; celui-ci est complété par une cavité du post-rupéal H que j'ai déja mentionnée et dont j'ai fait représenter la coupe à l'occasion d'une autre espèce, Lett. *dvcg*, fig. 23.

De plus, toute la cavité du limaçon à la formation de laquelle voilà déja deux pièces qui concourent, se trouve cachée ou entièrement close par une lame étendue de l'ex-occipital. Cette lame est de forme conchoïde; par sa face concave, elle accroît la capacité de la cavité du limaçon, et par sa face convexe, où elle est utile comme muraille à la cavité crânienne, elle coiffe la moelle allongée.

Enfin je montre, fig. 19, séparée en deux par une coupe artificielle, la pièce ZK de la fig. 18. J'ai séparé les deux parties à leurs points *o, o, o :* un aspect sablé donne l'étendue de la coupe. J'ai consulté l'emploi de chaque partie, et agi par

conséquent en me conformant aux vues de l'analogie, de manière à isoler tout-à-fait la portion de l'os complexe devant s'appliquer uniquement au sur-occipital. Cette portion a pris en notre figure, pour sa désignation appellative, la Lett. Z.

Cette pièce Z est vue ici par sa face interne, mais elle est renversée quant à sa position fig. 18; ainsi les deux larges éperons de celle fig. 18, *ua*, *bú*, situés au-dessous du pariétal, sont représentés renversés et indiqués par les mêmes lettres *ua*, *bú*, fig. 19. Je prie qu'on remarque une petite tubérosité *b*, qui n'est qu'à droite et sur le bord du large orifice de la grande caisse tympanique. Le sommet *oo* montre en ce lieu, où sont les déchirures de l'os, toute l'étendue de la section qu'on y a faite.

Ceci va recevoir son complément d'instruction par ce que nous allons dire de la pièce HK. Elle est détachée, ainsi que nous l'avons dit, de sa voisine Z; quand celle-ci est vue de face par le côté interne, l'autre partie, Lett. HK, est représentée de profil. On comprendra les rapports de l'une à l'autre, si par la pensée on donne à la dernière la même position qu'à la première, et qu'on vienne à poser la tranche *o* de HK sur la tranche *oo* de Z; *u'* de l'une va chercher *ú* de l'autre. A gauche est le profil de l'entrée, près de *i*, dans la grande caisse tympanique; au-dessous est une autre entrée, près de *c*, allant au mamelon. La fig. 23 donne le même fait, et plus distinctement, à l'égard du gavial. Ce que j'ai eu principalement pour but en faisant représenter cette coupe, ç'a été de montrer la tige K*b* provenant du centre de la grande caisse tympanique, et se portant en ligne droite, mais un peu de côté, sur le point *b* de la figure Z; on a tranché dans la tubérosité *b*, de manière qu'ayant entamé la table de l'os

tout à côté, l'extrémité de la tige en a conservé un petit fragment sous un angle obtus : le dessin rend cela avec exactitude.

Maintenant voici ce que nous apprend cette tige qui s'est arrêtée auprès et en dedans du trou déja cité; circonstance notée au point *b* de la fig. Z, fig. 19. Ceci nous fait connaître que la partie moyenne entre les deux post-rupéaux, constituant la muraille commune aux deux cavités adossées, crânienne et tympanique centrale, offre dans le *crocodilus lucius* un cas d'atrophie. L'inter-pariétal, à quoi il convient d'attribuer cette lame qui est commune aux deux cavités, ne se répand extérieurement qu'au moyen d'un filet grêle, lequel arrête sa pointe terminale en dedans de la grande cavité tympanique.

Or, ce n'est pas cela que nous montrent les autres crocodiles; chez tous ceux dont nous avons traité précédemment, non-seulement la tige qui est plus forte, forme une expansion osseuse d'une grande étendue, mais de plus elle fait une large saillie au dehors, de sorte que c'est cette saillie qui intervient dans le plancher externe du crâne, et qui est finalement la très-grosse tubérosité marquée K, dont nous nous sommes occupés au commencement de cet article.

Article IV.

En quoi les observations de l'article précédent s'accordent; et conclusions à ce sujet.

Afin de faire mieux comprendre où tendent et conduisent ces observations, retournons pour un moment à notre point de départ, et revenons sur les impressions et juge-

ments qui nous furent inspirés et dictés par notre instruction d'alors.

Quand j'ai cherché dans le deuxième de ces Mémoires à établir avec exactitude la spécialité singulière de l'arrière-crâne et des chambres auditives chez le crocodile, j'écrivais, l'esprit prévenu et frappé des données et résultats suivants : les arcades maxillaires sont chez cet animal prolongées par-delà les autres parties de la tête. Et en effet chez les mammifères, où l'habitude de considérer ces arcades nous a fait croire à une sorte d'arrangement normal, elles se terminent au-devant de l'oreille, quand chez les crocodiles elles se prolongent au-delà et dépassent de beaucoup l'appareil auditif. Ceci engendre cet autre fait, ou du moins nécessite que l'oreille soit plus haut remontée, inclinée et à peu près refoulée vers la ligne médiane. Je fus d'autant plus attentif à cette curieuse métastase que dans mes considérations sur le crâne des crocodiles, j'avais pu faire passer sans nul obstacle, un stylet tout à travers les oreilles, un stylet qui se répondait en droiture d'un trou auriculaire à l'autre.

Tout cela se voit au-dessous du pariétal établi en lame et par-dessus la voûte osseuse qui coiffe l'encéphale. Qu'on s'étonne ensuite que j'aie vu là (*voyez plus haut, page* 32), « un fait gravement anomal, une composition arrivée à ce « maximum de désordres, dont on dit alors que se forment « les faits de la monstruosité. »

Mais aujourd'hui que j'ai observé plus attentivement l'oreille du crocodile, et que j'ai pu dans des différences d'une espèce à l'autre démêler un retour plus ou moins prononcé à la règle, je ne suis plus aussi décidé dans mon étonnement au sujet du cas exceptionnel que présente l'arrière-crâne de

ce saurien; et tout au contraire, je reconnais que, même à l'égard de l'étrangeté de son oreille, la nature est demeurée victorieuse dans le conflit d'aussi singulières modifications, et qu'ainsi elle se montre là, comme partout ailleurs, fidèle à son principe qui ne fléchit jamais, à sa loi d'unité d'organisation, admirable dans son caractère d'invariabilité.

Cependant pourquoi ce premier jugement (*page* 32), ce soupçon d'un désordre? Et d'où vient qu'aujourd'hui, tout au contraire, je sois dans le cas de ramener ces prétendues irrégularités à la généralité d'un unique type? J'ajoute que dans un débat académique (1), j'ai rappelé d'autres vues *à priori* sur ce sujet. Pouvait-on pour cela m'attribuer un défaut de fixité dans les idées, et se promettre que j'abandonnerais encore ma dernière opinion professée, et que ce serait tout aussi facilement cette fois que les précédentes? Que l'occasion s'en offre de nouveau et que ce devienne pour moi un devoir d'agir ainsi, sans doute, je ne craindrai point d'y satisfaire. Cependant, voyons si cette marche consciencieuse n'est pas plutôt le signe d'un progrès, que celui d'une allure irréfléchie et qui serait toute destinée à se perdre dans le vague.

Voici quels furent et la marche progressive de mes études et les jugements rendus à chaque époque. J'aperçois d'abord chez le crocodile une caisse tympanique commune pour les deux appareils auditifs. La pièce composée qu'on avait nommée l'occipital supérieur, me paraît formée de deux lames soudées en quelques places sur les bords, et de plus encore attachées par un filet osseux, sorte de pilier central; sur les côtés de la lame profonde, c'est-à-dire de celle employée à

(1) Séance du 11 octobre 1830.

recouvrir l'encéphale, j'aperçois latéralement une forte épaisseur, et dans les flancs de cette portion épaissie, la principale partie du labyrinthe et les canaux semi-circulaires : au-dessous et en correspondance, est une autre lame rochéenne, ou le rocher selon les anatomistes.

Ces faits observés, je modifie mon jugement d'après leur enseignement, et je m'arrête à cette manière de les sentir et de les exposer : les lames rochéennes, situées inférieurement et comprises entre l'occipital latéral et les grandes ailes, ne me paraissent que la moitié de la boîte du rocher; ce sont des os à part ou les *pré-rupéaux*. Supérieurement, est le complément ou le couvercle de cette boîte : c'est une partie osseuse où se trouve le surplus des principaux matériaux de l'oreille : j'y vois également d'autres os à part; ceux-ci, je les nomme les *post-rupéaux*. Il est vrai qu'ils sont soudés, et à la fois par leur pilier central, et par quelques adhérences sur les bords avec la lame osseuse extérieure, ou l'occipital supérieur : mais il est reconnu aujourd'hui que le moment plus ou moins précoce pour la soudure des pièces, n'est plus qu'un fait spécial, variable selon les familles. Or, cette circonstance ne m'arrête point, et par conséquent elle ne me prive pas de croire à l'essence, aux formes et aux fonctions distinctes des *post-rupéaux :* je vois donc dans ces pièces, à la vérité soudées d'origine avec le sur-occipital, autant de parties indépendantes et individuelles. Et enfin une dernière observation me préoçcupe encore, c'est que les deux parties élargies de la portion servant de voûte crânienne, ne sont réunies sur la ligne médiane que par une lame mince et de peu d'étendue en largeur, à laquelle je n'avais donné à tort au premier moment qu'une attention légère : je ne vois dans cette

lame qu'un bord étendu pour qu'au point de rencontre et sur la ligne médiane, il soit satisfait à la jonction et à la soudure des deux post-rupéaux, et pour que réunis ensemble, ils soient maintenus dans une position supérieure à l'encéphale. Partout ailleurs, comme chacun sait, les oreilles existent de côté. Je ne puis ainsi d'autant moins me soustraire aux conséquences de l'observation à l'égard de cette combinaison anomale, que déja, à la région immédiatement supérieure, j'avais été fixé sur des événements de même sorte, puisque par-dessus j'avais distinctement aperçu les caisses tympaniques prolongées à leur côté intérieur, étant de plus véritablement établies en communauté d'une oreille à l'autre.

Ainsi s'expliquent, et ma surprise sur cette apparence de désordres, et le premier jugement que j'en ai porté : depuis et pour rédiger le présent Mémoire, je me suis livré à de nouvelles recherches. Ce que j'avais jusque-là ignoré, c'est que, d'un crocodile à l'autre, d'autres formes (1) modifient assez sensiblement le système de l'arrière-crâne de ces animaux. J'ai été surtout frappé (2) d'une surface grandement étendue entre les temporaux et à la suite du pariétal, surface inattendue en ce lieu et faisant partie du plancher externe et supérieur du crâne. L'idée d'un inter-pariétal se présenta alors à mon esprit. Voilà donc mes études accrues par un nouvel

(1) *Voyez* ce qu'est cette plaque, Lett. K, fig. 9, pl. I, chez le *crocodilus sclerops*.

(2) Ces formes révèlent une diversité si grande et si nettement décidée, que je ne doute pas qu'elles ne soient considérées par les naturalistes comme leur fournissant d'excellents caractères pour des subdivisions génériques. Dans un appendix à ce Mémoire, je justifierai et j'appliquerai ces vues pour le perfectionnement de nos classifications.

élément à introduire parmi ceux des premières combinaisons; et si ces recherches en doivent être utilement fécondées, nécessairement mes précédents jugements s'en ressentiront et seront modifiés au *prorata*. Engagé dans cette voie nouvelle, ce n'est donc pas que j'aie cédé à l'impulsion d'un caractère bizarre ou inconstant, mais on doit, je crois, reconnaître que je n'ai fait qu'obéir consciencieusement à une position donnée : les allures progressives sont de nécessité dans la culture des sciences.

Ainsi s'expliquera encore comment dans le présent Mémoire, j'aurai pu ressaisir le fil des règles analogiques qui, sur une apparence trompeuse, m'avait échappé au sujet de l'oreille du crocodile.

Et ne s'être point hasardé ni engagé dans ces voies étroites et difficiles, ce n'est pas là seulement de la prudence ; comme ce n'est pas non plus ce nom qui devra qualifier une indifférence affectée pour la philosophie de la science. Puis aujourd'hui, croire à notre résultat trouvé et le présenter comme devant être infailliblement conclu, comme étant inévitablement prévu par l'analogie, ce serait juger d'un coup après les événements connus.

Cependant ce résultat est-il d'une si parfaite évidence, que nous devions décidément admettre qu'il aura frappé au même degré l'esprit de tous nos lecteurs ? Voici du moins, quant à moi, comment se sont formées mes convictions. La grande tubérosité, lettre K, dans tous les exemples que j'ai fait représenter, se montre comme une partie *sui generis* par un tissu propre que trahit l'amoncellement irrégulier des molécules osseuses, par sa situation à la région supérieure, et par le caractère de ses connexions, eu égard aux pièces

environnantes. C'en est assez de ces circonstances pour que cette partie soit adjugée comme détermination à l'inter-pariétal. Ajoutons que l'on se trouve encore fortifié dans ce sentiment par ce qui suit : l'inter-pariétal se prolonge à sa face interne en un pédicule qui occupe la région moyenne, qui est plus ou moins renflé selon les espèces, et qui s'en tient à n'être qu'un filet grêle dans le *crocodilus lucius*.

Chez ce dernier crocodile, l'inter-pariétal est en effet réduit à un minimum de composition, produit sous son plus petit volume. En se répandant de son point d'origine et se propageant en un simple filet grêle, il ne dépasse point l'occipital supérieur pour devenir entre cet os et le pariétal l'une des pièces de l'extérieur du crâne : il s'en va, au contraire, finir à un point (1) de la paroi interne du sur-occipital. Toutefois, que l'inter-pariétal se rende et se termine sur ce point, c'est qu'il commence ailleurs, et nécessairement à son autre extrémité. Et en effet le pédicule qui se répand de la voûte crânienne au sur-occipital, prend son origine entre les parties latérales renflées et celluleuses de cette partie centrale. Mais plus haut, nous avons montré que ces parties latérales et renflées, qui renferment le vestibule et les canaux semi-circulaires, n'étaient autres que les rochers supérieurs ou les post-rupéaux. Voilà donc que la lame centrale qui sert de voûte à la boîte crânienne n'est point une expansion des flancs extérieurs des deux post-rupéaux, un produit aminci d'un bord gagnant le bord opposé; c'est le corps même de l'inter-pariétal, considéré à son origine, étant bien à sa place et dans sa fonction, tenant à distance les rochers

(1) Au point *b*, fig. 19, portion Z.

supérieurs et coiffant la cime de l'encéphale. Là se réalisent les faits singuliers de l'inter-pariétal du cheval, comme là aussi, pour la même cause, se répète l'étroitesse de l'arrière-crâne. Car, attendu que l'étroitesse de la boîte cérébrale devient une principale ordonnée dans la construction de cette boîte, puisque c'est là ce qui amène si près et aussi haut les rochers supérieurs, il arrive que l'inter-pariétal prend son volume et son expansion dans un autre sens : ne pouvant gagner en largeur, il se prolonge extérieurement en un pédicule, dans ce filet grêle que nous avons remarqué et décrit.

Pour nous faire bien comprendre, nous rechercherons un contraste, nous placerons-ici les circonstances du fait le plus dissemblable, fait d'ailleurs analogiquement identique, celui si différent que nous avons décrit au sujet du *crocodilus sclerops*. Là ne se trouve point comme chez le gavial et le crocodile aux deux arêtes (1), cette tubérosité de l'inter-pariétal faisant partie de la tranche postérieure du crâne : c'est une plaque étendue, c'est un très-large inter-pariétal (2) qui complète en arrière le plancher externe et supérieur de la tête. Dans ce cas, cette plaque ne peut pas être et n'est plus une sorte de bouton porté par un pédicule grêle et parfaitement dégagé alentour ; mais cette plaque repose sur cette partie de la longueur de la voûte crânienne, que j'ai jusqu'à présent nommée, et que je ne puis plus nommer un pédicule. Elle fait corps, elle est soudée avec cette longue partie qui extérieurement reste apparente sous la forme d'un bourrelet épais. L'inter-pariétal du *crocodilus sclerops* est ainsi

(1) Pl. 1re, fig. 16 et 22.

(2) Pl. 1re, fig. 9 et 21, Lett. K.

parfaitement établi par deux lames, l'une profonde, concave et recouvrant une partie de l'encéphale, et l'autre superficielle, plane et faisant partie du plafond extérieur de l'arrière-crâne, ces deux lames ayant, pour manche qui les réunit, le bourrelet épais que je viens de mentionner.

Les choses sont disposées dans une condition moyenne chez le *crocodilus biporcatus :* l'inter-pariétal y commence (1) à sa face conchoïde du côté du cerveau, tenant les post-rupéaux sur ses flancs ; il se continue en un fort pédicule qui occupe le centre de la grande cavité tympanique, et enfin il se termine dans le fort bouton, dont est formée la grosse tubérosité visible à la ligne médiane et au dehors du crâne, et située entre le pariétal et l'occipital supérieur.

Enfin une autre et non moins curieuse condition de l'inter-pariétal, c'est l'étendue considérable qu'il prend sur les côtés chez le *crocodilus gangeticus,* ou le gavial (2) : il est fort petit à son point d'origine, c'est-à-dire au-devant du cerveau ; les post-rupéaux y sont bien près de s'atteindre. La grandeur de la fosse jugo-temporale explique le refoulement de ces rochers et leur plus grande proximité. On voit en même temps comment cet état de choses nuit à l'étendue de la face encéphalique de l'inter-pariétal, et pourquoi celui-ci est entraîné dans la voie des compensations, et va se défendre d'une gêne originelle, en satisfaisant au principe du balancement des organes ; les molécules osseuses qui n'ont pu parvenir à se déposer entre les post-rupéaux, l'ont fait, en se rejetant au dehors, au dessus et au-delà des post-rupéaux,

(1) Pl. 1re, fig. 16.
(2) Pl. 1re, fig. 22.

jusqu'au point de produire ces ailes, fig. 22, si étendues, que leur extrémité vient prendre place, et réussit à s'intercaler dans une partie de la fosse jugo-temporale.

Cette dernière considération et même avec excès dans sa manifestation, est un principal fait de l'organisation des reptiles téléosauriens : nous en traiterons spécialement plus tard.

En définitive, voilà *deux corollaires* que la discussion et les observations précédentes me paraissent mettre hors de doute.

Premièrement. C'est entre les lames de jonction des divers rochers et occipitaux, c'est au milieu de leurs faces respectives que sont répandues toutes les parties de l'organe auditif : les perforations et les cavités dans le tissu osseux ne s'obtiennent que par l'approche simultanée de plusieurs éléments indépendants qui y concourent. Ce principe posé pour la première fois dans les *Lois de l'ostéogénie* de M. Serres, reçoit, à l'égard des crocodiles et de leurs oreilles, une si heureuse application, que j'ai cru devoir en faire la remarque.

Secondement. Le crocodile se trouve donc posséder une oreille établie selon la règle. Mêmes matériaux constituants que partout ailleurs, étant distribués dans le même ordre et conformément au principe des connexions, se trouvant également, chacun, employé et adapté selon le caractère de sa spéciale fonction. Par conséquent la grande chambre centrale qui a si vivement, au commencement de ce Mémoire, excité mon intérêt et ma surprise, n'aurait qu'une importance moindre : car elle tiendrait à un refoulement de parties, qui seraient entrées en communication avec les vraies caisses auditives, et elle se réduirait effectivement à n'être que la plus

considérable, mais d'ailleurs, que l'une des nombreuses cellules dont la chambre acoustique est de toutes parts environnée. Par conséquent enfin, l'occipital supérieur, comme on l'avait autrefois compris et nommé, ne serait au fond qu'une pièce complexe formée des os distincts suivants : 1° *de l'inter-pariétal* dans le centre; 2° *des deux rupéaux* posés sur les flancs de la voûte de l'encéphale; et 3° du véritable *sur-occipital* en arrière (1).

---

(1) Je ne puis me dispenser de jeter un coup-d'œil en arrière, et de dire quelque chose de mes anciennes déterminations.

En 1807, *Ann. du Mus. d'Hist. nat.*, t. X, p. 262, je m'exprimai ainsi : « Les quatre occipitaux sont les quatre pièces qui fournissent un de leurs « bords au trou par où passe la moelle allongée : il n'y a, il ne peut y avoir « de difficulté à leur égard. En haut est l'occipital supérieur, sur les flancs « les deux occipitaux latéraux, et tout en bas l'occipital inférieur. L'occipital « supérieur est d'une forme très-singulière. Il est renflé et caverneux : les « deux lames dont il est composé sont soutenues en dedans par des piliers os- « seux différents suivant les espèces. Ce que cette pièce présente surtout de « remarquable, c'est la communication établie de son intérieur avec les « deux conduits auditifs de l'os carré (nommé présentement *énostéal*); en « sorte que les deux chambres de l'oreille ne forment qu'une seule et « longue galerie, etc. »

En 1824, Annales des sciences naturelles, cahier d'octobre, je considère les fonctions auditives de l'occipital supérieur, et je le considère et détermine comme un seul rocher pour le haut du crâne.

Et enfin, en 1827, même ouvrage, cahier de novembre, je reviens sur cette détermination. « Toute la pièce centrale de l'arrière-crâne me parut « donner des répétitions si exactement suivies avec toutes mes autres com- « paraisons, que je ne puis supposer le problème cherché insoluble. Or, « cette solution, continuais-je, s'est trouvée dans la circonstance à peine « aperçue que la pièce d'arrière-crâne, *l'occipital supérieur*, est composée « de trois, si même ce n'est de quatre éléments primitifs, de trois du moins

Article V.

Sur la valeur des rapports et des faits philosophiques pour appuyer les conclusions précédentes.

Cependant une objection ne manquera pas d'être produite contre ces résultats : car on voudra contester l'indépendance des quatre pièces qui, dans notre manière de les considérer,

---

« avec certitude, savoir : de deux sphères osseuses contiguës, ouvertes « transversalement de part en part, et qui sont pour le haut deux ru- « péaux; puis d'une plaque triangulaire extérieure à ces rochers, les cou- « vrant, les emboîtant et formant en dehors l'occipital supérieur, et je « viens de parler avec doute d'un quatrième élément : et, en effet, du mi- « lieu de la large base du triangle s'élève une apophyse, dont le sommet « atteint le plancher supérieur du crâne : cette apophyse s'encastre dans un « vide correspondant du pariétal. Or, la position de celle-ci, ses connexions « et ses usages, quant à la portion musculaire qui s'y insère, donnent à « penser que c'est un *inter-pariétal* dans l'état d'atrophie. »

J'ai fini mon article de 1827 *par une dernière réflexion qu'il n'est pas hors de propos de rappeler : la voici.*

« Entre 1807 et la présente année 1827, il s'est écoulé un espace de « vingt années. Aurais-je marché trop lentement? Je ne le crois pas. Je « n'ai cessé de porter sur le problème toute l'activité de mon esprit. Aux « difficultés qui renaissaient presque d'année en année, j'ai opposé de la « persévérance. Cependant si j'ai réussi dans cette dernière rectification « et que celle-ci soit en effet la dernière, on pourra dire de cette ques- « tion qu'elle était sans doute très-compliquée, mais que cependant elle « réservait un prix à de constants efforts. Je m'y plais, comme à un service « rendu. »

Réflexions sur ces écrits.

Je m'éloigne donc fort peu aujourd'hui de la détermination de 1827. Toutefois, au sujet de l'*inter-pariétal*, ma pensée est plus ferme; puis-

sont soudées ensemble dès leur origine; indépendance que nous venons de présenter comme réelle. On se fondera sur ce qu'en aucun moment de la formation et du développement de ces pièces, elles ne se manifestent point séparées pour les yeux du corps. On ne reconnaîtra pas comme une preuve suffisamment démonstrative, que cependant ces quatre éléments osseux soient montrés avec une circonscription nette et évidente, qu'ils apparaissent aux places qu'assignent à chacun et sa condition d'analogie et le principe des connexions, et qu'aucune de leurs fonctions ne manque. Inutilement voudrions-nous à notre tour repousser le faux de ce système, en ajoutant que là se trouve réuni ce qu'une philosophie pleine et éprouvée enseigne devoir y être, y intervenir à titre de *faits nécessaires*. J'invoque ma conviction, c'est qu'il n'est là qu'une circonstance de précocité dans les soudures contingentes, comme on a aujourd'hui de nombreux exemples (1).

---

que je ne conserve plus de doute sur l'existence en plus d'un élément crânien chez le crocodile, et que je viens de l'examiner dans ses limites et tous ses développements possibles. Je le vois, en effet, formé de deux plaques supportées par un manche, l'une capsulaire au-dessus de l'encéphale, et l'autre faisant partie de la périphérie du crâne.

Discourant, en octobre 1820, au sujet de cet os problématique, on en vint à me dire : POURQUOI PAS UNE QUATRIÈME OPINION. J'ai répliqué que j'étais très-disposé à me porter plus loin. J'ai annoncé que ce serait inévitable, le cas arrivant d'études nouvellement reprises, d'une exploration encore plus attentive. On a vu plus haut que cette prévision vient de se réaliser.

(1) Citons quelques-uns de ces cas : tels sont les os du canon chez les ruminants, tous les éléments de la caisse auditive réunis chez les oiseaux et les reptiles dans l'unique os carré ou énostéal, et généralement enfin tant d'organes conjugués et soudés d'origine chez les doubles monstres.

Pour de certains esprits, la conviction leur doit arriver par les yeux du corps et non sur des déductions conséquentes. Le caractère de l'individualité sera donc obstinément refusé aux quatre éléments de la pièce complexe de l'arrière-crâne chez les crocodiles.

L'un des Apôtres veut voir corporellement pour croire, et c'est de ce principe spécieux que part une certaine école pour refuser à la science les moyens de devenir science. Car c'est un parti pris de repousser les idées pour n'admettre *exclusivement* que des reliefs corporels, seulement des faits que l'on puisse pratiquer matériellement, et par conséquent qui ne cessent jamais d'être palpables par nos sens. Pour cette école, la science du naturaliste doit se renfermer dans ces trois résultats : *nommer, enregistrer et décrire.*

Cette école, que de certains intérêts font momentanément prévaloir, enseigne que l'histoire des sciences apporte de toutes parts le témoignage que les théories se sont successivement précipitées dans le gouffre immense des erreurs humaines, que les idées ne sont rien en soi, et que les faits seuls se défendent des révolutions et surnagent. Cependant au lieu de livrer ainsi l'enfance de l'Humanité à la critique moqueuse de la Société actuelle, qui ne tient son plus d'instruction que de la puissance du temps et d'une civilisation progressive, ne vaudrait-il pas mieux expliquer ces vicissitudes naturelles autant que nécessaires, pour les voir selon l'ordre des siècles? Et quant à cette affectation de présenter les faits comme constituant seuls le domaine de la science, il serait aussi, je crois, plus juste de dire qu'ils n'arrivent aux âges futurs, que s'ils sont escortés et protégés par les idées qui s'y rapportent et qui seules par conséquent en font la principale valeur.

Des faits, même très industrieusement façonnés par une observation intelligente, ne peuvent jamais valoir, à l'égard de l'édifice des sciences, s'ils restent isolés, qu'à titre de matériaux plus ou moins heureusement amenés à pied d'œuvre. Or comme on ne saurait porter trop de lumière sur cette thèse, je ne craindrai pas d'employer le secours de la parabole suivante :

« Paul a le desir et les moyens de se procurer toutes les jouissances de la vie : il est intelligent, inventif, et il s'est appliqué à rechercher et à rassembler ce qu'il suppose lui devoir être nécessaire. Il approvisionne son cellier des meilleurs vins ; il remplit son bûcher de tout le bois que réclamera son chauffage : il agit avec le même discernement pour tous les autres objets de sa consommation probable. Les qualités sont bien choisies, les objets habilement rangés, et un ordre savant règne partout. Mais arrivé là, Paul s'arrête. De ce vin, il ne boira pas; de ce bois, il ne se chauffera pas ; de toutes les autres pièces de son mobilier, il n'usera pas. = *Mais*, me direz-vous, *votre Paul est un fou.* = Je l'accorde. »

Gardons-nous cependant d'une entière application. Toutefois, que dire d'un savant qui déclare s'en tenir à la production, ou à la bonne disposition *de faits positifs?* S'il ne se plaît qu'à bien élaborer ses matériaux et qu'à les livrer parfaitement façonnés, pour être un jour employés, il renonce à ce qu'il y a de plus vif, de plus enivrant, et de plus profondément philosophique dans la vie des sciences. C'est ne vouloir jouer que le rôle d'un habile appareilleur ; c'est, en manifestant bien peu de confiance en soi, vraiment craindre de se hasarder dans les conceptions de l'architecte.

Qu'enfin, vous préfériez demeurer dans l'*utilité* d'un très-

habile appareilleur, soit : mais alors, ne venez point dénier toutes les ressources d'un art que vous n'avez pas suffisamment étudié.

Je ne me suis pas écarté autant qu'on le pourrait croire des questions de cet écrit, en me livrant aux réflexions précédentes. Les déterminations philosophiques des organes forment un nouveau sujet d'études et de recherches : j'ai donc le droit de dire à qui ne s'y est pas exercé, qu'il n'est pas compétent pour un jugement, où ne seraient point prises en considération ces vues *nouvelles*. Ne devant considérer comme existants et réels que les faits qui frappent vos sens, et que vous puissiez saisir avec les yeux du corps, sans doute vous ne concevrez pas l'indépendance théorique des quatre osselets qui forment la pièce complexe, anciennement nommée l'occipital supérieur chez le crocodile : je n'en disconviens pas. Mais c'est une situation que vous vous êtes faite, en restant dans une direction scientifique, qui a eu ses jours de progrès, qui a satisfait à sa destinée, et dont le mouvement imprimé actuellement aux esprits ne peut plus uniquement s'accommoder.

Ayant donné dans le cours de ce Mémoire tous les motifs de ma conviction sur chaque fait en particulier, je devais m'en tenir dans ce dernier Article à invoquer le droit et la valeur des faits philosophiques, pour essayer de reporter plus au loin la borne des connaissances de notre âge.

OBSERVATIONS

ET

QUELQUES REMARQUES

SUR LA NATURE, LES CAUSES ET LE TRAITEMENT DE LA GOUTTE

PAR M. LE BARON PORTAL.

La goutte est si diversement considérée par les médecins, que les uns la regardent comme une maladie réelle des os, résidant particulièrement dans les articulations (1), et que les autres ne la considèrent que comme un préservatif de maux très-graves (2).

D'autres médecins croient encore, et presque généralement, qu'on a très-peu de connaissances sur la goutte, quoique ce soit l'une des maladies qu'on connaisse le mieux et dans presque tous ses détails. La cause de cette opinion me paraît provenir des Grecs eux-mêmes, qui ont dit : *Causam quidem veram, soli Dii noverunt.*

Mais n'auraient-ils pas pu également le dire, même avec plus de raison, à l'égard de l'apoplexie, de l'épilepsie, de

(1) *Aretæi* capp. *de Sign. et caus.* et diuturn. morbor. lib. II, cap. 12, edit. Boerhaaviana, pag. 65.

(2) *Mead.*, Monit. et præcept. de podagrâ, cap. XII, in-4° Neapol., pag. 41.

la phthisie pulmonaire, des scrofules, et de plusieurs autres maladies souvent héréditaires, que l'on connaît assez bien pour les traiter avec succès, quoiqu'on n'en connaisse souvent pas la véritable cause? Si les médecins grecs se sont exprimés de cette manière à l'égard de la goutte, n'est-ce pas parce qu'ils parlaient de la première cause, plutôt métaphysique que physique? N'est-ce pas aussi ce qui a fait dire aux nosologistes les plus célèbres qui leur ont succédé, en parlant de cette première cause des maladies, qu'on ne la connaissait pas?

Sauvages, mon ancien professeur de médecine, dit en divers endroits de sa Nosologie : *Causa tanquam causa, nunquam cadit in sensus;* et les physiciens ont presque tous pensé de même.

En effet, il n'est que trop vrai qu'il y a plusieurs maladies que les médecins traitent et guérissent, dont on ne connaît pas mieux la véritable cause. C'est ce qui a fait dire à *Cicéron : Eventa rerum magis arbitror, quam causas, quæri opportere; et ego sum contentus quod etiam si quomodo quidquid fiat ignorem, quod fiat intelligo.*

Cependant les médecins, imbus de ces idées, tombèrent dans d'autres erreurs non moins préjudiciables à l'égard de la goutte, tantôt en croyant que cette maladie affectait essentiellement et uniquement le cerveau, la moelle épinière et les nerfs, tantôt d'autres organes pectoraux et abdominaux; tandis que d'autres médecins, la plupart leurs successeurs, ont regardé la goutte comme provenant seulement d'une altération particulière des nerfs, du sang et de la lymphe; et quelques-uns plus spécialement, de la bile, ou des urines, contenant une matière terreuse qui concourait à produire la goutte.

Frappé de ces diverses opinions, j'ai ouvert le corps de plusieurs goutteux, ou j'ai assisté à leur autopsie, et dans la suite j'en ai traité une multitude, non-seulement en mon particulier, mais encore avec les plus grands médecins de la capitale, ce qui m'a donné lieu de croire que l'idée des anciens et celle d'un grand nombre de médecins modernes avait peu de fondement, et bien plus, qu'on avait aujourd'hui sur la goutte, des connaissances aussi réelles que l'on en a sur un grand nombre d'autres maladies. Je crois pouvoir le prouver dans ce mémoire.

Cependant, comme j'ai recueilli soigneusement les résultats de mes observations cliniques et de mes autopsies anatomiques sur cette maladie, d'abord pour ma propre instruction et aujourd'hui pour les communiquer à l'Académie, j'espère qu'elles pourront conduire à des notions plus utiles sur la nature et sur le traitement plus heureux de cette singulière et funeste espèce de maladie.

J'exposerai dans ce mémoire 1° le résultat de mes recherches anatomiques sur la structure générale des os, et de mes autopsies sur d'autres parties du corps après la mort des goutteux;

2° J'y réunirai mes remarques physiologiques et pathologiques pour les faire mieux connaître; sans négliger d'y parler des ossifications et pétrifications qui s'y sont très-souvent réunies.

3° Après ces préliminaires, je parlerai des causes de la goutte les mieux reconnues.

4° Je donnerai dans ce Mémoire une idée générale de son traitement, et j'y conclurai que l'on a aujourd'hui sur cette

maladie autant de connaissances que l'on en a sur beaucoup d'autres.

5° Je traiterai, dans un autre Mémoire, des diverses espèces de goutte; toutes les parties du corps pouvant en être affectées, et chacune d'elles variant selon la nature et l'importance de ses fonctions et selon encore d'autres circonstances. Tel est l'objet de ce mémoire.

ARTICLE I^er^.

Autopsies.

Les autopsies cadavériques ayant prouvé, depuis longtemps, qu'après la goutte avec des accès nombreux et plus ou moins violents, on reconnaissait que les os étaient fortement altérés, ou détruits dans leurs substances, et qu'il en était très-souvent également des parties molles de notre corps (1), ainsi que des fluides, j'ai voulu d'après les autopsies, en exposer les principaux résultats, pour en chercher ensuite les causes, et les combattre par des remèdes, avec plus ou moins de succès, autant du moins que cela se peut.

Ces altérations morbides existent non-seulement dans les articulations, où elles paraissent avoir leur siége principal, mais encore dans les os en général, ainsi que dans les diverses parties molles du corps, et même quelquefois dans les fluides de manière à en être convaincu.

---

(1) Voy., dans mes divers écrits, l'exposé des autopsies de la goutte qui a fini par des apoplexies mortelles, par des épilepsies, par des phthisies pulmonaires, par le rachitisme, par l'hydropisie, enfin voyez mon anatomie médicale, la goutte pouvant être compliquée d'une infinité de maux, ou les déterminer.

Commençons par exposer les altérations des parties qui forment généralement les articulations; nous parlerons ensuite de celles qui sont dans les autres parties du corps, dans les parties molles et même dans les principaux fluides.

La *peau* qui revet les articulations est souvent plus ou moins éleyée ou tuméfiée; elle est de la même couleur d'abord, que celle qui est naturelle, lors surtout que les accès n'ont pas été violents ni multipliés; car autrement elle finirait par être d'un jaune tirant sur le rouge; bleuâtre même, ayant les veines plus noires et légèrement dilatées par le sang.

Le tissu cellulaire sous-jacent contient plus ou moins de matières muqueuses et épaisses, souvent granuleuses.

L'*épiderme* offre quelquefois de petites élévations arrondies *Puncticulaires,* ou même plus grosses.

J'ai reconnu des altérations dans le corps *muqueux,* lequel est plus ou moins décoloré, plus fluide, ou plus épaissi; j'ai appris à considérer cette partie de nos téguments dans la dissertation de *Cotugno*, célèbre anatomiste de Naples, et notre ancien correspondant de cette Académie.

Je l'ai trouvé diversement altéré chez des individus qui étaient morts de la petite vérole, laquelle pouvait également porter sur les os et causer la goutte, ainsi qu'après d'autres maladies cutanées (1); c'est ce que nous avons annoncé, dans un temps où les anatomistes avaient à peine parlé des maladies arthritiques d'après de nombreuses autopsies.

Le *derme,* ou le corps de la peau des articulations, est parfois chez les goutteux plus ou moins épaissi dans quelques

(1) Voyez notre dissertation sur la petite vérole, à la suite du traité sur l'inoculation par Salmade, in-12, an 7 de la République.

points, ou ramolli, percé et même plus ou moins détruit par quelque érosion, dans une assez grande étendue, surtout après l'écoulement arthritique d'une liqueur blanchâtre, plus ou moins glutineuse, qui en transsude pendant ou après les violents accès ; la peau étant souvent ulcérée, gonflée et rougie dans les parties les plus saillantes des articulations, ou au bout des doigts des mains et des pieds, entre et sous les ongles.

Le *tissu cellulaire sous-cutané* est quelquefois détruit jusqu'aux ligaments et aux membranes de l'articulation, tandis que d'autres fois il reste plein de matières épaissies phosphatiques plus ou moins couenneuses.

Les *membranes* des articulations, dont l'une est externe et ligamenteuse, beaucoup plus forte et plus épaisse que l'interne, laquelle est plus mince, forment un sac complet qui contient la synovie, fluide qui est sécrété et excrété principalement par la membrane interne. Ces deux membranes, disons-nous, d'une structure très-différente, sont chez les goutteux, plus ou moins rouges, enflammées, surtout l'interne.

La *synovie* est elle-même ordinairement plus épaisse (1); elle contient quelques concrétions granuleuses pareilles à celles du phosphate de chaux mêlé à d'autres substances.

J'ai plusieurs fois reconnu dans quelques malades, des érosions, avec plus ou moins de destruction dans les corps cartilagineux, et même dans les os de l'articulation; de sorte qu'il ne me paraît nullement douteux que la goutte n'ait le plus souvent son siége immédiat et primitif dans les articu-

(1) Voyez les ouvrages de *Bergen*, de *Contulus*, cités plus bas.

lations, quoique cependant elle puisse affecter les autres parties du corps (1) les plus molles et même les fluides. Tels sont, au reste, les résultats des autopsies de *Valsalva*, de *Morgagni*, de *Lieutaud*, de *Haller*, de *Tissot*, et autres grands médecins.

Je dirai néanmoins que j'ai trouvé quelquefois les corps cartilagineux qui revêtent les faces articulaires internes sans aucune lésion, quoique les os de la même articulation fussent altérés, ramollis ou même ulcérés.

Telles sont les affections morbides qu'on reconnaît généralement dans les articulations de ceux qui sont morts de la goutte, portée à son dernier terme.

Cependant diverses fois la goutte ne borne pas son action délétère sur les os des articulations dans les parties qui les constituent; elle porte ses funestes effets non-seulement sur d'autres parties des os, où la goutte ne paraissait pas résider, mais aussi dans tous les autres os du squelette, non-seulement dans leur substance spongieuse, mais encore dans celle qui est la plus compacte; quelquefois au point qu'ils sont très-ramollis dans une grande étendue, sans avoir été douloureux, ce qui est cependant extraordinaire. Enfin, tous les os peuvent être ramollis par le vice arthritique, ainsi que je l'ai observé.

La plupart de ces os ramollis étaient réduits à la consistance d'un cartilage, quelquefois à l'état pulpeux, d'autres fois ils avaient seulement perdu de leur volume primitif et même ils avaient disparu entièrement, surtout les petits os des pieds et des mains.

(1) Voyez notre ouvrage sur le Rachitisme et nos Mémoires, vol. V, 1825, obs. XXIV, page 275.

Dans d'autres circonstances, au contraire, les os en se ramollissant s'étaient tuméfiés et avaient eux-mêmes plus de volume en diverses parties, ou dans leur totalité, sans avoir plus de poids : c'est ce que j'ai reconnu dans quelques *squelettes* de personnes mortes de la goutte et qui en avaient éprouvé de violents *accès*, et ensuite de vrais *redoublements*, la fièvre étant devenue continue, lente, avec de longs et grands écoulements des articulations *arthritisées*, au point que de pareils sujets avaient les os moins pesants, surtout ceux que la goutte avait affectés plus particulièrement.

J'ai trouvé deux ou trois fois des fragments d'os dans les cavités longitudinales du tibia et de l'humérus des goutteux, au point qu'il y avait dans ces os, dont les corps étaient très-tuméfiés, une espèce de fourreau, inégalement durci et ossifié, contenant des portions d'os qu'on entendait ballotter quand on les secouait.

Tel était l'humérus que j'ai démontré dans mes cours au Jardin du roi en 1768, en l'absence de *Ferrein*, professeur d'anatomie ; il appartenait à *Morand* père, qui me le prêtait pour ce jour-là seulement de ma démonstration : cet os était percé de quelques trous, à la faveur desquels on voyait l'os *séquestré*. Morand l'avait fait acquérir à la vente du cabinet de *Cheselden*, très-grand chirurgien d'Angleterre ; cette pièce anatomique est aujourd'hui entre les mains de M. *Ribes*.

Mais, depuis cette époque, que de belles découvertes les grands chirurgiens n'ont-ils pas faites sur la dégénérescence des os, sur le *séquestre* surtout ! particulièrement M. *Troia*, médecin de Naples, qui suivait assidûment mes cours, où il m'avait entendu parler des maladies de la substance des

os; ce jeune homme imagina de percer les os de quelques chiens et chats vivants, et de quelques oiseaux plus ou moins gros; il insinua dans ces trous un fil de fer pour désorganiser la moelle; il y fit même quelques injections qui parvenaient dans leurs cavités; et c'est par cet artifice qu'il altéra les os et la moelle diversement, et de la manière la plus étrange (1).

Je dirai de plus que j'ai souvent examiné les os des goutteux, soit avant que je publiasse mon travail sur le rachitisme, soit après; et j'ai reconnu qu'ils avaient généralement et plus souvent augmenté de volume sans augmenter de poids; j'ai vu que si en général ils étaient ramollis en proportion de cette augmentation de volume, ils étaient d'autres fois non-seulement sans cellules, mais solides et concrétés comme du marbre, tandis qu'ils étaient ramollis dans d'autres endroits, dans le même os, ou dans d'autres parties du corps.

La cavité des deux premiers os du métatarse du pied droit était sans moelle et entièrement oblitérée dans un goutteux que j'ai ouvert. Ce qui prouve que tantôt le vice arthritique peut altérer les os d'une manière, et tantôt d'une autre; quelquefois seulement les os du carpe, ou ceux du tarse, sont tellement réunis, qu'il est difficile, même impossible de les séparer sans les briser.

Tel est le résultat des altérations que j'ai observées dans les os des goutteux, lors surtout que les douleurs rhumatis-

(1) *De novorum ossium regeneratione*, Paris, 1776, in-8°. Cet ouvrage a été dédié à Lieutaud; il est aussi honorablement cité dans l'article *necrose* par M. *Ribes*, Dictionnaire des sciences médicales.

males, plus ou moins vives, n'avaient pas précédé celles des articulations et des os eux-mêmes, comme cela a lieu souvent dans la véritable goutte.

Quant aux *muscles*, après cette maladie, ils sont ordinairement dans leur état naturel, à moins que des affections rhumatismales ne les aient lésés.

Je dirai cependant que dans les goutteux, qui avaient cessé de vivre, après avoir éprouvé une fièvre lente continue, avec des redoublements plus ou moins prolongés et décroissant en intensité, sans être moins funestes, on avait également reconnu que les muscles étaient très-ramollis et dans un état d'engorgement, leur tissu cellulaire étant généralement infiltré d'une sérosité rougeâtre.

Quant aux altérations morbides des parties molles que j'ai observées par les autopsies des personnes mortes de la goutte ou de maladies qui s'y sont réunies ou qui lui ont succédé, je dirai qu'elles ont été très-nombreuses, tellement que le plus grand nombre des parties du corps en ont été altérées.

Je commencerai par exposer celles que j'ai observées dans le cœur et dans les gros vaisseaux sanguins, je parlerai ensuite de celles des autres organes que j'ai soigneusement remarquées.

Le cœur, que je considère comme le premier des muscles, en ayant la structure et étant comme eux, pourvu de nerfs (1) et de vaisseaux bien remarquables artériels, vei-

(1) Voyez l'exposition de ces nerfs que j'ai insérée dans la deuxième édition du traité *sur les maladies du cœur*, par SENAC; ainsi que celle de SCARPA, célèbre anatomiste d'Italie.

neux et lymphatiques; le cœur qui est le premier et dernier mobile de l'économie animale vivante, est très-souvent dans l'état le plus morbide de ramollissement, quelquefois avec hypertrophie dans ceux qui meurent de la goutte.

C'est souvent le ramollissement de cet organe qu'on observe par l'autopsie, après de fréquents et violents accès arthritiques, compliqués de palpitations et de syncopes mortelles qui leur ont succédé.

Les quatre cavités du cœur, auriculaires et ventriculaires, sont généralement plus amples, et leurs parois sont très-diversement altérées en épaisseur et en structure, comme s'il y avait quelquefois des excroissances (1).

On trouve souvent, dans le cœur des goutteux, des ossifications dans ses parois musculaires, dans les valvules ventriculaires et auriculaires, quelquefois dans les colonnes charnues, ou tendineuses, et souvent il y a un ramollissement remarquable dans les interstices des colonnes charnues.

J'ai reconnu dans un cœur ramolli, que le tubercule de la valvule sigmoïde, latérale gauche et postérieure, de l'aorte était aussi gros qu'un petit pois dur et cartilagineux.

On trouve aussi des ossifications et même quelquefois des concrétions pierreuses, non-seulement dans les oreillettes et dans les ventricules du cœur, mais encore dans les grosses artères, aorte et pulmonaire, de même que très-souvent dans leurs branches, quelquefois dans leurs rameaux, ainsi que dans d'autres parties du corps. Car quelle est celle qui en est exempte chez les goutteux?

---

(1) Voyez *mes Mémoires sur plusieurs maladies*, t. II, pag. 11; t. III, pag. 1, 22, 65, 157; tome IV, pag. 3, 17, 62, 179.

On a trouvé également des indurations dans les diverses parties du cerveau, telles que la glande pinéale, l'hippocampe, les couches optiques; enfin dans toutes les parties de cet organe, ainsi que du cervelet, de la moelle allongée et épinière; dans les nerfs eux-mêmes, dans les membranes qui les revêtent ou qui entrent dans leur structure.

Ces ossifications et pétrifications surtout ont été généralement reconnues dans le corps des goutteux, dans les organes et conduits lacrymaux et salivaires, dans ceux de la voix, de la respiration, enfin dans tous les viscères abdominaux, dans leur parenchyme et dans les conduits biliaires et urinaires. Elles méritent la plus grande attention de la part des médecins.

Les ouvrages de *J. Bergen*, de *J.-B. Contulus*, etc. (1), contiennent de nombreux exemples concernant ces concrétions. Ces auteurs les ont regardées comme pierreuses et semblables à celles produites par d'autres causes. *Slade*, médecin anglais, dans un mémoire imprimé dans les anciennes Transactions philosophiques, a spécialement comparé les concrétions de la goutte avec celles des voies urinaires, la vessie particulièrement. D'autres auteurs recommandables pourraient encore être cités à ce sujet, ayant adopté la même opinion.

Il y a même des *dysuries pulvérulentes et graveleuses;* mes observations en contiennent plusieurs exemples, soit en même temps que la goutte existait, soit précédemment, soit après; quelquefois même ces douleurs n'étaient que

(1) *De lapidibus podagrâ et chiragrâ productis.* Romæ, 1694, in-4°.

sympathiques, comme on s'en est quelquefois convaincu par des autopsies, ainsi qu'on le prouvera dans ce mémoire.

J'ajouterai qu'on a souvent reconnu dans les organes affectés de la goutte des érosions et même des suppurations, et que j'en ai moi-même rapporté de nombreux exemples.

Parmi ces débris morbides, on découvre fréquemment, *une substance pulvérulente,* qui ne peut être considérée que comme du phosphate de chaux en poussière, soit primitive, soit consécutive à l'ossification; les petits vaisseaux capillaires des diverses parties sont souvent pleins de sang; tellement que les parties en sont endurcies et altérées, ce qui sans doute a fait dire à notre *Montaigne* que lorsqu'un homme mourait, il était déja mort dans une infinité d'autres parties de son corps.

Nous ajouterons que *Guillaume Harvée,* l'immortel auteur de la découverte de la circulation du sang (1), ayant assisté, par ordre du roi d'Angleterre dont il était le premier médecin, à l'ouverture du corps de *Thomas Parr,* mort à l'âge de 152 ans et 9 mois révolus, il avait reconnu, dans les diverses parties du corps de ce merveilleux veillard, une quantité de substances concrétées et pulvériformes, sans doute phosphatiques (2), qui en épaississait et en durcissait les diverses parties fluides et solides. L'éloquent et savant *Mead* en fait, avec son talent ordinaire, un ta-

(1) Harvée fut d'abord premier médecin de Jacques I^er^, ensuite de Charles I^er^, qui fut décapité en 1649.

(2) L'autopsie de ce vieillard a été insérée à la suite de l'ouvrage de *Jean Bettus, De ortu et naturâ sanguinis,* Londini, 1699, in-8°.

bleau des plus remarquables, et y ajoute de nouveaux exemples (1).

Enfin tout tend à prouver qu'il se forme continuellement une substance phosphatique, de chaux ou autre, résidu principal de nos aliments et autres causes qui font que le périoste absorbe d'abord la substance qui donne aux os leur accroissement et leur dureté. Sans doute qu'une partie de ce phosphate concourt à la formation des ongles, des cheveux, des poils, même quelquefois par état de maladie que cette substance forme des excroissances, des cornes, des condylomes, des fics, des marisques et autres productions morbides, tels que les polypes, les teignes, les cancers, etc. Enfin la goutte est le préservatif de plusieurs de ces maux.

Il n'est pas étonnant d'après cela que nos anciens médecins aient cru que la matière de la goutte et celle des concrétions pierreuses en diverses parties du corps, surtout dans les voies urinaires, provenaient des mêmes causes qui pouvaient leur être très-communes, nonobstant quelques légères différences qui provenaient de la diversité de l'organisation des parties.

C'est surtout ce qui est bien connu des médecins hollandais, qui remarquent que, depuis l'usage fréquent du thé dans leur pays, il y a beaucoup moins de goutteux et de calculs urinaires. J'ajouterai que je me suis singulièrement aperçu de ce fait, bien reconnu aujourd'hui, en m'occupant un jour de mon *Histoire de l'anatomie et de la chirurgie*. Je fus surpris de trouver un grand nombre

(1) Voyez ses *Præcepta et monita medica*, pag. 7.

d'écrivains hollandais qui publiaient, dans le même espace de temps, des livres sur cette double matière, en plus grand nombre que sur toutes les autres maladies. Lorsque composant un autre volume de cette histoire, je m'aperçus, quelques années après, qu'il n'était plus question parmi les Hollandais d'ouvrages sur les mêmes concrétions pierreuses urinaires, ou arthritiques, j'interrogeai plusieurs savants sur cet objet. J'écrivis même à *Camper,* l'un des plus célèbres médecins de Hollande, qui me répondit que, depuis l'usage très-commun et habituel du thé dans sa patrie, les pierres urinaires et les gouttes étaient beaucoup moins nombreuses; et en effet cela est encore vrai, comme divers médecins célèbres de la Hollande me l'ont assuré.

Quant *aux altérations des liquides* dans les corps des goutteux, je puis ajouter que leurs vaisseaux sanguins contiennent un sang plus noir et moins fluide, avec des concrétions albumineuses remarquables, ce qu'on ne trouve pas ordinairement dans les autres cadavres; cela coïncide avec les résultats cliniques des médecins de tous les temps et de tous les pays, qui ont affirmé que le sang des goutteux est souvent couvert d'une couche albumineuse concrétée, et qu'il est généralement, après la saignée, beaucoup plus épais quant à sa partie lymphatique; et quant à sa partie rouge, elle tire un peu sur le noir; et elle est plus concrétée dans une sérosité jaunâtre.

Quant aux altérations des organes mous, externes et internes, la goutte peut les affecter sans exception pendant son cours, j'en ai rapporté un grand nombre d'exemples dans l'*Historia anatomico-medica* de *Lieutaud,* dans mon livre sur le rachitisme, et plus amplement encore

dans mon *Cours d'anatomie médicale.* Je cite ces ouvrages pour ne pas me répéter dans ce mémoire.

Article II.

Quelques remarques physiologiques et pathologiques sur la goutte.

Les autopsies anatomiques que nous venons d'exposer ont prouvé qu'après des gouttes plus ou moins violentes et qui avaient duré plus ou moins de temps, les os étaient diversement altérés, même détruits, ainsi que le plus grand nombre des parties molles et fluides de notre corps.

Nous croyons avant d'en rechercher la cause, devoir donner une idée succincte de la structure des os des goutteux ; telle d'abord qu'elle est naturellement, pour pouvoir mieux connaître les altérations morbides auxquelles ils peuvent être sujets.

Les os sont composés de deux substances ; l'une *Primitive,* molle, filamenteuse, formant une espèce de membrane qui contient des vaisseaux sanguins, lymphatiques et de nerfs plus ou moins mous; l'autre *Secondaire* formée de phosphate de chaux principalement, de magnésie, de gélatine, d'albumine, etc., en petites et en diverses proportions. Nous croyons que la première substance des os dont nous allons parler est formée par le périoste même, qui renferme aussi en plus ou en moins grande quantité le suc médullaire, ainsi que la membrane sécrétoire qui le contient, laquelle est très-ténue, comme une toile d'araignée. Cependant elle contient quelques vaisseaux et nerfs pulpeux ; on l'a prise long-temps

pour un périoste interne, mais sans raison, puisqu'elle ne s'ossifie jamais et que le périoste qui la contient s'ossifie toujours, mais progressivement du dedans au dehors jusqu'à ce que tout le périoste (qui pouvait être mieux nommé) soit complètement ossifié, comme cela arrive plus ou moins vite, selon l'âge et l'état de santé.

Misauld, médecin de Montluçon, petite ville du Bourbonnais, qui vivait en 1577 (1); *Gagliardi* (2), professeur de médecine et de chirurgie dans le collége de la Sapience à Rome et presque contemporain de Misauld, avaient émis leur opinion sur la doctrine de l'ossification, lorsque *Duhamel* (3), *Hérissant*, *Fougeroux* (4), *Haller*, *Bertin* (5), *Lassone* (6), nos anciens confrères dans cette académie, et enfin *Michel Troia*, médecin de Naples, ont répandu de très-grandes lumières sur les maladies par l'ossification (7). *Lassone* surtout (8) a nié qu'il y eût un périoste interne véritablement différent de l'externe, et que cette membrane appartenait à la moelle qu'elle sécrétait; il a aussi reconnu que la membrane qui revêt extérieurement les articulations provient du *périoste*, de l'intérieur à l'extérieur couche par couche, et de plus, que les membranes internes des vaisseaux et autres parties du corps avaient des rapports,

(1) De proportione, symetriâ et commensuratione corp. hum.; in-8°. Letelier 1575.

(2) Anatome ossium. Romæ, in-4°, 1689.

(3) Académie Roy. des Sciences, 1739.

(4) Même Acad. 1758.

(5) Même Acad.

(6) Ostéologie, I^er^ vol.

(7) Mém. de l'Acad. Royale des Sciences, 1749, 1752, 1756.

(8) De novorum ossium experimentis, 1795.

non douteux par leur structure, avec le périoste, ou même qu'elles en provenaient, ce qui faisait que l'ossification de ce corps étant troublée, ou suspendue, ces membranes s'ossifiaient par les matières terreuses que le périoste aurait dû sécréter.

Lassone a établi ce fait d'après diverses observations; j'ai aussi reconnu dans des cadavres des goutteux, que ces membranes étaient réellement ossifiées, particulièrement dans les articulations de l'extrémité supérieure de M. le comte Barral, que j'ai vu avec M. Salmade. Ce malade avait long-temps éprouvé de violents accès de goutte à l'articulation droite de l'humérus avec l'omoplate.

On peut voir aussi l'exposition d'un pareil fait, dans les observations de *Baader* et autres auteurs que je pourrais nommer.

Il résulte de là que le périoste, selon *Lassone,* est le véritable organe sécrétoire d'une matière phosphatique dont les chimistes modernes ont mieux fait connaître la nature.

Gagliardi que nous venons de citer, pour nous donner une image de l'ossification nous a dit : que les os étaient composés de deux substances, comme le sont les cloisons qui séparent nos chambres; l'une est, dit-il, formée par de petits morceaux de bois, ou de petits roseaux, et l'autre par une substance terreuse, comme le plâtre. Cet anatomiste ajoute qu'il peut démontrer pareille structure dans les os d'un fœtus venu avant terme, et dans le fémur d'un adulte qui a été long-temps exposé à l'air.

Cette remarque, comme je l'ai déja dit dans mon histoire de l'anatomie (1), a pu conduire, environ cent ans après *Héris-*

(1) Hist. de l'anat. et de la chirurg., t. IV, pag. 108.

sant, à faire de nouvelles recherches sur la structure des os, et à nous donner en 1758 un excellent mémoire sur cette question. Selon cet anatomiste, il existe deux substances principales dans les os; la première qui sert de base à la seconde et qui en est en même temps l'organe sécréteur, est une espèce de parenchyme membraneux, ou cartilagineux qui ne s'ossifie jamais à proprement parler, et qui ne change pas de nature, c'est ce que dit Hérissant.

La seconde substance des os, selon cet académicien, est terreuse ou crétacée (je me sers des expressions de l'auteur), à peu près comme *Gagliardi* l'avait dit, et elle donne de la solidité et la forme aux os. *Hérissant* établit ensuite ce qu'il avance d'après des expériences, il a fait macérer des os dans une liqueur composée d'esprit de nitre et quatre parties d'eau commune, et il les a réduits à un état cartilagineux.

Cette expérience, en effet, lui a prouvé qu'une partie de l'os s'était ainsi séparée de l'autre (1); c'est ce qui a donné à *Fougeroux* l'idée de faire *bouillir* un cartilage dans une liqueur chargée d'une substance terreuse pareille à celle qu'*Hérissant* en avait séparée, et ce physicien a donné à ce cartilage un peu plus de consistance qu'il n'avait auparavant, mais bien inférieure à celle de l'os (2).

Cependant que ne peut faire la nature quand elle combine

---

(1) On eût pu conclure, du résultat de cette expérience par Hérissant, que l'usage des acides en boisson ou des aliments qui peuvent le devenir, était contraire aux goutteux, ce qui, en effet, a été depuis prouvé par plusieurs faits, desquels on eût pu aussi augurer que les amers au contraire auraient dû leur être utiles; c'est aussi ce qui est bien prouvé aujourd'hui, et cela selon les divers cas.

(2) Voyez Histoire de l'Académie des Sciences, 1758.

tous ces moyens pour le même but! J'ai voulu plusieurs fois l'aider pour le même objet en conseillant aux goutteux, lorsqu'ils avaient éprouvé quelques accès de goutte, l'usage du *quinquina* et de quelques autres plantes qui contiennent plus ou moins de tannin, en y ajoutant quelque petite quantité d'esprit de *mindérérus* (acétate d'ammoniaque), sachant que les docteurs *Alvarès*, médecin de Lisbonne, et *Sanchès*, médecin de Naples, l'avaient administré très-heureusement à certains goutteux. Il ne s'agissait plus pour moi que de savoir l'administrer dans des circonstances favorables.

Devenu, en 1769, membre de l'Académie Royale des sciences et collègue de *Duhamel*, de *Hérissant* et de *Fougeroux*, j'avoue que le petit succès que mon dernier confrère avait obtenu par son expérience de donner à un cartilage plus de dureté ou solidité qu'il n'en avait auparavant, ne concourut pas peu à me déterminer à prescrire aux goutteux le quinquina et autres plantes toniques-astringentes. Je ne doute pas même que je ne leur aie été ainsi utile plusieurs fois. Mais il faut savoir le prescrire à propos. Or, c'est ainsi que je me flatte d'avoir prolongé et adouci le sort de plusieurs malheureux goutteux dont même quelques uns n'ont plus éprouvé d'accès arthritiques et ont joui d'une bonne santé.

Je dirai aussi qu'ayant fait nourrir deux pigeons avec une pâte mêlée avec de la garance, qui donnait au phosphate la couleur d'un rouge foncé, j'ai observé que cette addition donnait en outre aux os un surcroît de solidité remarquable. J'en concluais, à mes auditeurs dans mes cours publics et particuliers, que je ne doutais pas que la garance n'y contribuât, et j'ajoutais que l'addition du quassia amara et une beaucoup plus grande encore du quinquina, soit en poudre, soit en

décoction avec addition assez forte d'esprit de *mindérérus*, ne fût très-favorable à ceux qui avaient les os ramollis; et en effet j'ai prescrit un pareil traitement à de vieux goutteux avec un avantage réel. Je me rappelais d'ailleurs que j'avais conseillé utilement un pareil traitement à ceux qui avaient des fièvres syncopales à la suite des fièvres malignes pernicieuses, et même à ceux qui éprouvaient des palpitations de cœur, dans lesquels des médecins anatomistes et moi-même avions reconnu par les autopsies un extrême ramollissement dans cet organe et même dans les gros vaisseaux, ainsi que nous l'avons exposé dans nos mémoires précédents. Je reviens à la substance des os que Gagliardi, Duhamel et Fougeroux ont appelée terreuse. C'est cette même substance des os, que de très-habiles chimistes, *Berthollet, Fourcroy, Vauquelin* et autres encore, ont soumise à leur examen pour en faire une analyse exacte.

Ces chimistes nous ont appris que cette substance consistait principalement en un phosphate de chaux, contenant de la gélatine, de l'albumine, en des proportions diverses, ainsi que très-peu de magnésie et infiniment moins de fer, qu'ils n'ont même pu également déterminer, et qui sans doute sont susceptibles les unes et les autres substances de diminuer et d'augmenter en quantité, selon les âges et les maladies des individus.

M. Vauquelin m'a également dit que les substances pulvérulentes, que de grands médecins avaient trouvées dans les goutteux, autour et dans les articulations, paraissaient être à peu près de la même nature que celles qu'on trouvait dans le périoste.

Selon *Lassone* et autres physiologistes, tant que le périoste jouit de ses facultés naturelles, il absorbe le phosphate et

l'élabore jusqu'à ce qu'il soit lui-même entièrement développé et durci ; alors cet excédant de phosphate se porte d'abord, non-seulement dans les membranes des articulations, mais encore dans la tunique interne des gros vaisseaux, des ventricules et des oreillettes du cœur, ainsi que dans ses valvules, enfin dans toutes les parties qui peuvent s'ossifier.

Quelquefois il y a une espèce de *gaz arthritique* (peut-être le premier *rudiment* de son phosphate de chaux) qui se transporte d'un foyer, à telle ou telle autre partie du corps, et si rapidement qu'on ne pourrait le croire, si des exemples ne le confirmaient. J'ai rapporté dans un de mes mémoires celui d'une ophtalmie survenue à madame *Vertha-mond*, qui fut très-effrayante. Cette dame, sujette depuis long-temps à la goutte, en avait un accès des plus violents au pied droit, dont les douleurs s'étaient subitement apaisées ; elle éprouva bientôt après une si prompte ophtalmie à l'œil du même côté que le globe en fut détruit en peu de jours par une sorte d'érosion, quoique les paupières se fussent conservées dans leur état d'intégrité. Nonobstant mes soins et ceux de *Grandjean*, l'oculiste alors le plus souvent consulté de Paris, cette dame avait éprouvé, après les premiers accès arthritiques, une extrême tuméfaction avec induration du sein droit, ainsi qu'un goître considérable et effrayant qui était très-diminué.

J'ajouterai que j'ai vu, avec M. Salmade, un seigneur allemand (logé à l'hôtel Molé, rue St.-Dominique), atteint d'une goutte à l'un des pieds, et dont les douleurs cessèrent aussi très-vite, par un prompt ramollissement des deux os du bas de la jambe, et de ceux qui formaient le pied ; ces parties étaient devenues si molles qu'elles étaient comme de la

cire la plus ramollie; on eût dit que le vice arthritique avait détruit promptement la solidité naturelle des os; les syncopes qui survinrent furent si intenses que ce malade y succomba promptement, malgré toutes mes prescriptions; je ne pus, quelques instances que je fisse, parvenir à obtenir l'ouverture du corps. J'ai reconnu, par l'autopsie faite par M. *Boyer*, chirurgien des Invalides, sur M. *Anson*, ancien administrateur des postes, qui depuis long-temps était sujet à la goutte, et qui est mort d'une apoplexie foudroyante, une érosion dans le cerveau existant dans la paroi d'un des deux grands ventricules; elle était telle qu'elle contenait une excavation dans sa substance médullaire dans laquelle on eût pu introduire un œuf de pigeon; la paroi de cette cavité était comme ulcérée, très-inégalement; sa cavité était remplie d'une humeur puriforme, et contenant une multitude de petits corps arrondis et granuleux.

J'ai encore recueilli dans des goutteux d'autres exemples d'altération du cerveau, de la moelle épinière avec érosion de ces organes, ainsi que dans la région du cou, de la poitrine et du bas-ventre. Je dirai seulement que si quelques goutteux ont péri subitement, ou en peu de temps d'une maladie aiguë, d'autres sont morts d'une maladie chronique, qui a duré plus ou moins de temps, souvent en continuant d'éprouver des accès arthritiques plus ou moins réguliers, et d'autres fois ne les ressentant presque plus, ou même n'en éprouvant aucun. Je dois croire, d'après de nombreuses observations que j'ai recueillies, que le *vice* de l'ossification augmente avec l'âge, et que les conduits osseux des vaisseaux sanguins et lymphatiques, ainsi que ceux des nerfs, qui sont alors pleins de phosphate, disparaissent eux-

mêmes pour la plupart. C'est ce qu'on reconnaît dans les os des individus morts à un âge très-avancé.

Quelquefois encore le phosphate nuit au malade d'une autre manière en se portant sur et dans divers organes, dont il n'affecte que telle ou telle partie ; qui ignore que *Baglivi* a remarqué qu'il y avait beaucoup d'eau dans un des grands ventricules du cerveau de *Malpighi*, mort d'apoplexie à Rome en 1694, à l'âge de 67 ans, après avoir éprouvé de fréquents et nombreux accès de goutte (1) ?

Qui ne sait aussi que d'autres anatomistes ont également donné l'histoire de différentes métastases de la goutte en diverses autres parties du corps ? Les ouvrages de *Bonet*, de *Valsalva*, de *Morgagni*, de *Lieutaud* et d'un grand nombre d'autres anatomistes médecins, en contiennent de nombreux exemples.

Nous dirons aussi que nous avons reconnu cette substance pulvérulente, ou le phosphate des os, quelquefois une espèce de poussière, dans des cadavres des goutteux morts de diverses maladies à la suite de la goutte, non-seulement dans le cerveau et la moelle épinière, mais encore dans la poitrine, et dans le bas-ventre, affectant tels ou tels organes.

Nous ne ferons pas ici l'énumération de toutes les parties où l'on a trouvé de pareilles substances gravéliformes. *Morgagni*, *Lieutaud* et tant d'autres médecins anatomistes et nous-même, dans nos écrits et dans nos cours, en avons parlé plusieurs fois, en citant des exemples que nous avions eus sous nos yeux.

---

(1) Voyez l'Histoire de l'anat. et de la chirurg., t. III, p. 117, article *Malpighi*.

Nul doute, d'après ce qui vient d'être dit et prouvé par les observations et les remarques physiologiques et pathologiques, que la goutte ne provienne d'une disposition morbide du périoste ou du phosphate, qui finit par altérer généralement, ou partiellement l'organisation des os, des parties molles et fluides, si toutefois le phosphate n'affecte les organes essentiels à la vie d'une manière si intense qu'alors la goutte n'ayant pas sa marche ordinaire, cause divers maux et souvent la mort. Je ne doute pas que plusieurs observations ne l'aient confirmé aux médecins qui nous ont devancé. Ils ont en effet remarqué par diverses autopsies que des altérations dans les os étaient survenues plus ou moins vite après des maladies causées par *différents vices*, et par quelques autres causes encore (1) auxquelles la goutte a succédé.

Article III.

Des vices dont la goutte peut provenir ou participer.

Il y a deux sortes de vices qui peuvent produire la goutte ; les uns, fluides, pulvérulents, et phosphatiques, ou sont sans fièvre et d'autres sont toujours avec fièvre.

On comprend parmi les *vices* sans fièvre, ceux de quelques rhumatismes, des dartres, de certains érysipèles, de la gale, de la teigne, du *plica polonica*, de la syphilis, du scorbut, etc., qui précèdent ou qui succèdent souvent à la goutte; enfin, de beaucoup d'autres maux dont on ne connaît pas la véritable cause, les phthisies du cerveau, des poumons, du foie, de la rate et autres organes.

(1) Voyez mon ouvrage sur le rachitisme dans lequel j'ai rapporté de pareils exemples.

Les seconds *vices*, ou ceux accompagnés de fièvre, existent dans les petites véroles (ou varioles), la rougeole, le millet, l'urticaire et d'autres *vices* encore, en y comprenant ceux qui se montrent à la peau par des éruptions ou *taches* seulement, dans les fièvres intermittentes, rémittentes ou continues, parmi lesquelles doivent être placées les fièvres putrides, les malignes, surtout la fièvre jaune, *le cholera-morbus*, et la peste elle-même.

On sait, aujourd'hui, que par l'inoculation, on introduit le vice variolique, fluide particulier, dans le corps de l'individu qui n'a pas eu la petite vérole, et qu'il se montre à la peau par des éruptions vers le huitième jour, plus tôt ou plus tard, selon la disposition de l'individu inoculé, et selon la constitution de celui dont le virus est extrait. On sait aussi qu'il est des vices vénériens liquides, dont la manifestation peut être également accélérée ou différée, ainsi que celle d'autres vices, qui sont chacun *sui generis*, et qu'ils affectent telle ou telle partie du corps; les fluides, les parties molles et dures, mais alors plus particulièrement les os. C'est, à peu près, ce que j'ai dit dans mon ouvrage sur le rachitisme et que je dois rappeler ici: le vice arthritique portant particulièrement sur les os.

Cependant ces vices bien distincts par leur caractère peuvent altérer les os, comme ils le font souvent, en produisant un rachitisme complet qui succède fréquemment à la goutte, comme je l'ai fait remarquer par des observations cliniques et par des autopsies, non-seulement de la goutte dans les os des articulations, mais encore dans les autres os du squelette qui peuvent être plus ou moins altérés, ainsi qu'on en reconnaît dans des indurations de leurs organes les plus

mous, ou même dans les fluides, les plus considérables par leur quantité, le sang et la lymphe, qu'on trouve souvent plus ou moins concrétés.

Indépendamment des altérations funestes que les *vices* forment dans les diverses parties de notre corps, solides ou fluides, nous y comprendrons, 1° celles qui sont primitives et causées par l'inflammation immédiate des nerfs des os.

2° Celles qui proviennent d'une extrême sensibilité des nerfs en général, sans inflammation bien confirmée par la constitution de l'individu et par la pléthore des vaisseaux sanguins : celle-ci est souvent réunie à une très-forte irritabilité des fibres musculaires en général, ou au moins des articulations affectées de goutte, au point qu'on peut alors prendre la goutte pour un *rhumatisme* et qui peut n'être que sympathique.

3° Nous comprendrons encore parmi les gouttes qui ne proviennent pas des *vices*, celles occasionnées par des intempéries de l'air, des saisons, ou par d'autres causes externes qui peuvent produire la goutte, surtout avec quelque disposition du corps.

4° Nous avons dit et prouvé par des observations qu'il y avait une *goutte sympathique* ou de simples douleurs dans l'une ou dans plusieurs articulations, sans qu'il y eût dans toutes des concrétions phosphatiques. Nous pourrions en citer des exemples.

5° Enfin il faut savoir que les goutteux sont très-sujets à éprouver des concrétions pierreuses en diverses parties du corps, dans les voies urinaires surtout, dans les reins, dans les uretères, dans la vessie, dans le canal de l'urètre. On trouve aussi de pareilles concrétions pierreuses dans les voies bilieu-

ses, dans le pancréas, dans ou autour et dans des valvules du cœur.

On en trouve aussi dans les voies lachrymales, salivaires, buccales, dans celles de la face, au cou, enfin au-dehors, ou dans la poitrine, l'abdomen, etc., plus ou moins viciées par les maladies. Il ne faut pas ignorer que si l'on trouve dans ces parties des altérations différentes contenant d'autres matières souvent inconnues, il faut les attribuer à la nature diverse de leur structure et de leur constitution. Que de maux différents ne peuvent-ils pas ainsi arriver et dont la goutte peut être le résultat!

6° Il faut savoir que la plupart des goutteux sont aussi atteints de pierres urinaires dans leurs divers organes, et qu'il faut quelquefois les soumettre à l'opération de la taille souvent pour les laisser subsister encore goutteux, mais avec amélioration de la goutte. Cependant tous ne sont pas aussi heureux, plusieurs ayant succombé à l'opération chirurgicale. Les ouvrages des anciens et des modernes sont pleins d'exemples de goutteux ayant des pierres dans la vessie urinaire ainsi que la goutte sympathique. En voici deux qui me sont propres.

M. le comte de *Buffon* et M. d'*Alembert* s'étaient plusieurs fois plaints d'éprouver des douleurs de goutte dans les articulations, presque toujours avant de ressentir des *Dysuries* par cause de graviers dans les voies urinaires. Chacun réunissait les divers symptômes de la pierre dans la vessie, aussi certains qu'ils pussent l'être; mais avec cette différence que M. de Buffon était très-vieux et d'ailleurs ayant une œdématie dans les extrémités inférieures; et que de plus il était atteint d'une orthopnée imminente, qui pouvait produire la suffocation; de sorte qu'il était à craindre que s'il s'était

soumis à l'opération de la taille, ou à la cystotomie, il n'y eût succombé.

Son corps fut ouvert le 16 avril 1788 en ma présence et en celle de MM. *Girardin*, *de Retz*, et *Faujas de S.-Fond*, professeur de géologie au jardin du Roi. On trouva la vessie en état d'inflammation avec trente petites pierres, et un épanchement d'eau dans la poitrine et dans d'autres parties du corps.

Quant à M. d'*Alembert* qui jouissait d'ailleurs d'une bonne santé et qui n'était âgé que d'environ soixante ans, je lui conseillai de recourir à la chirurgie, d'autant plus qu'il faisait usage des remèdes lithontriptiques qui irritaient la vessie, sans aucune diminution des calculs. Mais il ne voulut point se soumettre à l'opération, et il mourut avec une grosse pierre dans la vessie et avec inflammation de ce viscère que *Vicq-d'Azyr* observa et dont il entretint notre Académie.

Je pourrais encore dire que M. *Dreyer,* ambassadeur du roi de Danemark, dont j'étais le médecin, s'était long-temps plaint d'éprouver des douleurs arthritiques aux pieds et aux genoux, quoiqu'il marchât très-bien et qu'il n'eût aucune altération sensible dans ces articulations, lorsqu'il lui survint des *dysuries calculeuses.* Je l'adressai à un habile chirurgien qu'il consulta. Celui-ci ayant exploré la vessie reconnut un gros calcul qu'il retira par l'opération de la cystotomie. Le malade allait mieux d'abord, mais il finit par mourir, peut-être sans qu'il eût une véritable goutte formée par le phosphate dans la vessie, du moins il n'en avait aucune preuve, puisqu'il y a des gouttes sympathiques par la correspondance des nerfs, ainsi que nous l'avons déja fait remarquer.

On observera que je n'ai ici parlé de ce malade que parce qu'il croyait d'abord n'avoir que la goutte, qui est moins formidable ou dangereuse que la pierre dans la vessie. J'ai

vu en effet d'autres malades, non-seulement à l'égard de la goutte, mais encore à l'égard d'autres maladies différentes, plus ou moins graves, ou plus douloureuses; car on désire toujours être le moins malade et le moins souffrir.

Enfin des observations prouvent que la pierre dans la vessie peut précéder et causer des douleurs dans les articulations qui la simulent, quoique ces signes soient illusoires, provenant des nerfs qui se répandent en d'autres parties et communiquent avec ceux de la vessie, la cause de cette goutte existant ailleurs. On n'a cependant trouvé très-souvent alors rien qui simulât le phosphate ordinaire dans les articulations, quoique le malade eût cru les avoir arthritisées.

Article IV.

Traitement général de la goutte.

Convaincu qu'il existe dans le goutteux qui me consulte quelques altérations dans le tissu du périoste et dans le phosphate de ses os, peut-être même dans l'un et l'autre, je ne néglige pas de considérer la nature de la maladie avant de prescrire le traitement qui lui convient.

J'apprends du goutteux même, s'il n'a pas eu auparavant quelque maladie que l'on puisse attribuer à quelques *vices,* ou si l'accès qu'il a éprouvé le premier, peut être rapporté à d'autres causes moins nombreuses et mieux connues, qui réclament un traitement particulier.

La goutte provient-elle de quelque *vice,* j'en prescris le traitement, non seulement pendant les accès arthritiques, s'ils sont peu violents, mais encore avec plus d'instance dans leurs intervalles calmes, plus ou moins prolongés; car autrement

tions, ou dans d'autres parties du corps dures, ou molles, ainsi que dans les liquides, le sang, la lymphe et le tissu cellulaire; aucune partie du corps ne peut éviter les impressions morbides de ce phosphate;

3° Nous savons, de plus, que la substance qui se sépare des os par une espèce de métastase, est formée par du phosphate de chaux contenant de la gélatine, de l'albumine, moins de magnésie et moins encore de substance ferrugineuse;

4° Nous savons que les maladies les plus nombreuses et les plus funestes, la mort même, peuvent provenir de cette substance phosphatique détournée des articulations ou des os, et qui se porte sur ou dans les organes qui remplissent les fonctions les plus importantes à la vie;

5° Nous n'ignorons pas que la goutte qui est le résultat de l'induration du périoste, provient de divers *vices* sans fièvre ou avec fièvre; qu'on peut très-souvent la faciliter et la prévenir, ou du moins la rendre beaucoup moins funeste;

6° On sait qu'il y a des gouttes par le sang, par la lymphe, par la bile et par d'autres humeurs, qu'on peut diminuer ou même guérir;

7° Qu'il est aussi d'autres gouttes qui proviennent d'une surabondance de graisse, qu'il ne faut pas confondre avec celle par corpulence;

8° Qu'il y a des gouttes dont le siége paraît résider dans les articulations, quoiqu'elles n'y résident pas; étant alors véritablement *sympathiques* et leur cause existant réellement ailleurs, par exemple dans les voies urinaires, dans le cerveau, la moelle épinière et les nerfs qui en émanent, ou dans

les parties où les nerfs se rendent; c'est, en effet, ce que nous avons prouvé plusieurs fois, par des autopsies,

9° Nous dirons aussi que parmi les hommes qui n'ont pas la goutte, et ce sont heureusement les plus nombreux, ils ont perdu le phosphate qui la produit par diverses excrétions, la transpiration, les sueurs, les urines, les selles, et même par celles qui sont intérieures et qui nuisent à d'autres organes;

Or, comme ces excrétions éprouvent naturellement dans les diverses parties du corps, à un âge plus ou moins avancé, une diminution réelle, par suite de leur desséchement et racornissement, tandis que la quantité du phosphate, au lieu de diminuer, augmente en elles, il en résulte un surcroît funeste qui abrége notre existence;

10° Enfin je finirai ce Mémoire par dire que le phosphate de chaux qui a donné lieu à la goutte, après avoir durci et complété les os, se porte non-seulement dans les fluides et leur donne plus de consistance, mais qu'il durcit encore les autres parties molles; et comme cette substance phosphatique continue par se former, n'étant plus sécrétée par le périoste; elle devient un corps étranger dans l'homme; enfin elle finit par le faire mourir, si l'une des maladies mortelles dont il a été menacé toute sa vie, ne l'en eût déja privé.

Sénèque, ce grand philosophe, disait: *Multas rerum natura mortis vias aperuit, et multis itineribus fata decurrunt, et hæc est conditio miserrima humani generis, quod nascimur uno modo et mille morimur* (1). Ce philosophe

(1) *Senecæ Opera omnia*, pag. 602.

met, après, des vésicatoires aux jambes, ou des sinapismes sur les cous-de-pieds, et l'on prescrit les boissons humectantes, adoucissantes et ensuite légèrement purgatives, conjointement, dans les intervalles des accès, avec les diurétiques qui conviennent aussi aux goutteux singulièrement.

On doit conseiller ces remèdes diaphorétiques en boisson, surtout les eaux minérales, le matin à jeun et aux repas, avec du vin, hors le temps des forts accès. Les eaux de Seltz, de Contrexeville, de Spa, ou autres de cette nature, sont recommandées à cet effet.

Quant aux doux purgatifs, il ne faut pas les négliger dans les temps calmes. Je sais que *Valsalva*, et *Morgagni* (1) après lui, en ont fait un usage heureux chez plusieurs goutteux dans l'intervalle des accès surtout. Morgagni fait mention de *Gatinarius* et de *Bayri*, médecins de son temps, qui tous deux atteints de la goutte, se trouvèrent bien de l'usage des purgatifs, d'après les conseils du célèbre *Cappivaccio* et de *Morgagni* lui-même.

Ces auteurs ont même reconnu, parmi les matières fécales, des substances terreuses arthritiques qui s'étaient accumulées dans les gros intestins et qu'on a extraites par des purgatifs ou par des lavements; mais ils n'en ont pas fait l'analyse chimique, ce qui les eût encore mieux éclairés.

C'est aussi d'après M. *Geoffroi*, médecin célèbre de Paris, que j'ai prescrit, d'abord avec lui, et ensuite seul et plusieurs fois, la graine de moutarde blanche comme doux purgatif et diurétique, à l'imitation de *Méad* (2), qui a aussi

(1) Epist. LVIII, n° 6.

(2) Voyez *Monita et præcepta medica*. — M. Geoffroi père faisait un

parlé de l'efficacité de ce remède (comme purgatif et diurétique) avant qu'on en renouvelât ainsi l'usage dans ces derniers temps.

En général, dans le traitement de la goutte, les symptômes indiquent la prescription des remèdes qu'il faut conseiller.

Sauvages cite, dans sa Nosologie, un fait mémorable qui le prouve.

M. le baron *du Bouchet,* dit-il, buveur d'eau (*hydropote*), chasseur, et cependant affecté souvent de la goutte au pied, était accoutumé d'en être soulagé, lorsqu'il souffrait trop, par l'*expuition* d'une poussière graveleuse qui lui facilitait l'expectoration et la respiration. Il rendait ainsi une grande quantité de matières *aréneuses* et granuleuses, durcies comme du tartre, crépitant sous les doigts; une semblable substance était quelquefois rendue avec les urines. Un seul accès de goutte suffisait à ce malade pour le délivrer de son paroxisme arthritique. Son médecin, *Fonfrède,* lui conseilla non-seulement les sialagogues, mais encore de stimuler les narines par des fumigations qui irriteraient la membrane pituitaire. Le malade rendit ainsi par la bouche et par le nez une telle quantité d'une matière sablonneuse, qu'il guérit de la goutte; il resta cependant sujet à la néphralgie calculeuse. Ce malade vivait encore long-temps après, lorsque *Sauvages* a publié sa célèbre *Nosologie.*

Instruit par cette observation et par d'autres encore que j'ai recueillies dans ma pratique auprès des goutteux, sur ce qu'il fallait faire en pareils cas, comme en beaucoup

---

grand usage intérieurement de la moutarde blanche comme purgatif doux dans la goutte pendant l'intervalle des accès.

d'autres, j'ai toujours insisté et j'insiste, quand je le puis d'après les symptômes connus, sur l'usage des doux diurétiques: principalement lorsqu'il est question d'une ancienne goutte; car, lorsqu'elle commence, je crois devoir plutôt conseiller les diaphorétiques doux que les diurétiques trop irritants. Je les redoute beaucoup lorsque les voies urinaires sont stimulées par des graviers; et comme ceux-ci peuvent acquérir trop de volume et exiger l'opération de la *lithotomie,* je les évite soigneusement. Il faut alors savoir prévenir l'irritation des voies urinaires avec le plus de certitude par les diurétiques doux appropriés et bien administrés.

Nous dirons que dès l'origine des graviers urinaires, lorsque les urines sont encore bourbeuses et sédimenteuses, il est beaucoup plus facile d'empêcher que les graviers ne se forment, que de vouloir les empêcher de grossir quand on les reconnaît au point d'être alors forcé de recourir à la *lithotritie* ou à l'opération de la taille. C'est sans doute ce qui a fait dire à *Boërhaave : Maximum cuique remedium esse quod oppositum illi causæ undè originem duxerat morbus* (1).

C'est d'après ce conseil donné par ce grand médecin, que j'ai cru devoir conseiller les doux diurétiques aux goutteux, et je puis dire qu'ils s'en sont si bien trouvés que j'ai cru plusieurs fois devoir long-temps prolonger l'usage de ces remèdes aux malades qui rendaient leurs urines bourbeuses, pulvérulentes même, avec de très-petites concrétions calculeuses. Ces remèdes leur réussissaient telle-

(1) De cognoscendis et curandis morbis. Aph. 1280.

ment que leurs accès arthritiques en étaient adoucis et considérablement éloignés les uns des autres.

Parmi ces diurétiques, je suis dans l'usage de donner le houblon, la bière même avec une plus grande quantité de houblon, telle que le *porter,* etc.; celle même qu'on ferait en y ajoutant le suc de cresson de fontaine, de raifort sauvage, du cochléaria, de la garance, de la fumeterre ou d'autres plantes de ce genre, ce qui convient quand il y a complication du scorbut. Je leur ai prescrit les extraits de ces plantes en pilules, même celui de la digitale pourprée, mais avec une réserve nécessaire.

Je ne doute pas non plus qu'en suivant cette clinique je n'aie prolongé la vie à plusieurs goutteux, et même que je n'en aie guéri d'autres en facilitant l'écoulement du phosphate par les voies urinaires, ou par les selles moyennant les purgatifs, et par d'autres voies d'excrétion, comme nous l'avons dit plus haut. Je crois même qu'au commencement des gouttes, si l'on use des diaphorétiques pour maintenir la transpiration, on n'en puisse prévenir les accès ou du moins les adoucir, ou les rendre moins longs, enfin, les terminer et les empêcher de se reproduire.

Dans les veillards et autres sujets, pendant le cours de leur vie, l'excrétion des substances phosphatiques est si copieuse dans les urines qu'elle enduit les pots de chambre destinés à les recevoir, au point qu'il s'y forme de nombreuses pétrifications qui adhèrent à leurs parois internes, si l'on néglige de les bien nettoyer; de sorte qu'on est étonné que la pierre dans les voies urinaires ne soit pas plus commune, dans les vieillards surtout, qu'elle ne l'est lorsque les autres excrétions sont considérablement diminuées.

On croirait qu'alors il se forme dans les voies urinaires quelques principes qui empêchent les substances coagulables des urines de se concréter et d'y former des calculs. Les doux diurétiques m'ont alors paru y suppléer, et j'en ai prolongé leur usage très-utilement, surtout quand les urines n'étaient encore que bourbeuses. Plusieurs goutteux ont ainsi prolongé leur existence sans presque souffrir de douleurs dans les voies urinaires, et qui sont morts par la suite, de toute autre maladie.

Je ne renonçais à ces remèdes que lorsque les malades se plaignaient d'éprouver de trop vives douleurs, avec plus ou moins de fièvre, quelquefois avec dysurie sanguinolente.

La pierre étant enfin devenue trop forte, il fallait nécessairement recourir à la *lithotritie,* ou à la *cystotomie* si la première opération n'avait eu un succès réel et complet. Et malheureusement cette opération, l'une des plus douloureuses, est encore pleine de dangers.

Quant aux remèdes externes qu'il faut mettre en usage quelquefois, si les circonstances l'exigent, ou dont il faut s'abstenir s'ils sont superflus, inutiles, ou même nuisibles, ils peuvent concerner les sangsues, la saignée par la lancette, les vésicatoires, les cautères momentanés ou prolongés, le moxa, les sinapismes divers, enfin tous les remèdes dont on peut faire usage utilement à l'extérieur, ou dont on peut aussi abuser d'une manière étrange.

Les sangsues peuvent être utiles s'il y a une pléthore médiocre, le pouls étant souple, gros, constamment plein, ondulent ou un peu dur; on se contente alors de mettre quatre à cinq sangsues aux extrémités inférieures, et on réitère leur application si l'état de pléthore persiste, la tête étant pesante

et y ayant de la lassitude. Quelquefois on préfère les sangsues au fondement, s'il y a des hémorroïdes, ou quelques autres causes relatives aux règles chez les femmes. Mais si la pléthore est plus forte et constante, il faut recourir à la saignée du pied, surtout si la goutte paraît vouloir se fixer aux parties supérieures, et s'il y a une tendance à l'assoupissement ou à la difficulté de respirer, souvent avec de la tension douloureuse dans l'abdomen ou des douleurs vagues, avec plénitude du pouls et chaleur à la peau.

Quelquefois après de pareils préludes, il faut recourir aux vésicatoires en divers endroits pour y appeler l'accès goutteux ou pour l'y conserver; d'autrefois il faut établir un cautère permanent, surtout lorsqu'il y a de la corpulence. Souvent on y supplée par des ventouses scarifiées, ou par des *moxas* avec lesquels on pratique des égouts plus ou moins durables, pour faciliter l'écoulement des matières arthritiques. Enfin on se sert fréquemment des sinapismes ou des cataplasmes faits avec la farine de moutarde ou autres sinapismes dont la composition se trouve dans les diverses pharmacopées. Ces moyens, je le répète, m'ont été très-utiles en divers cas, pour rappeler la goutte aux extrémités inférieures, aux pieds particulièrement.

Il résulte de ce Mémoire :

1° Que l'opinion de ceux qui croient que le traitement de la goutte est le moins connu, parce qu'on en ignore la première cause, n'est nullement fondée en raison;

2° Que nous connaissons aujourd'hui, par le résultat des observations cliniques et anatomiques, que la goutte est le résultat d'une induration des os dans laquelle le phosphate se sépare du périoste et se porte aux articula-

les accès sont moins dangereux qu'utiles pour détruire la cause de la goutte, comme *Sydenham*, *Mead* (1) et tant d'autres grands médecins l'ont dit.

Quant à la goutte qui provient, au contraire, accidentellement par d'autres causes, je la traite autant que je le puis selon sa nature, pour ne rien donner au hasard, et je ne suis pas sans quelque espoir de succès, non toujours pour sa complète guérison, mais pour atténuer, adoucir cette maladie en facilitant sa prolongation et son amendement, sans nuire jamais à la santé du malade.

C'est ainsi que j'ai prolongé la vie de plusieurs goutteux et sans leur avoir été jamais contraire. Ce n'est que lorsque des accès, ou des redoublements trop violents, m'inquiétaient pour la vie du malade que j'ai tâché de saisir les moments opportuns pour recourir à tel ou tel remède débilitant ou fortifiant selon l'état du sujet, et j'ose dire que j'en ai plusieurs fois très-heureusement profité.

J'ai fait connaître, dans mes *mémoires sur plusieurs maladies* ou ailleurs, les succès heureux des *saignées* dans des accès arthritiques très-violents avec pléthore sanguine; et au contraire, du *quinquina* dans les cas de syncopes survenues pendant ou après les accès, comme dans les fièvres intermittentes, rémittentes, ou continues avec des redoublements, avec exaltation ou prostration des forces.

---

(1) *Dolore enim pro instrumento utitur natura; qui, quo acrior est, eo breviori tempore et tutius munere suo fungitur. Nonnunquam enim, quasi officium detrectans, lentè id agit; et pro vario corporis habitu, perindè ac si medicinam suam divideret in plures dies cruciatum protrahit.* MONIT. ET PRÆCEPT. MED. CAP. XII, *de podagra.*

Quant au traitement des *vices* qui peuvent occasionner la goutte, il ne faut pas ignorer qu'on doit y recourir le plus tôt possible pour les combattre et prévenir, si on le peut, cette maladie. Il faut presque toujours considérer ces remèdes comme spécifiques.

Le vice vénérien exige en général l'usage du *mercure*.

Celui des dartres, le soufre ou ses préparations, et souvent on peut les réunir.

Quant au *vice scorbutique,* les sucs de cresson de fontaine, de beccabunga, de cochléaria, lui sont généralement appropriés.

Le vice scrofuleux, qui provient souvent de ces *vices réunis ou dégénérés,* réclame aussi plusieurs de ces remèdes séparément ou conjointement, sans qu'on sache trop pourquoi; tels que le mercure, le suc de cresson de fontaine, le quinquina, mêlés ensemble sous forme de sirop ou autrement préparés, surtout en poudre. Cette espèce de goutte produite par le vice scrofuleux, est très-commune parmi les personnes de tous les âges, qui paraissent d'ailleurs jouir d'une bonne santé; tandis que la *goutte scorbutique,* caractérisée par ses symptômes, survient fréquemment à ceux qui sont vieux et qui habitent nos contrées, lesquelles sont sujettes à des variations, plus ou moins humides, de notre atmosphère.

Quant aux gouttes qui proviennent de l'inflammation des os par pléthore sanguine, ou de l'extrême sensibilité des nerfs, sans cette pléthore, leur traitement doit être relatif à chacune d'elles, selon leurs espèces, leurs causes et leurs diverses circonstances. Les unes, si le pouls est plus plein et dur, exigent les saignées, surtout si les goutteux sont menacés de quelque congestion cérébrale inflammatoire ou autre. On

ne connaissait pas encore, ni personne avant lui, le phosphate; ni comment il était formé, car il n'aurait pas manqué de lui attribuer l'induration de notre corps et de ses diverses parties, qui a lieu à proportion que nous vivons.

Je me propose de donner un *second Mémoire sur la goutte*, dans lequel je traiterai de ses *accès*, de leurs intervalles, ainsi que de leurs *redoublements*, avec exacerbation ou avec prostration des forces, lesquels existent réellement, comme dans les fièvres qui sont continues, rémittentes et intermittentes.

Je parlerai ensuite des *diverses espèces de goutte*, en différents articles, pour en mieux prescrire le traitement.

MÉMOIRE

Sur les dents antérieures des mammifères rongeurs, dans lequel l'on se propose d'établir que ces dents, dites jusqu'ici et déterminées INCISIVES, *sont les analogues des dents* CANINES.

Lu à l'Académie royale des sciences, le 11 juillet 1831.

PAR M. GEOFFROY SAINT-HILAIRE.

PREMIÈRE PARTIE.

CONSIDÉRATIONS ANATOMIQUES.

L'ANATOMIE humaine avait distingué des dents de trois sortes, sous les noms d'*incisives, canines et molaires*. Cette vue fut étendue aux animaux, et l'application en fut faite sans difficulté aux familles dont l'organisation se rapproche le plus de celle de l'homme, les quadrumanes et les carnassiers. Cependant à la suite de ces groupes sont aussi d'autres animaux également onguiculés, mais où l'on ne trouve plus que des dents de deux sortes. Cette circonstance devint le caractère d'un des grands ordres de la classe des mammifères, de celui des rongeurs.

En cette occasion, comme au début de toutes les inventions, la pratique avait précédé le savoir réfléchi de la théorie.

Mais enfin, ce qui n'a encore été acquis que d'instinct et sur le témoignage de trop peu de données, ne put manquer à son heure et moment venus d'être revu et développé, ou par de secondes études, ou par de nouvelles expériences. Or, ces soins sont encore à prendre pour les prétendues dents incisives des rongeurs.

Je ne me dissimule pas combien il est regrettable que cette révision soit faite aussi tardivement; il y a danger d'une perturbation dans les habitudes prises : c'est tout un ordre anciennement établi qu'il faut réformer, c'est l'autorité de décisions inscrites dans tous les livres de la science qu'il faut infirmer; mais si la vérité des faits philosophiques l'exige, ce devient inévitable. L'erreur une fois reconnue doit disparaître, quelque invétéré que soit le préjugé qui y aurait donné sujet.

§ Ier.

Anciennes déterminations à revoir.

Cependant voyons comme on a procédé. Des trois sortes de dents de l'homme, l'une manque aux rongeurs. Si au début des travaux zoologiques l'on n'osa encore se confier à des recherches d'analyse, aux inductions de l'anatomie comparative, du moins cette question aurait du être posée : *Laquelle des trois dents manque chez les rongeurs?* Cela ne vint à l'esprit de personne. On se crut sur un fait évident de sa nature, et l'on se détermina tout d'abord, pour n'avoir pas même imaginé de se défier de cet entraînement instinctif, de ces effets d'esprit, où la sensation et le jugement sont instantanés, et paraissent le produit d'une seule et même opération. Bien que placé en dehors de faits non suffisamment étudiés, dans la question

de ces dents, l'on s'empressa, de généraliser; on le fit en outre par nécessité. Une position impérieuse prescrivait d'en finir; car il fallait pourvoir aux seuls besoins connus alors, à ceux de l'histoire naturelle uniquement occupée du rangement des espèces, de la classification des êtres.

Une dent est de moins quelque part. Un physiologiste se demanderait comment et pourquoi ? Le classificateur, à la renaissance des lettres, s'en tient au fait oculaire; il estime cette observation pour sa valeur d'un trait caractéristique : cette absence d'une des sortes de dents lui est précieuse; car avec cette considération de plus,il trouve à distinguer et établir une famille nombreuse, de sorte qu'il ne se rend nullement difficile sur la causalité du fait organique.

Cependant tout ceci a lieu dans le moment des premiers progrès de la zoologie, où en effet un long tâtonnement a déja fait connaître quels caractères doivent être préférés par le classificateur pour la composition de ses ordres de mammifères : ce sont les dents, et principalement les dents antérieures. On trouva à celles-ci deux avantages; 1° d'être facilement et tout d'abord visibles quand la bouche est entre-ouverte, et 2° d'avoir une valeur de révélation. Et on entend par-là que leur modification se lie nécessairement à la plupart des autres faits de variation des êtres; en sorte que la considération de ces dents fût élevée au premier rang des caractères indicateurs. D'après ces remarques, on changea le nom d'*incisivi* en celui de *primores*. On se flatta d'exprimer de cette manière deux idées d'un enseignement également utile, la position relative de ces mêmes dents et leur valeur dans les jugements zoologiques; et toutefois l'on retint en France l'ancienne dénomination, faute d'un mot dans la

langue qui pût répondre à la double acception du terme *primores*.

C'est placé sous l'influence de ces deux préventions qu'on en est venu à employer les dents antérieures des rongeurs. On ne pouvait méconnaître en elles leurs deux conditions dominantes, l'une d'être les premières comme situation relative, ou les premières pour être aperçues dans l'animal vivant, et l'autre d'être portées au plus haut point d'importance comme caractère indicateur. Aussi, sur ces deux conditions de leur essence, on a bien pu être entraîné dans un jugement irréfléchi sous d'autres rapports : j'ajoute, l'on a dû de même regarder comme suffisamment acquise l'analogie de ces dents antérieures avec celles ayant cette situation chez l'homme ; d'où il est arrivé que définitivement l'on a appelé les unes et les autres du nom de *primores*.

Ainsi on avait procédé à une réelle détermination d'organes, en ignorant que l'on ne s'était point renfermé dans une véritable voie d'études ou d'expérimentation ; et l'on peut s'en convaincre par ce qui aurait pu advenir en se donnant un autre point de départ ; car si l'on se place comme observateur à l'autre bout de la rangée dentaire, l'on arrive nécessairement à une conclusion absolument différente. Et en effet, veuillez compter les dents d'arrière en devant, les molaires vous apparaissent d'abord, les canines ensuite, et les incisives en dernier lieu. De l'homme où les choses sont ainsi, passez aux rongeurs : plus vous apporterez d'attention et de sévérité dans cette comparaison, et plus vive sera votre conviction. Vous ne pourrez qu'être frappé de la répétition des mêmes faits, si ce n'est en un seul point. Les dents du fond de la bouche sont, chez l'homme comme chez les rongeurs, également précédées

de chaque côté par une seule et très-grosse dent : vous devez donner à celle-ci le même nom, c'est-à-dire qu'inévitablement vous la nommerez *canine*, aussi bien chez les rongeurs que chez l'homme. Voulez-vous enfin compléter ce travail de comparaison ? et vous arrivez aux faits d'une seconde observation qui ne peut et ne doit en rien altérer ceux de la première ; vous en venez à constater que chez l'homme une troisième sorte de dents, les incisives, existent encore, quand chez les rongeurs il n'en reste aucun vestige.

Or précédemment vous étiez parti pour faire cette recherche de l'observation que les rongeurs étaient principalement caractérisés par l'absence d'une des trois sortes de dents ; vous apprenez présentement laquelle de ces sortes y est absente ; vous arrivez même à quelque chose de satisfaisant comme théorie ; car du moment où c'est nécessité d'admettre un cas de réduction ou d'atrophie, n'est-il pas plus naturel que cet événement frappe l'extrémité même du museau ? c'est-à-dire que ce soit ce dernier terme des rameaux maxillaires qui n'ait pu être entièrement confectionné.

C'en est assez sans doute de ces réflexions pour établir que là est le sujet d'une question à revoir ; car vous savez que c'est sans avoir étudié les faits du développement primitif des dents, soit dans les vaisseaux, soit dans les nerfs, qui y donnent véritablement naissance ; vous savez que c'est enfin pour vous être tenu à des considérations accessoires et secondaires, que vous vous êtes trouvé engagé à prononcer sur les dents antérieures des rongeurs, par conséquent d'une manière irréfléchie et tout instinctive. Ces grosses dents des rongeurs, on les voyait d'une part situées en devant, et d'autre part remarquables par leur importance ; car de leur volume, encore

plus que de leur situation, dépendent les fonctions, les habitudes, et les principaux moyens d'existence d'une nombreuse famille. Aussi qu'employé à titre d'un terme exposant les données de ces observations, le nom de *primores* puisse convenir, ce ne saurait être du moins comme établissant la synonymie du mot *incisivi*. Il est présentement, quant à l'analogie réelle de ces dents, une règle récemment découverte (le principe des connexions), décidant avec autorité dans toutes les questions de déterminations philosophiques des organes. Or cette règle étant ici invoquée, les dents antérieures des rongeurs sont encore de véritables dents canines.

§ II.

Formation des dents.

Toutefois je ne puis me contenter de ces conclusions. Allons à l'égard de cette question sur ce qui en fait l'essence; et voyant les dents de plus haut, considérons-les dans leur noyau de formation, principalement dans leur relation avec le système sanguin, et de plus, ce que je crois encore possible, même dans leur causalité.

C'est aux dents bien dégagées et d'un travail achevé que s'applique dans son essentielle acception le mot *dent*. Car on nomme *noyau dentaire* ce qui en forme les racines ou la matrice, et *germe dentaire*, une première élaboration en dedans d'un sac. Ainsi une vésicule où aboutissent une veinule, une artériole et un petit nerf, c'est-à-dire où viennent se terminer une portion des cimes vasculaires et nerveuses, cette vésicule est une première manifestation dentaire et contient toute l'essence de la production à intervenir. C'est le moyen de

ressource, c'est le mode consacré pour prévenir aux confins des os maxillaires l'extension à l'infini de toutes les filières terminales vasculaires et nerveuses. Le noyau dentaire vient-il à se produire, il se couvre par transsudation, à sa surface externe, de molécules salines, que la force d'affinité des parties homogènes pour leurs semblables, porte à se réunir ; cette cristallisation s'achève selon le mode des cristallisations des matières pierreuses; une lame solide s'établit sur le sommet du noyau dentaire, c'est-à-dire sur la partie de ce corps opposée à l'entrée des vaisseaux et du nerf; c'est une sorte de coiffe capable de résistance, et qui oppose cette barrière à un plus grand prolongement des vaisseaux. Les premiers dépôts de molécules salines ne parvenant pas encore à se dégager du milieu des membranes enveloppantes, se manifestent sous la consistance et l'aspect d'une lame cornée; les dépôts suivants, cédant à une transsudation complète, amènent, par cristallisation et de la manière qu'on vient de le dire, d'autres lames entièrement de substance saline, et qui se superposent les unes à l'égard des autres. La transsudation des parties salines s'opérant autour d'une portion de sphère ou d'une partie conique, les lames cristallisées sont une suite de segments coniques inscrits les uns dans les autres. La forme du premier segment motive celle du sommet de la dent à sa sortie des gencives.

Cette analyse d'une dent en formation met en lumière les faits suivants : un germe dentaire est une poche pour le confluent d'irradiations sanguines et nerveuses, un point d'arrêt pour la terminaison des filières répandues le long des branches maxillaires, enfin un réceptacle de décanta-

tion pour certains produits. Voilà de quelle façon commence et ce qu'est dans son essence l'élément dentaire.

Jusqu'ici nous n'avons considéré le germe dentaire qu'en lui-même, et que pour la nécessité où il est de donner aux cimes vasculaires une heureuse terminaison. Mais il faut présentement considérer chaque branche principale, d'une part, comme devant satisfaire à toutes les subdivisions de l'artère dentaire et des rameaux qui lui correspondent, et d'autre part, relativement à sa place et à l'espace possible pour son évolution.

Qu'il existe un emplacement suffisant pour le libre développement du nerf dentaire, et cela se rencontre ainsi dans les très-longs maxillaires des cachalots, des dauphins, des lézards, et des crocodiles, les rameaux dentaires (artère, veine et nerf), se subdivisent en paquets de volume semblable, en ramuscules auxquels l'étendue de la région laisse la faculté d'être répartis à des distances égales. Alors ce sont autant de cônes dentaires rangées symétriquement, qu'il y a de ces subdivisions des mères-branches; alors apparaît une formation régulière de dents semblables. N'importe où cela se passe, soit à la région des parties avancées, soit à celle du fond de la bouche: peu importe en effet le lieu du travail dentaire, puisque ce travail s'exécute par de propres données intrinsèques; rien au dehors n'en gênera, n'en restreindra, n'en modifiera l'action. Peu importe encore le classement des êtres dans l'échelle zoologique. Car de mêmes facilités étant attribuées aux mammifères aussi bien qu'aux reptiles, quant à l'étendue des maxillaires, il en résulte les mêmes faits d'isolement, d'ordre, de symétrie, et la même forme des dents; que cela s'observe chez les

dauphins appartenant à la classe des mammifères, ou chez les crocodiles faisant partie de celle des reptiles. C'est le régime de la pleine liberté dans la distribution des rameaux vasculaires et nerveux, et non l'influence des types organiques différents, qui prévaut dans ce cas.

De cela, l'on doit conclure qu'il n'est encore là rien de fondamental, de spécialement inhérent à la nature même des faits dentaires, quant au partage et à la distinction des dents en trois sortes, incisives, canines et molaires, rien de subordonné à la condition classique des familles, rien non plus qui tienne à la spécialité des divers os maxillaires; cette conséquence me paraît rigoureusement acquise.

Nous venons d'étudier les dents pour les connaître en elles-mêmes; nous aurons présentement à les voir dans leur relation avec les parties organiques de leur voisinage. Pour les avoir nommées comme on l'a fait, on a eu principalement en vue leur emploi, *incisives* quand elles servent à trancher, *canines* de leur ressemblance aux dents médianes du chien, nommées *laniarii* ou déchirantes, et *molaires* quand elles sont employées à moudre.

Ces fonctions appellent ordinairement sur elles l'attention au début des études organiques, et c'est sans un fâcheux inconvénient, tant que l'observation ne sort point des faits considérés et limités dans une seule et même espèce. Mais comme leur plus d'étendue d'influence, qui forme déja un grave sujet de préoccupation pour l'esprit, tient davantage à l'accroissement du volume de l'organe qu'à quelque chose de vraiment essentiel, il s'ensuit que ce qui est bon à savoir quant à une espèce, devient, transporté à plusieurs, la dernière des considérations à acquérir, la moins propre à être comprise

dans des généralités. Voyez, pour l'application de ces idées, ce qui advient aux dents molaires. Chez les herbivores, elles sont larges et opposées dans leur relation d'une mâchoire à l'autre, et chez les carnassiers elles sont étroites et alternes : là elles s'emploient à broyer, et méritent ainsi le nom de molaires; et ici elles agissent comme des lames tranchantes, qui alternent dans leurs jeu et actions réciproques, ainsi que les branches d'une paire de ciseaux. De leur position au fond de la bouche, on s'est cru dans l'obligation de les nommer encore *molaires;* mais comme il fallait aussi les considérer quant à leurs fonctions, l'on a eu recours à d'autres noms, ceux de dents carnassières, de dents tuberculeuses.

En dernière analyse, il n'y a de généralités possibles à l'égard des dents, de détermination philosophique à en présenter, qu'autant qu'on s'en occupe pour elles-mêmes à titre d'objets engendrés par la peau et d'organes isolés, c'est-à-dire qu'on en recherche les faits élémentaires, seuls susceptibles d'en révéler l'essence. Voilà pourquoi, dès le commencement de cet écrit, la formation des dents m'a tout d'abord occupé; c'était en prendre connaissance à leur point de départ. Actuellement nous allons voir comment à leur terme d'un développement fini, elles se conduisent avec les organes qui leur servent de tuteurs; et principalement comment ceux-ci s'en laissent pénétrer et fournissent à l'insertion de leurs racines.

§ III.

De l'intermaxillaire.

Ce n'est que vers la fin du dernier siècle que l'on s'avisa de rechercher un principe pour l'appliquer à une distinction raison-

née des diverses sortes de dents, et qu'on fit choix dans cette vue de la considération de l'os intermaxillaire. Cependant cette prétendue amélioration fut moins proposée qu'immédiatement mise en pratique par l'école française, en 1795. Car jusque-là les naturalistes n'avaient pas songé qu'il pût y avoir des règles fixes pour la détermination des organes; et en effet, à l'égard des trois sortes de dents, l'on se décidait dans chaque famille selon le caractère des faits différemment observés, en prenant sur chacun l'opinion qu'un sentiment plus ou moins profond de ce caractère faisait prévaloir. Une règle fut enfin posée: mais loin d'éclairer une pratique dans quelques cas fort incertaine, elle a eu, selon moi, le tort d'avoir inspiré une fausse sécurité et de devenir un guide trompeur. Or il m'appartient d'autant mieux de réclamer aujourd'hui contre ses fausses applications, que cette règle est de moi, et de l'associé (1) de mes travaux dans le commencement de notre carrière.

Nous avions été frappés de la difficulté de tracer une limite fixe entre les incisives et les canines. Leur forme variable d'une famille à l'autre montrait souvent d'extrêmes différences. Ne pourrait-on pas trouver pour ces dents des caractères qui en fussent indépendants? voilà ce qui était désirable, et ce que nous nous empressâmes de chercher. Or, il nous parut que ce serait une donnée aussi constante que naturelle que le fait de l'implantation de ces dents dans leurs os propres (2); et

(1) M. le baron Cuvier.

(2) Qu'on ne doive point caractériser et dénommer les diverses sortes de dents d'après quelques circonstances de leur implantation dans le tissu osseux, cela résulte, judicieusement selon moi, des savantes recherches de M. de Blainville. Notre célèbre confrère a parfaitement établi (*Organisation des animaux*, tome I, p. 37), qu'une dent est une production de la

nous fîmes l'application de cette idée aux dents incisives, lesquelles nous parurent effectivement justement caractérisées par leur insertion dans l'os intermaxillaire. Nous trouvions ainsi à nous soustraire à l'arbitraire d'une décision, s'il se présentait une anomalie difficile à ramener à la généralité.

Ce fut d'abord en 1795, et dans notre mémoire sur une nouvelle classification des mammifères, que, M. Cuvier et moi, nous employâmes notre règle nouvelle au sujet des incisives. Les livres linnéens tenaient les défenses de l'éléphant au rang des dents canines : *dentes primores nulli ; laniarii superiores elongati.* Notre règle voulait, et à cause de notre règle nous donnâmes cette détermination : *l'éléphant a en haut deux énormes incisives.* Tous les caractères assignés aux dents par les auteurs systématiques furent depuis et de la même façon revus et remaniés. On avait écrit au sujet des hérissons : *dentes primores duo ;* mais la suture de l'intermaxillaire ayant été vue comme reportée assez loin en arrière, il fallut dire des hérissons qu'ils avaient non plus deux incisives, mais bien six.

---

peau, ainsi qu'un poil, et qu'un nom primordial et commun doit être appliqué à ces deux produits : d'où le nom de *phanère*, qu'il proposa pour exprimer cette idée générale. Les dents naissent de la peau à quelque distance de la portion osseuse qui leur servira de lit, et qu'on appelle déjà, mais par anticipation, leurs alvéoles. Ainsi par une habitude qui ne fut point réfléchie, on attribua à un cas fortuit et contingent le caractère d'une causalité que nous savons aujourd'hui tout-à-fait étrangère à l'effet produit. Que la dent soit placée au-devant d'une fosse ou d'une capsule, la racine de cette dent s'y enfoncera : mais que ce soit au-devant d'un maxillaire terminé par un biseau aigu, cette racine se prolongera en dedans ou en dehors de la surface lamelleuse. C'est que la dent est indifférente à la nature du tissu osseux pour ne rester assujettie qu'à la condition de sa forme; elle va, par sa racine qui gagne de la longueur, au-devant de l'os, comme celui-ci, en

Le parti était pris de faire fléchir les faits sous l'autorité de la nouvelle règle, et les déterminations de Pallas furent partout contredites, mais nulle part d'une manière aussi fâcheuse qu'à l'égard du galéopithèque, autrefois le *lemur volans*. L'illustre académicien de Pétersbourg avait décrit les dents de ce singulier animal, en partant du fait qu'il n'existait point d'incisives à la mâchoire supérieure. Vous lisez aujourd'hui chez tous les écrivains modernes qui ont adopté la règle des naturalistes français, que deux incisives supérieures sont et doivent être attribuées au galéopithèque: exactement décrites et figurées dans les Actes de Pétersbourg, pour l'année 1780 (part. I, pag. 217), aucun renseignement ne manque à leur sujet. On sait que ces deux dents sont très-écartées l'une de l'autre, et que, situées latéralement, elles laissent entre elles tout un bord nu, dont l'étendue correspond et se trouve exactement opposée aux six dents, aux véritables incisives de la mâchoire inférieure. Cette circonstance était caractéristique; mais de plus Pallas réunissait en faveur de cette détermination, bien d'autres faits non moins décisifs, c'est-à-dire les analogies tirées de la forme, de la structure, de la position et des usages; une règle faite depuis lui, et qu'il eût sans doute combattue avec toute sa puissance d'influence zoologique, lui fut opposée.

Cette règle, à laquelle il manqua toutefois dès le principe d'être établie sur une justification régulière, fut généralement

---

continuant de s'étendre, se porte sur la racine dentaire. A la suite de ces développements réciproques, n'importe en quelle place, et comme fait un clou qui s'enfonce dans une planche, la dent se trouve encastrée et solidement renfermée dans le tissu osseux.

accueillie, au point même que dans la suite on vint à proposer de changer le nom d'intermaxillaire en celui d'os incisif. Mais tant d'insistance d'une part et de docilité de l'autre ne m'interdisent pas le droit d'examen.

Et d'abord une règle ne peut statuer définitivement que si elle ne manque nulle part au caractère exigible de sa généralité. Or, celle invoquée en faveur des incisives n'est conseillère qu'à l'égard des dents supérieures. Inférieurement, où il n'existe point d'intermaxillaire, elle laisse les dents antérieures d'en bas sans l'appui d'une condition caractéristique : ici donc la considération invoquée n'embrasse que la moitié des faits observables.

Mais de plus les os crâniens n'existent point en vue des dents, c'est-à-dire seulement pour fournir aux dents des loges alvéolaires. Les os de la face sont des murailles vouées à un tout autre service, des cloisons que leurs conditions essentielles destinent à renfermer les organes des sens; et quant à l'intermaxillaire, il fait, de concert avec les os du nez, les cloisons extérieures de l'organe olfactif. Pièces d'entourage à l'entrée de cet appareil, elles en déterminent et consolident le pourtour; elles donnent l'idée d'une sorte de chambranle où est fixé le bourrelet des conques nasales. C'est cette idée que j'ai cherché à exprimer dans ma nouvelle nomenclature du système crânien. Les os carrés du nez y ayant été appelés *nasaux*, les pièces inférieures des ouvertures nasales ou les intermaxillaires y reçurent le nom d'*adnasaux*.

Ainsi des dents répandues sur la surface ou même implantées dans la substance de quelques os crâniens n'y interviennent qu'à titre de corps étrangers, elles ne sauraient y apporter qu'une circonstance en plus et toute fortuite. Et

principalement en ce qui concerne l'intermaxillaire, cet autre fait de plus ne change point l'état de la question; savoir, que, dernier os à paraître en la mâchoire supérieure pour compléter la ligne des arcades maxillaires, c'est sur lui que se répandront nécessairement les portions extrêmes et terminales des rameaux vasculaires et nerveux, cause et principe des dents à intervenir : il n'y a de commun entre ces productions, seulement que chacune est la dernière de son système; mais ce résultat, pour donner lieu à une rencontre nécessaire, ne dépend pas moins d'une circonstance secondaire, et en elle-même vraiment accidentelle.

Enfin l'on ne voudra pas sans doute persévérer à qualifier d'os incisif une pièce crânienne qui n'a de caractère général que comme comprise dans les abords de l'organe olfactif; elle est à ce titre chez tous les animaux vertébrés, sans que rien n'en vienne changer l'essence et l'universelle fonction; quand au contraire, chez quelques animaux seulement, elle se prête à une autre combinaison, elle rend de plus un autre office; elle sert de matrice ou de gangue à des dents quelconques. Et en effet, les fourmilliers, les paresseux, et les cétacés chez les mammifères, toute la classe des oiseaux, une partie de celle des reptiles, et un assez grand nombre de poissons, ont un os intermaxillaire (adnasal), qui, manquant de dents, serait faussement qualifié par un souvenir de dents incisives.

C'est vraiment sans avoir réfléchi à la nature de ces corps parasites qu'on a songé à leur décerner le premier rôle. Les dents, substance pierreuse et cristallisable, ont une structure et un système de formation qui les rendent à tous égards étrangères à la structure et à la formation du tissu osseux. D'abord se produisant dans la peau et puis étant déposées

sur un point des arcades maxillaires, elles ne contractent avec celles-ci aucune relation essentielle; elles sont enveloppées ou supportées par les lames maxillaires, mais ne s'y creusent point un gîte, en perçant et en pénétrant dans le corps de l'os, comme on l'a dit; tout au contraire, ces intercalations ont toujours lieu d'après des motifs de voisinage, et nullement par une prédilection marquée pour un os spécifié.

Ainsi tombe cette fausse théorie, où la qualité de l'intermaxillaire qualifie les dents qui y sont implantées, et par laquelle les dents à leur tour sont un moyen de détermination pour les os, dont elles pénètrent la substance.

Mais, dira-t-on, c'est par cela arriver à la perte d'un moyen de détermination qui dispensait d'une décision arbitraire. Oui, nous sommes en effet privés du dangereux appui d'une erreur.

Mais si nous avons été chercher le principe de la distinction des dents où il n'était pas, en revanche le champ des recherches nous est ouvert. Car apercevant les dents assujetties à un ordre d'arrangement, en les voyant reproduire dans chaque famille des combinaisons de plusieurs sortes, l'on doit espérer de connaître la cause de ces répétitions constantes et régulières; et en effet nos études sur la matière se sont aujourd'hui multipliées de façon à ce que nous dussions présumer favorablement du moindre effort pour savoir ce qui en est. Or, je prie qu'on veuille bien se rendre attentif à ce qui suit.

C'est un principe dans de difficiles déterminations, d'aller interroger les faits d'organisation alors qu'ils sont portés au maximum de leur développement. L'ampleur du cerveau et de la boîte cérébrale chez l'homme soumet une autre partie de la tête à ressentir la réaction d'une compensation : la face est sacrifiée et réellement extrêmement courte; de la brièveté

des arcades maxillaires ne peut provenir qu'une bouche toute écourtée, et non un long museau comme chez les autres mammifères. Cependant, bien qu'il n'y ait point un emplacement aussi étendu chez l'homme, les vaisseaux et les nerfs de la face, c'est-à-dire quelques dérivations des carotides et de la cinquième paire s'y rendent avec non moins d'affluence: et dès lors, dans le défaut d'espace qui s'oppose à la libre dispersion de ces derniers ramuscules, se trouve comme une ordonnée toute puissante; car une seule file de germes en ligne n'est plus possible. Il faut qu'alors la disposition des lieux intervienne, et apporte son action d'influence dans la dissémination des corps dentaires : ce n'est certes que secondairement; mais toutefois cette coopération n'en est pas moins plus ou moins modificatrice. Plusieurs ramuscules se rendent et convergent sur le même point; ils se groupent et se soudent, ou deux à deux, ou trois à trois. Cet effet d'entassement ne se remarque que vers l'origine et nullement vers la terminaison des cimes vasculaires et nerveuses : aussi arrive-t-il et trouve-t-on que le volume des produits associés décroît au fur et à mesure que s'épuise cette distribution des vaisseaux et des nerfs. En définitive, voici dans quel ordre apparaissent les éléments dentaires que ces effets d'entassement portent à se souder : ce sont d'abord de grosses molaires à 5 racines, puis les molaires en ayant ou quatre ou trois, et enfin les dents solitaires ou les dents à une racine, comme les canines et les incisives. Ce n'est que dans les mammifères à grand cerveau et à face courte, qu'on trouve des dents à qui le nom de molaires convienne sous tous les rapports, principalement pour la largeur de leur couronne et le nombre de leurs racines. Ce que nous avons dit plus haut des dents solitaires, semblables

et régulières des dauphins et des reptiles, nous confirme dans l'idée qu'une de ces larges molaires est le produit de plusieurs éléments dentaires réunis par entassement, et joints ensemble par soudure; alors autant de racines, tout autant d'éléments distincts.

Cependant, comment, après les deux faits que j'ai plus haut soigneusement analysés, savoir, d'une part la formation du germe dentaire due à la réunion et à l'action réciproque des derniers ramuscules nerveux et vasculaires dans une vésicule, et d'autre part à la coopération nécessairement modificative du plus ou du moins d'étendue des gangues alvéolaires; comment, dis-je, serais-je sans renseignements encore pour la solution de cette question ? A quel principe rapporter la constance et la régularité de l'arrangement des dents en trois sortes?

Afin de faire porter cette recherche sur quelque chose de véritablement fondamental, j'ai choisi un exemple qui ne devait laisser de prise qu'à deux chances, et n'offrir ses faits qu'avec un contraste tel qu'aucune illusion ne pût être possible. J'examinai un animal n'ayant que deux sortes de dents, un agouti, chez lequel les dents de devant sont d'une longueur considérable. Les inférieures remplissent presque toute l'étendue de leurs maxillaires; elles forment un arc étendu, dont toute la rangée des dents molaires occupe la corde. Il est donc là comme deux systèmes dentaires, comme deux organes distincts. L'un débouche dans la tranche des maxillaires par plusieurs colonnes rangées à la file, telles sont les dents molaires, et l'autre complète les lames maxillaires à leur extrémité finale, en s'y propageant dans une tige forte et conique, c'est-à-dire dans ces fortes dents caractéristiques de la famille

des rongeurs, que l'on a jusqu'ici qualifiées d'incisives; puis en définitive, chacun des deux systèmes est constitué et nourri par de propres vaisseaux et nerfs. Mais puisqu'il en est ainsi, n'est-ce pas que deux souches primitives sont l'origine des deux sortes de dents, et que par conséquent est là, pour chaque sorte, et se manifeste réellement une cause spéciale. Dans ce cas, plus de difficultés, puisque, comme seront spécialement les rameaux nerveux et vasculaires de chaque système, ne peuvent réciproquement manquer d'être spécifiquement distincts aussi les produits engendrés.

Revenons sur ces faits en ce qui concerne les dents de trois sortes; car il est évident que nous aurons saisi leur fait de causalité ou le principe de leur condition spéciale, si l'observation précédente s'y applique. Or, j'ouvre un des livres les plus complets sur cette matière, l'*Anatomie comparée du système dentaire*, par M. le docteur Emmanuel Rousseau : et l'une des planches, le N° 22, qui représente la moitié d'une tête de sanglier, me donne, quant à la névrologie, le fait cherché, d'une manière très-satisfaisante. La dent canine (nommée *défense*, en raison de son volume, de son prolongement en dehors, et de l'utilité dont elle est pour l'animal) existe en partie sous la rangée des dents molaires. Du même névrilème, et au moment de son introduction dans le corps osseux, sortent trois divisions du nerf sous-maxillaire, lesquelles sont dans un ordre parfait de superposition. La branche supérieure passe sous la rangée des dents molaires, envoyant à chaque molaire son ramuscule : la branche intermédiaire plonge entière dans la racine de la canine, et enfin l'inférieure est répandue en dessous et tout le long de la défense, afin de fournir ses subdivisions, qui, chacune, se rendent sur les inci-

sives. Mais d'ailleurs chaque division de ce nerf est remarquable par un caractère propre, circonstance qui devient à son tour le fait spécial et caractéristique de sa dent particulière.

Et en effet, qu'on veuille bien jeter les yeux sur cette planche N° 22; elle parle aux yeux comme présentant une explication et une répétition des faits propres à l'organisation dentaire des rongeurs. La troisième branche nerveuse doit-elle être atrophiée? son absence laissera sans développement possible l'extrémité de la mâchoire et les incisives, c'est-à-dire tout l'emplacement où cette troisième branche eût trouvé à se répandre. Ce qui doit rester sous la raison de cette absence réalise donc à tous égards le fait dentaire de l'exemple que j'ai invoqué, le fait que j'ai plus haut considéré dans l'agouti.

DEUXIÈME PARTIE.

CONSIDÉRATIONS ZOOLOGIQUES.

Il n'est des dents de plusieurs sortes que chez les mammifères à boîte crânienne considérable : la face qui s'y ressent de l'excès de volume de l'encéphale, en devenant par compensation fort courte, est par-là empêchée d'offrir à l'assiette des éléments dentaires des maxillaires aussi longs que le sont les maxillaires des reptiles. Ainsi s'explique comment l'existence de plusieurs sortes de dents se trouve, chez les mammifères, subordonnée à la condition classique de leurs courtes mâchoires, et comment en effet les éléments dentaires s'entassent et viennent pour la plupart à se souder les uns aux autres.

Ayant traité, dans la première partie (1) de ce Mémoire, du

(1) Voy. plus haut, page 186 et suivantes.

point transcendental de la question des dents, et me trouvant présentement informé de ce qui caractérise leur origine, comme de ce qui révèle leur causalité et de ce qui fournit soit à leur première formation, soit à leur développement, il reste à présenter tous les faits purement zoologiques.

A vrai dire, seuls ils devaient suffire pour donner des dents antérieures des rongeurs une détermination aussi rigoureuse que précise. Mais un préjugé depuis si long-temps invétéré menaçait *à priori* ma correction d'une improbation tellement certaine, que je n'ai pas pu me contenter de cette seule explication. L'invocation d'une règle accable par un caractère imposant, et j'ai dû auparavant me mettre à couvert contre toutes fausses inductions. Libre aujourd'hui d'entraves, je vais laisser aux faits zoologiques à s'expliquer clairement; et pour que cela soit exposé dans l'ordre de l'invention, je commencerai d'abord par les familles qui m'ont donné un premier éveil : ce sont celles des mammifères ailés.

§ Ier.

Dents des chauve-souris.

Les chauve-souris frugivores, que l'on comprend dans une seule famille, et qu'on désigne sous le nom de *roussettes*, se subdivisent en trois genres : 1° les *roussettes* proprement dites; 2° les *pachysomes;* et 3° les *céphalottes :* elles sont, dans cette énumération, rangées selon l'ordre de la longueur de leur museau.

A. Les *roussettes* ont la tête ellipsoïdale; leurs quatre incisives occupent à chaque mâchoire, entre les dents canines, un espace suffisant, pour que leur facile développement et leur relation

de voisinage rappellent tout-à-fait l'état dentaire de l'homme et des singes. C'en est une exacte répétition. Mais, quant aux dents molaires, celles-ci diffèrent; étant de chaque côté supérieurement 5, inférieurement 6, et en totalité 22.

B. Les *pachysomes* pour le surplus semblables, existent avec une tête plus courte par devant et plus large en arrière : de ceci il résulte que leur museau est plus court, que les arcades dentaires étant moins longues n'ont plus le même espace à offrir aux dents molaires, et que celles-ci sont diminuées de deux en chaque côté de la mâchoire. Cette circonstance a motivé la séparation des pachysomes, qui se trouvaient ainsi spécialement caractérisées par l'existence de huit de ces dents en dessus, de dix en dessous, et en totalité par dix-huit molaires.

C. Les *céphalottes* forment un troisième degré ou sous-genre. Nous n'y comprenons qu'une seule espèce, celle publiée par Pallas, sous le nom de *vespertilio cephalottes :* elle fut dans l'origine ainsi nommée de sa grosse tête. Et en effet, la tête de cette chauve-souris est encore plus volumineuse, et par conséquent plus ramassée que celle des pachysomes. La brièveté du museau ferait presque croire qu'il aurait été tronqué. Or, c'est dans ces circonstances qu'il n'existe plus que deux incisives à la mâchoire supérieure, et qu'il n'en est même aucune à la mâchoire d'en bas. Pallas accompagne sa description à cet égard par de fort bonnes figures. Sans doute qu'avec nos principes ou nos anciens préjugés sur la matière, il fallait toutes ces circonstances et surtout l'autorité de la parole de ce maître, pour faire croire à l'exactitude de cette observation. Ce qui est à la vérité peu nécessaire, j'ajoute que je l'ai vérifiée. Je fus redevable de cet avantage aux soins bienveillants de

mon savant confrère, M. de Labillardière; il s'était procuré à Amboine, et il avait donné au Muséum d'histoire naturelle une chauve-souris céphalotte. J'insiste d'autant plus sur le fait de ces dents incisives absentes dans une chauve-souris où toutes les autres conditions de famille étaient maintenues, qu'une telle anomalie atteint un caractère d'une grande importance. Mais ici nous savons davantage : une autre circonstance tout-à-fait révélatrice est isolée; nous apercevons distinctement que la non-production de l'emplacement alvéolaire a motivé l'absence de dents, qui autrement s'y seraient trouvées insérées. C'est le cas de revenir sur l'explication déja donnée, que les vaisseaux nourriciers, employés à élargir et à grossir la tête, n'ont pu apporter assez de matériaux pour donner à la tête son allongement ordinaire. Voilà donc une observation qui place nettement, sous les yeux, ses faits de développement; et alors, tout naturellement, les conséquences d'un tel arrangement sont, que là où les incisives se trouvent soustraites, les dents latérales, celles d'en deçà, les canines, tombent réciproquement l'une sur l'autre, et finissent, se portant un mutuel appui, par amener et vraiment reproduire le fait caractéristique des rongeurs.

Dans cette diminution progressive du museau des diverses roussettes, et encore mieux dans la totale suppression des dents incisives chez les céphalottes, la nature nous a en quelque sorte ménagé l'observation d'une organisation intermédiaire à l'égard des rongeurs : ce sont vraiment là des traits nuancés faisant passer les dents des trois sortes à celles des deux sortes, de manière à rendre, je le répète, pour ainsi dire visuel un fait de théorie. Et en effet, laissons Pallas caractériser les dents de sa chauve-souris des Moluques; il s'exprime ainsi : *In maxillâ inferiore dentes primores nulli*,

sed canini adproximati et paralleli. Ce sont, au jugement de ce grand naturaliste, les incisives qui manquent : ni dents, ni parties maxillaires n'existent entre les dents canines; aucune masse diaphragmatique ne séparant celles-ci, elles tombent l'une sur l'autre; et jointes ensemble, en même temps que parallèles, elles composent, pour la céphalotte, un appareil dentaire qui reproduit exactement celui des rongeurs : en arrière suivent de même les deux rangées de dents molaires. Ainsi même atrophie à la région alvéolaire, mêmes dents absentes, mêmes connexions maintenues; et par conséquent, c'est dans toute cette correspondance une toute semblable manifestation, de laquelle on doit conclure avec certitude la rigoureuse détermination et la parfaite analogie des dents qui restent; savoir, que les dents antérieures sont bien décidément les analogues des dents canines (1).

Ces dents sont appuyées l'une sur l'autre; mais l'histoire de la monstruosité abonde en exemples semblables. Il me suffira de citer le cas des cyclopes ou rhinencéphales. L'absence des lames moyennes de l'appareil olfactif, y prive les deux yeux des parties diaphragmatiques qui les tiennent ordinairement écartés : le mouvement général qui entraîne les organes de la circonférence vers le centre, amène sur la ligne médiane, tantôt les deux yeux qui y demeurent associés côte à côte, et tantôt seulement les moitiés externes de chaque œil qui s'y réunissent, et qui concourent à y former un œil unique à tous autres égards parfaitement régulier.

---

(1) Comme il serait facile d'attaquer les principes de la doctrine des analogues, en citant les anciens travaux sur les dents! Des faits erronés seraient d'abord posés : et puis, quelles armes pour combattre!

§ II.

Dents des quadrumanes anomaux.

A. Dans le tarsier, l'un des quadrumanes, la tête est entièrement sphéroïdale; développement anomal qui provient de la réduction de la face au profit de la boîte cérébrale. L'exiguïté du museau a été obtenue par une extrême atrophie de l'artère maxillaire. Aucune incisive supérieure n'était plus possible, et les canines commencent ainsi les séries dentaires. Toutes les dents sont pressées et appuyées les unes sur les autres.

B. Ce même fait, d'une face ainsi sacrifiée pour qu'un grand volume du crane s'ensuivît, est reproduit plus en grand et se voit distinctement chez l'aye-aye. C'est un animal fort extraordinaire que, pour cette considération anomale, l'on s'était accordé, jusqu'en 1816, à placer parmi les rongeurs. En lui sont effectivement des dents comme dans les animaux de cette classe; mais ce caractère cessa, en 1816, d'en imposer à M. de Blainville; lequel, à cette époque et dans son prodrome d'une nouvelle distribution du règne animal (1), crut devoir proposer de ramener l'aye-aye vers les quadrumanes nocturnes. Ce n'est plus pour lui un rongeur; il le place près des loris et des nycticèbes. Je crois à la justesse de ce rapport, que l'habitude de sacrifier toutes autres considérations à l'indication des dents, avait fait méconnaître. A part ses dents de rongeur, l'aye-aye ressemble aux loris, aux tarsiers, aux galagos : ce sont mêmes ampleur et nudité des

(1) Bulletins de la Société Philomatique, année 1816.

oreilles, mêmes grandeur et disposition des yeux, même étendue du cerveau, et surtout des lobes postérieurs, qu'on sait tout autrement disposés chez les vrais rongeurs; et enfin, ce qui devient décisif, mêmes pieds et pouce opposable aux autres doigts.

L'aye-aye donne l'idée d'un animal ambigu, chez lequel se trouvent ensemble des organes dont on n'eût sans doute jamais soupçonné que l'amalgame fût réalisable; car chez lui se voient, en effet, savoir, dans la face, la plupart des organes des sens comme chez les makis, et sous la face au palais l'organe du goût et les dents conformés comme chez l'agouti et les porc-épics. Cependant, puisque là existent les éléments de deux types, et qu'ils s'y combinent sans perturbation, mais en conservant au contraire une parfaite harmonie dans les fonctions, c'est que l'anomalie constituant cet amalgame n'avait pas exigé une très-forte modification du système général des quadrumanes; la suppression de la branche dentaire se rendant aux véritables incisives pour lors absentes, a pu causer tous les faits subséquents à cette suppression. En effet, il suffit d'un simple changement dans la relation et les formes de quelques parties, pour rejetter l'idée d'un désordre radical; du changement que cause la suppression de l'un des trois nerfs dentaires, pour rendre compte au contraire de cette anomalie, puisqu'il est tout naturel que l'atrophie qui éteint les incisives, produit en revanche l'hypertrophie des dents canines : l'un de ces phénomènes est toujours la conséquence de l'autre. De cette manière l'aye-aye, qui reste à tous autres égards un quadrumane, tient de la suppression d'un rameau nerveux dentaire une seule modification, celle appelée à lui donner, sous le rap-

port des dents, le caractère d'un rongeur. En définitive, c'est un quadrumane sans dents incisives, chez lequel les dents canines se sont approchées et s'appuient l'une sur l'autre, chez lequel enfin les canines ont acquis un volume considérable, en profitant, pour leur surdéveloppement, des fluides nourriciers qui, dans les quadrumanes aux trois sortes de dents, fournissent à l'entretien des incisives.

§ III.

Dents des mammifères insectivores subterranéens.

C'est dans des cas de fortes anomalies, et particulièrement dans ceux occasionnés par des événements d'hypertrophie, que se montre le mieux la raison des diversités, les tendances qui les dominent, soit quand l'organisation est lancée dans les plus violents écarts, soit lorsqu'elle est ramenée aux règles générales, rentrant ainsi dans les faits communs à la famille. Or, nous croyons les mammifères insectivores qui vivent sous terre, plus ou moins placés sous ces diverses combinaisons; et en effet, chacun des genres de cette nombreuse famille peut être également invoqué comme propre à donner une solution dans les questions de ce Mémoire. Cependant, pour me renfermer dans de justes bornes, je m'en tiendrai aux deux exemples ci-après, que je vais comparer l'un à l'autre.

A. *La taupe*, dont le crâne paraît formé pour amener le plus grand développement de l'appareil olfactif, se trouve aussi pourvue d'un palais porté à une étendue proportionnelle. Dès que, comme est le palais, sont nécessairement les arcades maxillaires qui l'enceignent, nous trouvons à saisir,

dans la considération de ses longues branches maxillaires, une occasion pour voir les dents s'y produire sans obstacle, et de plus y intervenir en très-grand nombre. On compte jusqu'à quarante-quatre dents chez la taupe; savoir, six incisives supérieures et huit inférieures. Les dents canines sont au nombre de quatre et les molaires au nombre de vingt-six, dont quatorze en haut et douze inférieurement. Je reprends ce nombre, pour l'envisager sous un point de vue mieux accommodé aux circonstances de ma comparaison. Des vingt-deux dents à chaque mâchoire, onze appartiennent à chaque côté. Si nous les comptons d'arrière en devant, nous les distinguons et caractérisons comme il suit: Viennent en premier quatre dents à couronne large, ou quatre vraies molaires, puis trois comprimées, qui sont terminées par plusieurs pointes ou par une seule; on nomme celles-ci fausses molaires; puis viennent après la canine et les incisives. La rangée inférieure diffère par une fausse molaire de moins et par une incisive de plus.

B. La taupe de Virginie a été séparée du genre *talpa* sous le nom de *scalope;* on s'est déterminé à cette classification perfectionnée sur les seules différences que présente le bout du museau. Car d'ailleurs, pour tout ce qui forme l'organisation essentielle d'une taupe, c'est dans les deux espèces absolument la même chose. Les dents elles-mêmes s'accordent pour la plupart, toutefois point antérieurement. Car, en comptant la rangée supérieure d'un seul et même côté, comme nous l'avons fait plus haut, nous trouvons cette rangée formée par huit, et non plus par onze dents: les huit dents sont d'abord quatre dents molaires larges et hérissées de pointes; puis suivent les trois dents comprimées, dites fausses

molaires, et enfin la rangée se termine en devant par une seule et plus forte dent. Rien ne vient ici me provoquer à changer la nomenclature dont tout à l'heure j'ai fait usage, et tout au contraire le principe des connexions m'astreint à m'en servir. Or cette dent terminale, je l'avais nommée canine chez la taupe d'Europe; je la dois donc aussi nommer canine dans la taupe de Virginie. Il est bien vrai qu'arrivé à cette dent chez celle-ci, commence un autre ordre de choses, qu'il n'est plus rien au-delà, c'est-à-dire qu'après cette dent canine terminale, les incisives attendues manquent; ce sont alors d'autres faits à constater, des faits subséquents, qu'alors j'expose comme l'observation me les présente, et que je note en ajoutant que la taupe d'Europe possède par delà trois incisives, qui ne se trouvent pas dans la taupe de Virginie. J'acquiers visiblement le fait que ces trois dents absentes chez cette dernière ont disparu par suite d'avortement; et en effet, la mâchoire de la taupe de Virginie est plus courte justement de la seule étendue qui aurait dû être occupée par les trois dents absentes.

Cependant, qu'avait-on fait avant nous pour nombrer et dénommer tous ces éléments dentaires? on les avait considérés et comptés, en commençant par devant. Ainsi on avait signalé comme incisives nos deux canines. C'était consacrer une erreur; et, débutant de cette manière, c'était placer dans le calcul un chiffre faussement énoncé, propageant son principe erroné dans tous les autres éléments de la rangée. Pourtant il n'y avait là que ce fait simple, avortement chez une espèce des trois dents antérieures; de simple qu'il était, on l'a compliqué, agrandi et mis par-là en désaccord avec toutes les autres données de l'organisation, et cela pour s'en tenir à une fausse règle qu'on s'était faite; tout cela, je le répète,

pour avoir observé une rangée de pièces de devant en arrière, au lieu d'y procéder d'arrière en avant. De ce fait mal compris, et dont on s'est emparé à titre d'anomalie inexplicable, on a cru voir sortir de puissantes raisons pour établir la taupe de Virginie à part, sous la forme d'un genre et avec le nom de scalope. Or ceci, utile au fond, remplaçait du moins quelque chose de plus fâcheux, puisque auparavant les auteurs systématiques, voués servilement dans le classement des êtres à l'unique considération des dents antérieures, s'étaient vus forcés de repousser toutes les contre-indications du reste de l'organisation, qui prescrivaient d'agir différemment, pour s'en tenir, sur le témoignage apparent et si mal entendu de ces dents antérieures, à l'idée que la taupe de Virginie faisait nécessairement partie du genre musaraigne. *Sorex aquaticus* a été long-temps le nom de l'espèce dont ils ont fait depuis leur genre scalope (1).

---

(1) Je n'aurais plus qu'a répéter les mêmes raisonnements pour les montrer applicables aux faits dentaires des musaraignes, mais ce sujet a été amplement et fort clairement traité par mon fils dans le Dictionnaire classique d'Histoire naturelle : et j'y renvoie, Voyez *tome XI*, *page* 314. Toutefois je crois devoir rappeler ici une circonstance omise dans mes cours et présentée pour la première fois dans l'article *Musaraigne*, c'est la position toute particulière des premières dents : je cite textuellement.

« La position très-remarquable de ces premières dents est visible à la mâ-
« choire supérieure; ces dents reproduisent la forme des dents canines de
« la taupe : la direction de leurs faces tournées en dehors et non pas en de-
« vant, indique des dents appartenant essentiellement à la rangée latérale
« et qui sont devenues accidentellement antérieures : parce que les véritables
« dents antérieures se trouvent absentes, elles ont pu se rapprocher l'une
« de l'autre sur la ligne médiane, comme le font, soit chez les êtres nor-

Quant à l'inter-maxillaire, cet os est resté, dans les deux sortes de taupes, fidèle à sa fonction primordiale, c'est-à-dire que, comme à l'ordinaire, il y reste la cloison mitoyenne et terminale des deux chambres du goût et de l'odorat; service qui ne prive point sa tranche d'être pénétrée et occupée par des dents, quelle qu'en soit la qualité et l'importance.

Placés autrefois sous les conséquences de l'ancien point de départ pour déterminer et nommer ces dents, et sous les fausses lumières d'une règle au sujet des inter-maxillaires, nous formions les genres des mammifères insectivores qui vivent sous terre, non pas seulement arbitrairement, mais en sens inverse des vraies données de leurs rapports naturels; et au contraire libres aujourd'hui de ces entraves, nous arrivons sans obstacle à une généralité qui est vraiment satisfaisante. Alors doit cesser toute surprise de la très-grande conformité d'organisation des deux taupes d'Europe et de Virginie, bien que cette conformité ne se soutienne point à l'extrémité du museau. Que dans leur dissemblance en ce lieu se trouve le véritable motif du caractère du genre scalope, nous acceptons cette donnée comme favorisant un arrangement commode pour la classification : mais ce n'est là toutefois et ce ne peut jamais être qu'un fait simple, qu'un cas accidentel d'avortement, enfin qu'une modification locale sans retentissement dans le surplus des systèmes organiques. Et c'est pour cela que ces deux genres restent et doivent rester l'un près de l'autre, puisque l'existence ou la non-

---

« maux, soit chez les monstres, tous les organes latéraux, lorsqu'il y a « atrophie des organes intermédiaires. » *Dict. Class. d'Hist. nat.* au mot *Musaraigne*, article redigé par *Isidore Geoffroy Saint-Hilaire.*

existence de véritables incisives ne cause qu'un si faible changement, et ne devient saisissable qu'à titre d'une ressource pour une distinction de sous-genre. Je le répète, c'est un fait stérile, dans ce sens que cette différence laisse en demeure, sans les entraver le moins du monde dans leurs rapports respectifs, tous les organes des sens, toutes les autres parties de la tête, le tronc, les viscères, les pieds, et généralement tous les arrangements spéciaux de ces mammifères.

Que signifient ces réflexions? diront peut-être quelques naturalistes en résistance à l'égard du mouvement qui entraîne, loin des sentiers battus, plusieurs de leurs confrères. Qu'est-ce, je crois entendre dire, que ces idées spéculatives? une théorie de plus.—Oui, je l'accorde volontiers; oui, c'est cela, s'il faut ainsi nommer un jugement porté sur des données nombreuses et très-compliquées. Voilà, si je me trompe, ce que l'on est bien près de préférer à ce prétendu positif de l'Histoire naturelle, qui a dominé et qui règne encore dans les écoles, à ces cadres capricieusement prévus, pouvant admettre quelques notions de nombre et d'accidents de forme, à ce roide des descriptions, où les physionomies des êtres sont plutôt indiquées que senties et expliquées.

Je pourrais étendre ces réflexions à tous les genres de la petite famille de ces mammifères insectivores. Mais je préfère voir mes conclusions générales sortir de considérations différentes, et je passe aux animaux rongeurs.

§ IV.

Dents des rongeurs.

Il y a des rongeurs de deux ordres, 1° ceux qui tiennent d'assez près aux animaux des trois sortes de dents, et 2° ceux

au contraire qui s'en éloignent le plus. Les écureuils et les marmottes compris parmi les premiers, ont la tête large et supérieurement aplatie, le palais d'une moyenne étendue et le trou sous-orbitaire fort petit. Les porc-épics, les *cavia* et les castors composent l'autre et le plus anomal de ces groupes. Si c'est encore le développement excessif de l'organe olfactif qui donne à la face ses proportions extraordinaires, ce sont d'autres conditions qu'à l'égard de la taupe. Chez les mammifères insectivores qui vivent sous terre, deux organes des sens participent ensemble et également à un état d'hypertrophie locale, savoir, l'organe olfactif et le palais; mais chez les rongeurs anomaux, c'est le seul organe de l'odorat. La tête est ellypsoïdale, voûtée supérieurement; le palais est étroit, et le trou sous-orbitaire se trouve agrandi au point de devenir une large entrée pour une cellule profonde. Il n'est plus qu'une voûte palatine étroite, à laquelle servent de principal plafond des maxillaires exigus et des os palatins si petits qu'à peine ils fournissent une lame transversale à l'arrière-narine. Dans quelques espèces, comme chez le paca, le cabiai et la viscache, le vomer profite de quelques intervalles non remplis par les maxillaires à la ligne moyenne du palais pour intervenir dans le plancher palatin. C'est sur ce plancher, sur une base ainsi circonscrite que repose le plus vaste appareil nasal: il lui était par conséquent nécessaire d'acquérir de l'étendue à la région supérieure. Mais ce n'est pas seulement en hauteur, mais de plus aussi par-devant que les cornets nasaux acquièrent un volume extraordinaire: l'œil paraît laissé fort loin en arrière: et une dernière observation qui va nous montrer que le surdéveloppement atteint l'appareil olfactif seul, c'est-à-dire sans y comprendre

l'organe du goût, c'est la grandeur de l'étui dans lequel les cornets nasaux sont enfermés ; étui formé par deux couches osseuses, qui se composent supérieurement des os du nez (les nasaux) et inférieurement des inter-maxillaires ou ad-nasaux. La grandeur de ces pièces, au maximum du développement dans le porc-épic, forme le caractère essentiel des rongeurs, et donne subséquemment la raison de leurs longues dents antérieures, lesquelles avaient seules fixé l'attention des naturalistes, quand ces dents ne sont aussi longues qu'en raison de l'étendue des os (*nasaux et adnasaux*) qui les comprennent entre leurs lames. Ainsi en raison de la longueur de l'étui ménagé aux dents antérieures, fait primordial et dominant chez les rongeurs, fait que nous venons de voir occasionné par le surdéveloppement des cornets antérieurs, les vaisseaux et nerfs dentaires, qui ont fourni une branche principale aux dents molaires, n'ont plus de possible, que la branche suivante, pour suffire à produire la seconde sorte des dents. Il reste nécessaire que tous les produits nutritifs soient employés à procurer à ces dents ce qu'elles exigent, si un étui aussi long, et tel que le comporte la grandeur des inter-maxillaires, en favorise le développement.

Voilà donc arrivé le cas singulier des rongeurs, où ce n'est plus la dent qui pourvoit seule à se faire passage à travers le tissu osseux et qui se creuse une alvéole : cette fois c'est l'alvéole comme préparée à l'avance, qui se trouve à point pour fournir une bonne chance à un excès de développement : cette alvéole résulte en effet pour la dent antérieure d'une sorte d'étui osseux que créent entre elles les lames un peu distantes des très-longs inter-maxillaires.

Cependant pour en revenir au point précis de la question

de cet écrit, qui est la détermination des dents antérieures, il me suffit de produire la remarque suivante. La seconde subdivision des rameaux vasculaires et nerveux, se trouve par cette préparation des lieux et par la longueur de l'étui alvéolaire dans le cas de pourvoir à un accroissement tout-à-fait extraordinaire. On comprend que cela n'est désormais possible que par un emprunt de matériaux nutritifs à fournir par quelques organes voisins: et dans cette explication théorique, j'ai recours au souvenir d'un état de choses où les trois sortes de dents sont données comme le fait de règle. Cela posé, je puis concevoir qu'à l'égard des rongeurs la seconde subdivision ramusculaire, pour parvenir au degré d'hypertrophie que la grandeur des espaces alvéolaires appelle en ce lieu, emprunte les fluides de la troisième subdivision. Ainsi la conséquence immédiate de l'hypertrophie de la deuxième sorte des dents crée une nécessité d'atrophie pour les dents suivantes. La dent canine est produite avec surdéveloppement quant à son volume et surtout quant à sa longueur, et les dents incisives sont privées d'apparaître: ainsi accroissement en deçà, avortement au-delà.

C'est sur notre loi du balancement des organes, et nous en remarquons ici une nouvelle application, que repose en effet tout le jeu de variations, dont s'accommode l'unique type *mammifère*, pour satisfaire à tous les cas multipliés à l'infini, lesquels deviennent les conditions différentielles de chaque espèce en particulier. Ainsi ce n'est pas seulement un fait oculaire, un fait à décrire et à utiliser pour les classifications, que les rongeurs s'en tiennent à deux sortes de dents, vous voyez dans ce qui précède cet arrangement se montrer encore un fait nécessaire; vous le voyez renfermant ainsi une

explication toute naturelle de l'avortement des cimes vasculaires et nerveuses de la troisième subdivision dentaire, et par conséquent de la suppression des dents incisives, où ces cimes devaient aboutir et porter la nourriture.

Voilà encore de la théorie; mais elle est inévitable partout où vous voudrez étudier les faits à leur source de production, les voir se modifier dans leur génération successive, et partout enfin où vous voudrez rechercher dans chaque âge et par l'observation de leur développement la raison de leur existence définitive. *Des faits, seulement des faits*, voilà ce que l'on s'accorde à proclamer depuis quelque temps avec une affectation marquée. Cependant, pour n'en faire usage que comme de l'emploi zoologique des dents, pour se décider *courageusement* à n'y apercevoir qu'un témoignage bon à recueillir par le sens de la vue, en vérité mieux vaudrait, je crois, laisser ces faits dans les profondeurs où la nature les tient renfermés, que de les voir transportés dans les livres, où on leur fait perdre la savante ordonnance qu'ils ont dans les compositions animales. Et en effet ces matériaux incorporés dans l'organisation se trouvent là plus scientifiquement, y étant entourés de toutes les choses faisant corps avec eux; ils y sont pour se manifester d'ensemble avec toutes leurs relations et apparaître aux yeux de qui ne se refusent pas à l'action des *idées*. Insister sur ce mot *idée* dans une critique dédaigneuse, c'est donner à entendre que l'on fait mieux que d'avoir des *idées*. Cependant si les nôtres n'étaient vraiment que le commentaire amplifié d'un savoir préalablement acquis, ne serions-nous pas dans le droit d'y chercher les racines de quelques découvertes ultérieures? Vous craignez les idées à titre de préconçues, mais n'en est-ce point déja

une et la plus dangereuse de toutes que ce parti pris de compter ou de décrire des faits en ne leur appliquant pas le savoir du passé, en se refusant d'y puiser les inspirations qu'un tel savoir peut naturellement exercer sur le perfectionnement de nos théories?

§ V.

Dents des pachydermes.

Cependant, il faut se borner dans l'énumération de tant d'exemples et conclure enfin avec l'un d'eux choisi, ou mieux, réservé pour une dernière démonstration.

A. En ce qui concerne l'éléphant, c'est encore dans les conditions d'existence de l'organe olfactif qu'il faut aller chercher les raisons d'une modification particulière de son système dentaire : ce n'en est toutefois qu'une portion et seulement la portion terminale et tégumentaire, qui est arrivée à une telle longueur qu'on a dû recourir à un nom spécial, celui de trompe, pour désigner ce surdéveloppement. Des dents molaires seulement à la mâchoire inférieure, et des molaires ainsi que des canines à la supérieure, ont pu se combiner avec les déviations d'un aussi singulier arrangement.

B. Nous dirons aussi un mot des rhinocéros, genre bien naturel, et chez lesquels cependant les dents incisives existent ou manquent suivant les espèces; ceci s'observe selon que les os du nez, plus ou moins développés, portent une seulement ou bien deux cornes.

C. Les sangliers fournissent des faits plus concluants : il en est de cette famille comme de celle des insectivores subterranéens. D'abord, même analogie sous ce point de vue, que

la longueur de la tête coïncide avec un développement considérable et simultané des organes du goût et de l'odorat, et par conséquent des arcades maxillaires : et de plus, semblable analogie, selon cet autre point de vue que le grand genre *sus*, ou la famille des sangliers, a pu être également sous-divisé conformément à des modifications, se rapportant à l'état de l'extrémité du museau et des dents antérieures, et sans que de ces différences naissent des influences, affectant sensiblement les autres systèmes organiques.

Le sanglier d'Europe a des dents de trois sortes, molaires, canines et incisives. Les canines y sont néanmoins portées à un tel état de grosseur, que les lèvres ne les recouvrent pas, et que ces dents sont de ressource dans le combat; d'où elles prennent le nom de *défense*. Ceci n'empêche pas que des incisives au nombre de six ne garnissent le cuilleron terminal des intermaxillaires. J'ai eu occasion plus haut (pag. 199) de remarquer que la dent canine porte sa racine fort loin sous la rangée des dents molaires : en ce point est un arrangement qui répète exactement les dispositions des dents antérieures d'un porc-épic, par exemple. J'insiste de nouveau sur la planche N° 22 de l'ouvrage de M. le docteur Emmanuel Rousseau, laquelle montre, sur une moitié gauche et interne de la tête d'un sanglier adulte, tout un ensemble de faits dentaires, où chaque système est visuel à part, où chaque sorte de dents se ramène à son rameau spécial. Venez à couvrir l'extrémité du museau, tout ce qui excède les dents canines, c'est-à-dire, l'emplacement des incisives et par conséquent les incisives elles-mêmes, et vous ne pourrez vous défendre de surprise : car c'est avoir vraiment placé sous les yeux du corps et tout-à-fait réalisé pour ceux de l'esprit

une explication de toute évidence. L'illusion est telle, quant à ce qui reste de la tête, qu'on interroge sa mémoire, qu'on cherche à se rappeler où l'on a vu, et décidément qu'on veut savoir chez quel rongeur se trouve un tel crâne. Je réservais cette preuve pour en faire ma dernière démonstration.

Il est d'abord un moyen de pénétrer le secret de toutes ces transformations animales, c'est d'opérer spéculativement à l'égard d'une espèce : et je ne fais là que préjuger sur un point ce que sur plusieurs autres espèces la nature laisse apercevoir très-distinctement, et se trouve avoir comme accordé à notre instruction. Dans l'exposé suivant est le développement de la pensée qui précède. On connaît plusieurs sangliers, ceux entre autres que M. Frédéric Cuvier a séparés à titre de sous-genre, sous le nom de *phacochère*, qui n'ont que deux seulement ou bien qui n'ont même pas du tout de dents incisives à la mâchoire supérieure : les individus apportés du cap Vert possèdent ordinairement de ces dents, quand ceux venus du cap de Bonne-Espérance en sont privés ou presque toujours privés. Gmelin avait établi deux espèces nominales, pour ceux du cap Vert, l'espèce *sus africanus*, et pour les seconds, celle *sus æthiopicus :* c'est le même animal chez lequel la défense devient démesurément grande. Or ce n'est ici qu'un cas de déplacement des matériaux formateurs, et par conséquent qu'une nouvelle application de notre loi du balancement des organes : car si ce n'est toute, c'est la plus forte partie des fluides nourriciers, ailleurs départie à six incisives, qui, chez le plus féroce des sangliers, se trouve ainsi détournée au profit d'une autre sorte des parties dentaires (1).

(1) J'ai craint de fatiguer en prolongeant davantage cette revue du sys-

CONCLUSIONS.

Des observations qui précèdent, me paraissent sortir les déductions suivantes :

1. Les dents naissent des gencives : elles sont une production de la peau ainsi que les poils, et ne diffèrent de ceux-ci par leur causalité primitive et leur développement ultérieur qu'en raison d'un plus grand afflux du système vasculaire formateur.

2. Elles commencent par une capsule emboîtant les rameaux vasculaires et nerveux qui se terminent dans le périoste des os maxillaires, de la même manière qu'à l'égard des autres cimes ramusculaires le font aussi les poils à la périphérie des parties tégumentaires.

3. Avant d'acquérir un développement de deuxième âge et de pouvoir profiter à l'animal à titre d'instruments de mastication, les dents sont des organes de la formation du fœtus, en tant qu'elles limitent les irradiations sanguines à la périphérie des gencives et les gardent ainsi d'une extension indéfinie.

4. Les os maxillaires appartiennent nécessairement et essentiellement, comme cloisons, à diverses chambres des appareils

---

tème dentaire des mammifères; sinon d'autres cas exceptionnels, où les dents antérieures diffèrent si sensiblement d'une mâchoire à l'autre, eussent aussi mérité une mention particulière : tels sont effectivement les dents très-remarquables des lièvres, des kanguroos et des phalangers; mais j'ai dû aussi compter sur la sagacité du lecteur : j'ai posé des principes; les applications sont présentement faciles à faire.

des sens, et ne se prêtent qu'accessoirement et secondairement à servir de tuteurs ou de tuyaux alvéolaires aux éléments dentaires.

5. En cas de maxillaires très-allongés et de téguments largement étalés, les éléments dentaires sont isolés, rangés en une seule file, et tous également coniques : n'importe dans quelle classe ou famille d'animaux que ce soit. Et au contraire, dans le cas de maxillaires très-courts, les éléments dentaires se groupent, et, soudés plusieurs ensemble, donnent lieu à des dents composées.

6. L'intermaxillaire reste un os de la face, cloisonnant spécialement les abords des organes du goût et de l'odorat : pièce terminale de la mâchoire supérieure, il se laisse quelquefois pénétrer par la dernière expansion des rameaux dentaires, que ces rameaux doivent ou non engendrer soit des dents incisives soit des dents canines. Par conséquent, si les derniers ramuscules sanguins, quels qu'ils soient à leur origine, doivent, à leur condition d'une distribution terminale, d'occuper la dernière portion de la mâchoire supérieure, cette dernière portion (l'intermaxillaire) a été considérée à tort comme qualifiant la spécialité des dents qui s'y implantent; a été ainsi par erreur appelée *os incisif*.

7. Le retour régulier et le caractère de spécialité des diverses sortes de dents chez les animaux à courts maxillaires, ont leur principe d'arrangement dans une primordiale subdivision des rameaux vasculaires et nerveux.

8. En cas d'avortement d'une des espèces de dent, l'atrophie pèse de préférence sur l'extrémité du museau. Dès-lors

tout le système des incisives n'est point produit; mais le système suivant, celui des dents canines, s'en ressent outre mesure; et réciproquement le volume énorme où ces dents parviennent les montre soumises au phénomène de compensation ou d'atrophie (*Loi du balancement des organes*), lequel affecte ordinairement les organes d'un même voisinage ou d'une même relation.

9. Les dents qui sortent du système tégumentaire appellent pour leur développement ultérieur le concours du système osseux; concours dont l'efficacité toutefois est secondaire et se borne à servir de support aux téguments producteurs. En pleine liberté de se produire, les dents sont pour chaque animal une précieuse manifestation des conditions particulières des systèmes ramusculaires nerveux et sanguins; manifestation que la zoologie emploie heureusement en les traduisant en caractères distinctifs. Ceux-ci sont de ressource en effet pour la zoologie, puisque, comme les dents varient, varient pareillement et simultanément quelques branches des organes de la nutrition et de la locomotion.

10. Et enfin, dans le cas de gêne ou d'un empêchement à la production complète des arcades maxillaires, les dents terminales s'en ressentent à peu près exclusivement; ce sont les incisives, que la portée de cette influence fait ordinairement disparaître. Mais alors c'est sans ressentiment à l'égard de toutes les autres parties de l'être : cette absence d'une sorte de dent ne signifie qu'un cas spécial et très-circonscrit. Car il n'y a là vraiment qu'une anomalie locale et non l'intervention d'une cause de réaction dans tous les autres systèmes de l'économie animale.

MÉMOIRE

SUR

LE CALCUL DES VARIATIONS;

PAR M. POISSON.

Lu à l'Académie, le 10 novembre 1831.

A mesure qu'une grandeur s'approche de son *maximum* ou de son *minimum*, elle varie de moins en moins, et sa différentielle s'évanouit, lorsqu'elle atteint l'une ou l'autre de ces valeurs extrêmes. En partant de ce principe, Fermat eut l'heureuse idée, pour déterminer le *maximum* ou le *minimum* d'une quantité, d'attribuer à la variable dont elle dépend, un accroissement infiniment petit, et d'égaler à zéro l'accroissement correspondant de cette quantité, préalablement réduit au même ordre de grandeur que celui de la variable. C'est de cette manière qu'il détermina la route de la lumière au passage d'un milieu dans un autre, en supposant, d'après la théorie qu'il avait adoptée, que le temps de ce trajet doit être un *minimum*. Lagrange le considère, pour cette raison, comme le premier inventeur du calcul différentiel; mais ce calcul consiste dans un ensemble de

règles propres à trouver immédiatement les différentielles de toutes les fonctions, plutôt que dans l'usage qu'on fera de ces variations infiniment petites, pour résoudre telle ou telle espèce de problèmes; et, sous ce rapport, la création du calcul différentiel, ne remonte pas au-delà de Leibnitz, auteur de l'algorithme et de la notation qui ont généralement prévalu, dès l'origine de ce calcul, et auxquels l'analyse infinitésimale est principalement redevable de ses progrès. Il faut même observer que la formule du binôme qui a fourni à Newton et à Leibnitz, le moyen d'exprimer très-simplement la différentielle d'une puissance quelconque, entière ou fractionnaire, positive ou négative; que cette formule, disons-nous, n'étant pas connue de Fermat, il n'a pas pu différentier les radicaux qui se présentaient dans son problème, et qu'il a remplacé cette opération par des constructions géométriques et des artifices particuliers, que le calcul différentiel a précisement pour objet d'éviter. Quoi qu'il en soit, les règles de ce calcul, telles qu'elles sont connues depuis long-temps, suffisent pour déterminer, dans tous les cas, le *maximum* ou le *minimum* de l'ordonnée d'une courbe ou d'une surface connue, et généralement, d'une fonction donnée d'une ou de plusieurs variables. Mais il y a d'autres questions dans lesquelles c'est la courbe même qui est inconnue, et qui doit être déterminée de manière qu'une certaine intégrale, prise dans toute sa longueur, acquière une valeur plus grande ou moindre que dans toute autre courbe. Sans faire connaître la méthode qu'il a suivie, Newton a résolu le premier problème de ce genre, en déterminant le solide de révolution qui éprouverait la moindre résistance, dans un fluide résistant suivant la loi du carré de la vitesse.

Jean Bernouilli a ensuite proposé et résolu le problème de la *Brachystochrone*, dont il suffit de rappeler le titre et qu'on peut regarder comme l'origine de cette longue suite de travaux des géomètres, qui a eu pour objet les *maxima* et *minima* des intégrales. Bientôt après, à la condition du *maximum* ou de *minimum*, on en joignit une autre; et l'on demanda que la courbe inconnue eût une longueur donnée; circonstance qui a fait donner à ce genre de questions, devenues par la suite beaucoup plus générales, la dénomination particulière de *problème des isopérimètres*. On sait que Jean Bernouilli ne comprit pas d'abord la différence essentielle de ce nouveau problème et de celui des *maxima* absolus, et que c'est à son frère Jacques Bernouilli, que l'on doit la première solution exacte de cette question difficile.

Les méthodes imaginées par les Bernouilli et Taylor pour déterminer les *maxima* des intégrales, soit absolus, soit relatifs, ont été perfectionnées par Euler et réunies dans l'un de ses plus beaux ouvrages, celui qui a pour titre : *Methodus inveniendi lineas curvas maximi minimive proprietate gaudentes, sive solutio problematis isoperimetrici latissimo sensu accepti.* On y trouve des formules générales et réduites à leur expression la plus simple, que l'auteur a déduites de considérations très-délicates, et au moyen desquelles on peut déterminer, dans tous les cas, la courbe du *maximum* ou de *minimum* entre deux points fixes et donnés. Euler ne s'occupe pas, dans cet ouvrage, du cas où l'intégrale que l'on considère doit être un *maximum*, non-seulement par rapport à la forme de la courbe, mais aussi par rapport à ses deux extrémités. On regardait alors cette

seconde partie du problème, comme appartenant au calcul différentiel ordinaire; et, en effet, lorsque la courbe du *maximum* a été déterminée pour des extrémités fixes, mais quelconques, et qu'on a pu obtenir, dans un problème particulier, la valeur de l'intégrale *maxima* en fonction de leurs coordonnées, on peut ensuite déterminer, par les règles ordinaires, le *maximum* ou le *minimum* de cette fonction, relativement à ces quantités.

L'ouvrage d'Euler semblait avoir à peu près épuisé la matière, lorsque Lagrange, à son début dans la carrière qu'il a si brillamment parcourue, imagina, pour résoudre les problèmes dont on s'était tant occupé, une méthode à la fois plus simple et plus générale que celle qui était en usage. Non-seulement son procédé s'appliquait, d'une manière uniforme, à toutes les questions que l'on avait considérées jusque-là; mais les considérations ingénieuses sur lesquelles on s'était appuyé, se seraient difficilement étendues aux intégrales doubles; tandis que la nouvelle méthode convenait également à ces intégrales, ainsi que l'auteur le fit voir en en déduisant l'équation aux différences partielles de la surface dont l'aire est un *minimum* entre des limites fixes et données. Relativement aux intégrales simples, cette méthode a aussi l'avantage de donner, en même temps, les conditions du *maximum* ou du *minimum* qui se rapportent à la fonction inconnue, et celles qui répondent aux limites de l'intégrale, quel que soit l'ordre de la formule différentielle soumise à l'intégration. Euler abandonna sa propre méthode pour adopter et commenter celle de Lagrange, à laquelle il a donné le nom de *Calcul des variations*, qu'elle a toujours conservé. Toutefois, la varia-

tion simultanée et arbitraire d'une fonction et de la variable indépendante, et surtout la variation de la différentielle de cette variable, qui constituent le principe de ce calcul dans toute sa généralité, n'ont pas d'abord été admises sans difficulté par les géomètres. D'ailleurs Lagrange, en appliquant sa méthode au problème de la plus vite descente, avait omis de faire varier l'ordonnée du point de départ du mobile, qui se trouve sous le signe d'intégration; pour cette raison, le résultat de son calcul ne s'accordait pas avec la solution connue de ce problème; et cela fit naître quelques doutes sur l'exactitude de sa méthode même, en ce qui concerne les limites des intégrales. Cette omission fut remarquée et la difficulté éclaircie par Borda, dans un Mémoire publié peu de temps après le calcul des variations, et dans lequel on voit que cet illustre savant, qui s'est principalement occupé d'expériences et d'applications, se tenait néanmoins au courant des théories les plus abstraites et les plus élevées.

En publiant sa nouvelle méthode, Lagrange en fit voir l'usage pour résoudre les problèmes de dynamique, qu'il ramena, dans tous les cas, à la détermination d'un *minimum*, au moyen du principe de la moindre action. Dans son ouvrage cité plus haut, Euler s'était servi de ce principe pour déterminer seulement la trajectoire d'un point isolé; à la dernière page, il l'avait énoncé d'une manière plus générale, mais sans en faire aucune autre application; c'est Lagrange qui a étendu ce principe, par induction, au mouvement d'un système de corps liés entre eux d'une manière quelconque, et qui en a fait la base de la dynamique, avant qu'il eût pensé à fonder cette science sur la combinaison du prin-

cipe de D'Alembert et du principe des vitesses virtuelles. On sait aussi que la plupart des questions de statique sont réductibles à des problèmes où il s'agit de déterminer un *maximum* ou un *minimum*, et auxquels on peut appliquer les procédés du calcul des variations. Ainsi, ce calcul qui a eu pour première origine une question de pure curiosité, celle de la courbe de la plus vite descente, comprend maintenant dans ses applications la mécanique entière et les problèmes les plus difficiles de la géométrie. Mais ce qui paraîtra singulier, si l'on fait attention à tous les travaux dont il a été l'objet, c'est qu'une partie essentielle de ce calcul est encore aujourd'hui dans un état d'imperfection, qui rend incomplètes les solutions de beaucoup de questions importantes.

En effet, s'il s'agit du *maximum* ou du *minimum* d'une intégrale simple, les méthodes que Lagrange a suivies dans le tome IV des anciens Mémoires de Turin et dans ses leçons sur le calcul des fonctions ne laissent absolument rien à désirer, soit pour former l'équation indéfinie d'où dépend la fonction inconnue, soit pour obtenir les équations particulières qui doivent avoir lieu aux limites de l'intégrale. Le procédé général du calcul des variations s'applique aussi sans difficulté, comme on l'a dit plus haut, au cas d'une intégrale double ou multiple, dont les limites sont fixes et données; en sorte qu'il ne soit question que de former l'équation aux différences partielles d'après laquelle on déterminera la fonction inconnue. Mais il n'en est plus de même, lorsque les limites de l'intégrale double sont variables et inconnues. Dans l'état actuel de la science, on ne connaît, ni la nature, ni même le nombre des équations relatives à chacune de ces limites, qui devront servir à

leur détermination, pour qu'elles rendent l'intégrale un *maximum* ou un *minimum*. Lagrange, quoiqu'il se soit occupé jusqu'à trois fois différentes de la variation d'une intégrale double (*), n'a cependant jamais considéré, d'une manière complète, les termes de cette variation correspondants aux deux limites, et n'a formé aucune des équations qui s'y rapportent. Cette lacune dans la science méritait de fixer l'attention des géomètres. Elle a déjà été signalée par notre confrère, M. Lacroix, en exposant, à la fin de son Traité de calcul intégral, l'ensemble des formules du calcul des variations. Je me suis proposé de la faire disparaître; et je crois y être parvenu dans le Mémoire que je soumets aujourd'hui à l'Académie. On y trouvera aussi de nouvelles remarques sur les conditions d'intégrabilité des formules différentielles d'un ordre quelconque, et l'expression de l'intégrale sous forme finie par le moyen des quadratures, lorsque ces conditions sont satisfaites.

(*) Mémoires de l'Académie de Turin, tome II, page 188; leçons sur le calcul des fonctions, édition de 1806, page 471; Mécanique analytique, seconde édition, tome I, pages 97 et 148.

§ I^er.

Variations des intégrales relatives à une seule variable indépendante, et détermination de leurs maxima *et* minima.

(1) Conformément à la notation de Lagrange, la caractéristique δ indiquera une *variation* infiniment petite qui pourra être une fonction arbitraire de la variable indépendante, ou des variables indépendantes, quand il y en aura plusieurs. Les variations étant infiniment petites, on négligera leurs carrés et leurs produits, et la variation d'une fonction donnée de plusieurs quantités s'obtiendra par les mêmes règles que sa différentielle. Si donc on a

$$\mathrm{L}=\mathrm{F}(x, y, z, \text{ etc.}),$$

la différentielle complète de L sera

$$d\mathrm{L}=\frac{d\mathrm{L}}{dx}dx+\frac{d\mathrm{L}}{dy}dy+\frac{d\mathrm{L}}{dz}dz+\text{etc.},$$

et sa variation aura pour valeur :

$$\delta\mathrm{L}=\frac{d\mathrm{L}}{dx}\delta x+\frac{d\mathrm{L}}{dy}\delta y+\frac{d\mathrm{L}}{dz}\delta z+\text{etc.}$$

Si K est une fonction de la variable x et d'autres quantités dépendantes de x, nous représenterons par K′, K″, K‴, etc., les coefficients différentiels de K pris par rapport à x et à tout ce qui en dépend, de sorte que nous aurons

$$\frac{d\mathrm{K}}{dx}=\mathrm{K}', \quad \frac{d\mathrm{K}'}{dx}=\mathrm{K}'', \quad \frac{d\mathrm{K}''}{dx}=\mathrm{K}''', \text{ etc.}$$

Enfin, les deux limites d'une intégrale relative à x étant désignées par x_0 et x_1, les valeurs qui répondent à ces mêmes limites, de toute quantité H, seront représentées, dans ce paragraphe, par H_0 à la limite x_0, et par H_1 à la limite x_1.

(2) Soit actuellement y une fonction de la variable x; d'après la notation dont on vient de convenir, on aura

$$\frac{dy}{dx}=y', \quad \frac{d^2y}{dx^2}=y'', \quad \frac{d^3y}{dx^3}=y''', \text{ etc.};$$

désignons par V une fonction donnée de $x, y, y', y'', \ldots$ jusqu'à un coefficient différentiel d'un ordre déterminé; soient aussi x_0 et x_1 deux quantités constantes; et considérons l'intégrale définie

$$U=\int_{x_0}^{x_1} V\,dx.$$

Si nous regardons x et par suite y, comme des fonctions implicites d'une autre variable u, nous pourrons supposer qu'on ait exprimé, par les règles connues du changement de la variable indépendante, les coefficients différentiels y', y'', y''', etc., au moyen de ceux de x et y par rapport à u; V deviendra une fonction de x et y, et de ces derniers coefficients; et en désignant de plus par u_0 et u_1 les valeurs de u qui répondent à $x=x_0$ et $x=x_1$, nous aurons

$$U=\int_{u_0}^{u_1} V\frac{dx}{du}\,du.$$

Cela posé, soient δx et δy des fonctions arbitraires et infiniment petites de u; sans changer u_0 et u_1, mettons $x+\delta x$

et $y+\delta y$ à la place de x et y sous le signe $\int$; nous en conclurons

$$\delta U=\int_{u_0}^{u_1}\delta V\frac{dx}{du}du+\int_{u_0}^{u_1}V\frac{d\delta x}{du}du. \qquad (1)$$

La nouvelle valeur de y en fonction de x, résultera de l'élimination de u entre les valeurs de $x+\delta x$ et $y+\delta y$; en même temps, les nouvelles limites par rapport à x de l'intégrale U seront $x_0+\delta x_0$ et $x_1+\delta x_1$; elles auront donc éprouvé les variations arbitraires δx_0 et δx_1; par conséquent, quoiqu'on n'ait pas fait varier les limites u_0 et u_1, la formule précédente sera la variation complète de U, soit par rapport à la forme de la fonction y, soit relativement aux limites de l'intégration.

Maintenant, faisons, pour abréger,

$$\frac{dV}{dx}=M,\quad \frac{dV}{dy}=N,\quad \frac{dV}{dy'}=P,\quad \frac{dV}{dy''}=Q, \text{ etc.};$$

nous aurons

$$\delta V=M\delta x+N\delta y+P\delta y'+Q\delta y''+\text{etc.}$$

Soit, en outre,

$$\delta y=y'\delta x+\omega.$$

On démontrera, tout à l'heure, qu'il s'ensuivra

$$\delta y'=y''\delta x+\omega',\quad \delta y''=y'''\delta x+\omega'', \text{ etc.},$$

et, généralement,

$$\delta y^{(n)}=y^{(n+1)}\delta x+\omega^{(n)}. \qquad (2)$$

Il en résultera donc

$$\delta V = (M + Ny' + Py'' + Qy''' + \text{etc.})\delta x + N\omega + P\omega' + Q\omega'' + \text{etc.}$$

Le coefficient de δx n'est autre chose que le coefficient différentiel V′ de V, pris en regardant y, y', y'', etc., comme des fonctions de x; d'ailleurs on a

$$\frac{dV}{du} = V'\frac{dx}{du};$$

on aura donc

$$\delta V\frac{dx}{du} = \frac{dV}{du}\delta x + (N\omega + P\omega' + Q\omega'' + \text{etc.})\frac{dx}{du};$$

et la formule (1) deviendra

$$\delta U = \int_{u_0}^{u_1}\left(\frac{dV}{du}\delta x + V\frac{d\delta x}{du}\right)du + \int_{u_0}^{u_1}(N\omega + P\omega' + Q\omega'' + \text{etc})\frac{dx}{du}du.$$

Donc, à cause de

$$\frac{dV}{du}\delta x + V\frac{d\delta x}{du} = \frac{d.V\delta x}{du},$$

$$\int_{u_0}^{u_1}\frac{d.V\delta x}{du}du = V_1\delta x_1 - V_0\delta x_0,$$

et en rapportant à la variable x, la seconde intégrale contenue dans δU, nous aurons

$$\delta U = V_1\delta x_1 - V_0\delta x_0 + \int_{x_0}^{x_1}(N\omega + P\omega' + Q\omega'' + \text{etc.})dx.$$

Par le procédé de l'intégration par partie, on pourra faire disparaître les coefficients différentiels ω', ω'', etc., contenus sous le signe $\int$. En effet, on a

$$\int_{x_0}^{x_1} P\omega' dx = P_1\omega_1 - P_0\omega_0 - \int_{x_0}^{x_1} P'\omega dx,$$

$$\int_{x_0}^{x_1} Q\omega'' dx = Q_1\omega_1' - Q_0\omega_0' - Q_1'\omega_1 + Q_0'\omega_0 + \int_{x_0}^{x_1} Q''\omega dx,$$

etc.;

d'où l'on conclut finalement

$$\delta U = \Gamma + \int_{x_0}^{x_1} H\omega dx, \qquad (3)$$

en faisant, pour abréger,

$$H = N - P' + Q'' - R''' + \text{etc.},$$

$$\begin{aligned}\Gamma = {} & V_1\delta x_1 - V_0\delta x_0 \\ & + (P_1 - Q_1' + R_1'' - \text{etc.})\omega_1 - (P_0 - Q_0' + R_0'' - \text{etc.})\omega_0 \\ & + (Q_1 - R_1' + \text{etc.})\omega_1' - (Q_0 - R_0' + \text{etc.})\omega_0' \\ & + (R_1 - \text{etc.})\omega_1'' - (R_0 - \text{etc.})\omega_0'' \\ & + \text{etc.}\end{aligned}$$

(3) Il nous reste à démontrer l'équation (2). Or, on a

$$y' = \frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} : \frac{dx}{du};$$

si donc on met $x + \delta x$ et $y + \delta y$ à la place de x et y dans cette fraction, que l'on en retranche cette fraction même, et qu'on néglige les infiniment petits du second ordre, on en déduira

$$\delta y' = \frac{d.\delta y}{du} : \frac{dx}{du} - \frac{dy}{du}\frac{d\delta x}{du} : \frac{dx^2}{du^2}.$$

Mais, par hypothèse, on a aussi

$$\delta y = y'\delta x + \omega;$$

en différentiant cette équation par rapport à u, il vient

$$\frac{d\delta y}{du} = \frac{dy'}{du}\delta x + \frac{d\omega}{du} + y'\frac{d\delta x}{du};$$

d'où l'on conclut

$$\delta y' = \frac{dy'}{du}\delta x : \frac{dx}{du} + \frac{d\omega}{du} : \frac{dx}{du} + \left(y'\frac{dx}{du} - \frac{dy}{du}\right)\frac{d\delta x}{du} : \frac{dx^2}{du^2};$$

et à cause de

$$\frac{dy'}{du} : \frac{dx}{du} = \frac{dy'}{dx} = y'', \quad \frac{d\omega}{du} : \frac{dx}{du} = \omega', \quad y'\frac{dx}{du} = \frac{dy}{du},$$

cette valeur de $\delta y'$ se réduit à

$$\delta y' = y''\delta x + \omega'.$$

En partant de cette formule et de l'équation :

$$y'' = \frac{dy'}{du} : \frac{dx}{du},$$

on trouvera de même

$$\delta y'' = y'''\delta x + \omega'';$$

et, en continuant ainsi, l'équation (2) se trouvera démontrée pour un indice quelconque n.

On pourra, dans la formule (3), remplacer ω sous le signe $\int$, par sa valeur

$$\omega = \delta y - y'\delta x,$$

et en dehors du signe $\int$, on pourra mettre au lieu de ω_0, ω_1, ω_0', etc., leurs valeurs

$$\omega_0 = \delta y_0 - y_0' \delta x_0, \quad \omega_0' = \delta y_0' - y_0'' \delta x_0, \text{ etc.},$$
$$\omega_1 = \delta y_1 - y_1' \delta x_1, \quad \omega_1' = \delta y_1' - y_1'' \delta x_1, \text{ etc.}$$

De cette manière, la variation de l'intégrale U se trouvera exprimée explicitement au moyen des variations de x et de y, et de celles des valeurs extrêmes de $x, y, y', y'', \ldots$ jusqu'au coefficient différentiel de l'ordre immédiatement inférieur au plus élevé qui soit compris dans V.

On peut remarquer que la variation de U se réduirait à $V_1 \delta x_1 - V_0 \delta x_0$, si les variations δx et δy avaient entre elles le même rapport que dy et dx, c'est-à-dire, si l'on avait $\delta y = y' \delta x$, pour toutes les valeurs de x; ce qui rendrait nulles les quantités ω, ω', ω'', etc. Cela devait effectivement arriver; car si x et y sont les coordonnées d'un point quelconque d'une courbe, et qu'on établisse entre leurs variations, le rapport qui a lieu entre leurs différentielles le long de cette courbe, elle ne changera pas, et l'intégrale ne fera qu'augmenter de $V_1 \delta x_1$ et diminuer de $V_0 \delta x_0$, à raison des variations δx_1 et δx_0 de ses limites.

Si les quantités x_0, y_0, y_0', y_0'', etc., x_1, y_1, y_1', y_1'', etc. ou seulement quelques-unes, entraient dans la fonction donnée V, il faudrait ajouter au terme Γ de la formule (3), une partie provenant de leurs variations, laquelle partie serait évidemment

$$\delta x_0 \int_{x_0}^{x_1} \frac{dV}{dx_0} dx + \delta y_0 \int_{x_0}^{x_1} \frac{dV}{dy_0} dx + \text{etc.} + \delta x_1 \int_{x_0}^{x_1} \frac{dV}{dx_1} dx + \text{etc.}$$

Dans ce cas Γ ne serait plus délivré de signes d'intégration; mais ce serait toujours une fonction linéaire de δx_0, δy_0, etc., δx_1, δy_1, etc.

(4) On parvient aussi à la formule (3), en remplaçant l'intégration par partie qu'on a employée dans le n° 2, par la décomposition de l'intégrale U en ses éléments infiniment petits.

Pour le faire voir, soient

$$\ldots\ldots\ t_{II}, t_I, t, t', t'', \ldots\ldots,$$

des valeurs consécutives de y qui ne répondront d'abord à aucune des deux limites de U; désignons par

$$\ldots\ldots\ T_{II}, T_I, T, T', T'', \ldots\ldots,$$

les valeurs correspondantes de V; pour fixer les idées, supposons que cette fonction différentielle soit seulement du second ordre; et représentons par

$$\ldots\ldots\ E_{II}, E_I, E, E', E'', \ldots\ldots,$$
$$\ldots\ldots\ F_{II}, F_I, F, F', F'', \ldots\ldots,$$
$$\ldots\ldots\ G_{II}, G_I, G, G', G'', \ldots\ldots,$$

les valeurs des trois quantités N, P, Q, du n° 2, qui ont lieu en même temps que les valeurs précédentes de y et de V.

Nous aurons

$$\frac{dt}{dx} = \frac{t'-t}{dx},$$
$$\frac{d^2t}{dx^2} = \frac{t''-2t'+t}{dx^2},$$
$$\frac{dt_I}{dx} = \frac{t-t_I}{dx},$$

$$\frac{d^2 t_{\text{I}}}{dx^2} = \frac{t' - 2t + t_{\text{I}}}{dx^2},$$

$$\frac{dt_{\text{II}}}{dx} = \frac{t_{\text{I}} - t_{\text{II}}}{dx},$$

$$\frac{d^2 t_{\text{II}}}{dx^2} = \frac{t - 2t_{\text{I}} + t_{\text{II}}}{dx^2};$$

la quantité t n'entrera pas dans les coefficients différentiels de t_{III}, etc., ni dans ceux de t', t'', etc.; les quatre premiers et le dernier des précédents seront les seuls qui la contiennent; et si l'on suppose que t augmente d'une quantité θ, ils augmenteront respectivement de

$$-\frac{\theta}{dx}, \quad \frac{\theta}{dx^2}, \quad \frac{\theta}{dx}, \quad -\frac{2\theta}{dx^2}, \quad \frac{\theta}{dx^2}.$$

Si donc cette quantité θ est supposée infiniment petite par rapport à dx^2, et que l'on conserve néanmoins tous les termes multipliés par la première puissance de θ, il en résultera

$$\begin{aligned} &\mathrm{E}\theta - \mathrm{F}\frac{\theta}{dx} + \mathrm{G}\frac{\theta}{dx^2}, \\ &\mathrm{F}_{\text{I}}\frac{\theta}{dx} - 2\mathrm{G}_{\text{I}}\frac{\theta}{dx^2}, \\ &\mathrm{G}_{\text{II}}\frac{\theta}{dx^2}, \end{aligned}$$

pour les accroissements respectifs de T, T_{I}, T_{II}; par conséquent, l'accroissement de la somme des trois éléments consécutifs $\mathrm{T}_{\text{II}}\,dx$, $\mathrm{T}_{\text{I}}\,dx$, $\mathrm{T}\,dx$, de l'intégrale U, aura pour valeur

$$\left[\mathrm{E} - \frac{1}{dx}(\mathrm{F} - \mathrm{F}_{\text{I}}) + \frac{1}{dx^2}(\mathrm{G} - 2\mathrm{G}_{\text{I}} + \mathrm{G}_{\text{II}})\right]\theta\,dx,$$

ou, ce qui est la même chose,

$$\left(\mathrm{E}-\frac{d\mathrm{F}}{dx}+\frac{d^2\mathrm{G}}{dx^2}\right)\theta\,dx, \qquad (a)$$

à cause de

$$\frac{d\mathrm{F}}{dx}=\frac{\mathrm{F}-\mathrm{F}_1}{dx},$$
$$\frac{d^2\mathrm{G}}{dx^2}=\frac{\mathrm{G}-2\mathrm{G}_1+\mathrm{G}_{11}}{dx^2}.$$

Les autres éléments de U n'éprouvent aucune variation ; mais si l'on fait varier d'autres valeurs de y, toujours comprises entre les limites de cette intégrale, elle augmentera, pour chacune de ces variations, d'une quantité exprimée par la valeur correspondante de la formule (a) ; et si l'on fait varier à la fois toutes les valeurs intermédiaires de y, de sorte que l'accroissement d'une valeur quelconque soit représenté par ω, la variation totale de U aura pour expression :

$$\int_{x_0}^{x_1}\left(\mathrm{N}-\frac{d\mathrm{P}}{dx}+\frac{d^2\mathrm{Q}}{dx^2}\right)\omega\,dx. \qquad (b)$$

Supposons actuellement que t répond à $x=x_1$, de sorte que $\mathrm{T}\,dx$ soit le dernier élément de l'intégrale U. D'après les expressions de $\frac{dt}{dx}$ et $\frac{d^2t}{dx^2}$, une variation θ' de t' fera varier T d'une quantité

$$\mathrm{F}\frac{\theta'}{dx}-2\mathrm{G}\frac{\theta'}{dx^2},$$

et une variation θ'' de t'', le fera varier de

$$\mathrm{G}\frac{\theta''}{dx^2}.$$

La variation θ' fera aussi varier T_1 de

$$G_1 \frac{\theta'}{dx^2},$$

d'après l'expression de $\frac{d^2 t_1}{dx^2}$. Ces variations de t' et t'' n'en feront éprouver aucune à T_{11}; par conséquent, à la limite $x = x_1$, la formule (b) appliquée à la somme des trois éléments consécutifs $T_{11}\,dx$, $T_1\,dx$, $T\,dx$, devra être augmentée de la somme des trois quantités précédentes, multipliées par dx. Cette somme peut s'écrire ainsi :

$$\left[F - \frac{(G - G_1)}{dx}\right]\theta' + \frac{G(\theta'' - \theta')}{dx};$$

mais à cette limite, on a, d'après les notations du n° 2,

$$F = P_1, \quad G = Q_1, \quad \frac{G - G_1}{dx} = Q_1';$$

et de plus, ω_1 et ω_1' désignant les valeurs de ω et $\frac{d\omega}{dx}$ qui répondent à $x = x_1$, ces quantités pourront être prises pour θ' et $\frac{\theta'' - \theta'}{dx}$ dont elles ne différeront que d'un infiniment petit; la quantité dont il faudra augmenter la formule (b), à raison des trois derniers éléments de U, sera donc

$$(P_1 - Q_1')\,\omega_1 + Q_1\,\omega_1'.$$

Relativement aux trois premiers éléments de cette intégrale, on verra de même que cette formule devra être diminuée de

$$(P_0 - Q_0')\,\omega_0 + Q_0\,\omega_0';$$

ω_0, ω_0', etc., étant les valeurs de ω, $\frac{d\omega}{dx}$, etc., qui répondent à

$x = x_0$. D'ailleurs, pour tenir compte des accroissements δx_0 et δx_1 des deux limites de U, il faudra augmenter sa variation du produit $V_1 \delta x_1$, et la diminuer du produit $V_0 \delta x_0$. Par conséquent la variation complète de U aura pour expression :

$$\delta U = V_1 \delta x_1 - V_0 \delta x_0 + (P_1 - Q_1')\omega_1 - (P_0 - Q_0')\omega_0 + Q_1 \omega_1' - Q_0 \omega_0' + \int_{x_0}^{x_1} (N - P' + Q'')\omega \, dx.$$

Pour que cette expression coïncide avec la formule (3), il suffira que les quantités ω, ω_0, ω_0', ω_1, ω_1', soient les mêmes dans les deux cas. Or, ω est maintenant la différence de deux valeurs de y correspondantes à une même valeur de x; en sorte que si x et y sont les coordonnées d'un point quelconque d'une courbe donnée, $y + \omega$ sera l'ordonnée qui répondra à la même abscisse x après que la courbe aura changé de forme. Si donc on désigne par $y + \delta y$ l'ordonnée du point de la nouvelle courbe qui répond à l'abscisse $x + \delta x$, cette ordonnée sera ce que devient $y + \omega$ quand on y met $x + \delta x$ à la place de x, et, par la formule de Taylor, on aura

$$y + \delta y = y + \omega + \frac{d(y+\omega)}{dx} \delta x + \text{etc.};$$

d'où l'on tire, en négligeant les infiniment petits du second ordre,

$$\omega = \delta y - y' \delta x.$$

De même, en désignant par $y' + \delta y'$ le premier coefficient différentiel de l'ordonnée, qui répond, dans la nouvelle courbe, à l'abscisse $x + \delta x$, et observant que $y' + \omega'$ est la

valeur de ce coefficient relativement à l'abscisse x, on aura

$$y' + \delta y' = y' + \omega' + \frac{d(y' + \omega')}{dx}\delta x + \text{etc.};$$

d'où il résulte

$$\omega' = \delta y' - y''\delta x;$$

et ces expressions de ω et ω' ayant lieu en un point quelconque de la courbe, on aura, à ses extrémités,

$$\omega_0 = \delta y_0 - y_0'\delta x_0, \quad \omega_0' = \delta y_0' - y_0''\delta x_0,$$
$$\omega_1 = \delta y_1 - y_1'\delta x_1, \quad \omega_1' = \delta y_1' - y_1''\delta x_1,$$

comme dans la formule (3).

Cette analyse est le complément de celle qui est exposée dans le *Methodus inveniendi*, etc., et dont on faisait usage avant l'invention du calcul des variations. On se bornait alors à considérer la variation d'une seule, ou du moins, d'un nombre limité de valeurs intermédiaires de y; ce qui conduisait à une expression de δU, composée d'un pareil nombre de parties semblables à la formule (a), et laissait inconnue la partie de δU qui répond aux limites de U. La comparaison de cette analyse à celle du n° 2, suffit déja pour montrer tout l'avantage du procédé de l'intégration par partie, qui serait d'ailleurs encore bien plus difficile à remplacer par la décomposition en éléments infiniment petits, dans le cas des intégrales relatives à deux ou plusieurs variables indépendantes.

(5) Maintenant supposons qu'il s'agisse de déterminer y en fonction de x, ainsi que les limites de U, de manière que cette intégrale soit un *maximum* ou un *minimum*. Si l'on

désigne par α une constante infiniment petite, et que l'on remplace δx et δy par $\alpha\delta x$ et $\alpha\delta y$, l'accroissement entier de U s'exprimera par une série ordonnée suivant les puissances de α, dont le premier terme sera $\alpha\delta$U. Or, ce premier terme changeant de signe avec α, on en conclura

$$\delta U = 0,$$

pour l'équation commune au *maximum* et au *minimum* de U. Quant à la distinction de ces deux cas, dont nous ne nous occuperons pas dans ce Mémoire, elle dépendra, comme on sait, du signe que prendra le second terme de la série.

Cette équation devant subsister pour des valeurs entièrement arbitraires de δx et de δy, et ω étant, par conséquent, une fonction arbitraire de x, il faudra que l'intégrale contenue dans la formule (3), et la partie comprise hors du signe $\int$, soient séparément nulles; par la même raison, cette intégrale ne pourra être nulle, à moins que H ne soit zéro; on aura donc les deux équations

$$\Gamma = 0, \quad H = 0,$$

dont la seconde, savoir:

$$N - P' + Q'' - R''' + \text{etc.} = 0, \qquad (4)$$

fera connaître y en fonction de x et d'un certain nombre de constantes arbitraires. Ces constantes et les deux limites x_0 et x_1 se détermineront, en général, au moyen des équations qu'on déduira de Γ o, jointes aux conditions particulières auxquelles les limites de U pourront être assujetties. Je dis *en général;* car il y a un cas, comme on le verra plus loin,

où l'équation $\Gamma = 0$ disparaîtra, et où les constantes resteront en partie indéterminées.

Si V est une fonction différentielle de l'ordre n, non-linéaire par rapport à $y^{(a)}$, l'équation (4) sera de l'ordre $2n$, et son intégrale, que je représenterai par $X = 0$, contiendra un nombre $2n$ de constantes arbitraires c, c', c'', etc. D'un autre côté, si les limites de U ne sont assujéties à aucune condition donnée, les variations

$$\delta x_0,\ \delta y_0,\ \delta y_0',\ \ldots\ \delta y_0^{(n-1)},\ \delta x_1,\ \delta y_1,\ \delta y_1'\ \ldots\ \delta y_1^{(n-1)},$$

qui s'y rapportent et dont Γ est une fonction linéaire, devront être considérées comme des constantes arbitraires et indépendantes entre elles; leurs coefficients devront donc être séparément nuls dans l'équation $\Gamma = 0$; ce qui fournira un nombre d'équations égal à $2n + 2$. En y joignant

$$X_0 = 0,\ X_0' = 0,\ \ldots\ X_0^{(n-1)} = 0,\ X_1 = 0,\ X_1' = 0,\ \ldots\ X_1^{(n-1)} = 0,$$

on aura $4n + 2$ équations qui serviront à déterminer les $2n$ constantes c, c', c'', etc., et les quantités x_0, y_0, $y_0'\ \ldots\ y_0^{(n-1)}$, x_1, y_1, $y_1'\ \ldots\ y_1^{(n-1)}$.

Si, au contraire, quelques-unes de ces dernières quantités sont données, ou, plus généralement, si elles sont liées entre elles, dans un problème particulier, par des équations données, telles que

$$A = 0,\quad B = 0,\ \text{etc.},$$

il faudra qu'on ait

$$\frac{dA}{dx_0}\delta x_0 + \frac{dA}{dy_0}\delta y_0 + \text{etc.} + \frac{dA}{dx_1}\delta x_1 + \frac{dA}{dy_1}\delta y_1 + \text{etc.} = 0,$$

$$\frac{dB}{dx_0}\delta x_0 + \frac{dB}{dy_0}\delta y_0 + \text{etc.} + \frac{dB}{dx_1}\delta x_1 + \frac{dB}{dy_1}\delta y_1 + \text{etc.} = 0.$$

Au moyen de chacune de ces équations, on éliminera l'une des variations contenues dans $\Gamma = 0$; après quoi, l'on égalera séparément à zéro les coefficients des variations restantes : le nombre des équations que l'on formera de cette manière, joint à celui des équations données $A = 0$, $B = 0$, etc., et des équations $X_0 = 0$, $X_1 = 0$, etc., sera encore égal à $4n + 2$, comme dans le cas précédent. Au lieu d'effectuer l'élimination que nous indiquons, on pourra, si l'on veut, multiplier les équations $\delta A = 0$, $\delta B = 0$, etc., par des facteurs indéterminés a, b, etc., et les ajouter à $\Gamma = 0$; ce qui donnera l'équation

$$\Gamma + a\delta A + b\delta B + \text{etc.} = 0,$$

dans laquelle on égalera séparément à zéro, le coefficient de chacune des variations δx_0, δy_0, etc., δx_1, etc., comme si elles étaient indépendantes entre elles. Le nombre total des équations qu'on aura alors, sera égal à $4n + 2$, augmenté du nombre des facteurs a, b, etc., et se réduira à $4n + 2$, après l'élimination de ces facteurs.

Lorsque V sera linéaire par rapport à $y^{(n)}$, l'équation (4) ne contiendra plus $y^{(n-1)}$ et s'abaissera à l'ordre $2n - 1$; son intégrale complète ne contiendra donc plus que $2n - 1$ constantes arbitraires; et le nombre des équations relatives aux limites de U étant toujours le même qu'auparavant, il s'ensuit que le problème ne pourra être résolu qu'avec quelques restrictions. Dans d'autres cas particuliers, l'ordre de l'équation (4) s'abaissera encore davantage, et la solution du problème sera d'autant plus restreinte. Si cette équation admet une ou plusieurs solutions particulières, on pourra s'en servir pour résoudre le problème, mais d'une manière

moins générale qu'en employant son intégrale complète, à cause du moindre nombre des constantes arbitraires que ces solutions renfermeront.

On intègre immédiatement, une première fois, l'équation (4), lorsqu'on a $N=0$; une seconde fois, dans le cas de $N=0$ et $P=0$; etc. On obtient aussi une intégrale première de cette équation, quand la variable indépendante n'entre pas explicitement dans V; car alors en considérant x comme fonction de y, on ramènera ce cas à celui de $N=0$; mais on y parvient également sans changer la variable indépendante.

En effet, d'après les notations précédentes, on a

$$dV=M\,dx+N\,dy+P\,dy'+Q\,dy''+R\,dy'''+\text{etc.};$$

supprimant le premier terme $M\,dx$, et éliminant le second $N\,dy$ au moyen de l'équation (4), il vient

$$dV=P\,dy'+P'\,dy+Q\,dy''-Q''\,dy+R\,dy'''+R'''\,dy+\text{etc.};$$

mais on a identiquement

$$\begin{aligned}
&P\,dy'+P'\,dy=d.Py',\\
&Q\,dy''-Q''\,dy=d(Qy''-Q'y'),\\
&R\,dy'''+R'''\,dy=d(Ry'''-R'y''+R''y'),\\
&\text{etc.};
\end{aligned}$$

on aura donc

$$dV=d.Py'+d(Qy''-Q'y')+d(Ry'''-R'y''+R''y')+\text{etc.},$$

et, par conséquent,

$$V=C+Py'+Qy''-Q'y'+Ry'''-R'y''+R''y'+\text{etc.};$$

C étant une constante arbitraire.

(6) Le problème que nous venons de résoudre se décompose naturellement en deux autres que l'on peut considérer successivement.

En premier lieu, on peut regarder comme données les valeurs de x_0, y_0, y_0', etc., x_1, y_1, y_1', etc., et chercher l'expression de y en fonction de x et de ces quantités, qui rend U un *maximum* ou un *minimum*. Pour cela, soit ω une quantité infiniment petite, qui sera une fonction arbitraire de x; si l'on suppose que y devienne $y+\omega$, ses coefficients différentiels y', y'', etc., deviendront en même temps $y'+\omega'$, $y''+\omega''$, etc.; et à cause que les limites x_0 et x_1 ne varient pas, on aura

$$\delta U = \int_{x_0}^{x_1} (N\omega + P\omega' + Q\omega'' + \text{etc.})\, dx;$$

N, P, Q, etc., étant les mêmes que précédemment. Par l'intégration par partie, et en observant que $\omega, \omega', \omega''$, etc., doivent être zéro aux deux limites, puisque les valeurs extrêmes de y, y', y'', etc., sont supposées fixes, on transformera cette expression de δU en celle-ci :

$$\delta U = \int_{x_0}^{x_1} (N - P' + Q'' + \text{etc.})\, \omega\, dx;$$

et pour qu'elle soit nulle dans le cas du *maximum* ou du *minimum*, il faudra qu'on ait

$$N - P' + Q'' - \text{etc.} = 0,$$

comme dans le numéro précédent. On déduira de cette équation, la valeur de y en fonction de x et d'un certain nombre de constantes arbitraires; ces constantes se détermineront

au moyen des valeurs données de x_0, y_0, y_0', etc., x_1, y_1, y_1', etc.; et de là il résultera l'expression de y qu'il s'agissait d'abord d'obtenir.

En substituant cette expression et celles de y', y'', etc., dans V, et prenant l'intégrale de $V\,dx$ depuis $x = x_0$ jusqu'à $x = x_1$, on aura la valeur *maxima* ou *minima* de U par rapport à la forme de la fonction y, en fonction de x_0, y_0, y_0', etc., x_1, y_1, y_1', etc. On pourra maintenant chercher les valeurs de ces quantités qui rendent, de nouveau, U un *maximum* ou un *minimum;* et si l'intégration de l'équation précédente, et celle de $V\,dx$, ont pu s'effectuer, on résoudra par les règles ordinaires cette seconde partie du problème. Mais en vertu de l'équation précédente, les équations relatives à cette nouvelle question seront indépendantes des intégrations dont il s'agit.

En effet, les limites x_0 et x_1 devenant $x_0 + dx_0$ et $x_1 + dx_1$, l'intégrale U augmente de $V_1\,dx_1$ et diminue de $V_0\,dx_0$; si donc on différentie en outre sous le signe $\int$, par rapport à toutes les quantités x_0, y_0, y_0', etc., x_1, y_1, y_1', etc., on aura

$$dV = V_1\,dx_1 - V_0\,dx_0 + \int_{x_0}^{x_1} E\,dx,$$

où l'on a fait, pour abréger,

$$E = \frac{dV}{dx_0}\,dx_0 + \frac{dV}{dx_1}\,dx_1 + \frac{dV}{dy_0}\,dy_0 + \frac{dV}{dy_1}\,dy_1 + \text{etc.}$$

Mais si l'on suppose, pour plus de simplicité, que V ne renferme pas explicitement ces quantités x_0, x_1, y_0, y_1, etc., et soit seulement une fonction donnée de x, y, y', y'', etc.,

on aura

$$\frac{dV}{dx_0} = N\frac{dy}{dx_0} + P\frac{dy'}{dx_0} + Q\frac{dy''}{dx_0} + \text{etc.},$$
$$\frac{dV}{dx_1} = N\frac{dy}{dx_1} + P\frac{dy'}{dx_1} + Q\frac{dy''}{dx_1} + \text{etc.},$$
$$\frac{dV}{dy_0} = N\frac{dy}{dy_0} + P\frac{dy'}{dy_0} + Q\frac{dy''}{dy_0} + \text{etc.},$$
$$\text{etc.}$$

En faisant donc

$$\frac{dy}{dx_0}dx_0 + \frac{dy}{dx_1}dx_1 + \frac{dy}{dy_0}dy_0 + \text{etc.} = \varepsilon,$$

et, par conséquent,

$$\frac{dy'}{dx_0}dx_0 + \frac{dy'}{dx_1}dx_1 + \frac{dy'}{dy_0}dy_0 + \text{etc.} = \varepsilon',$$
$$\frac{dy''}{dx_0}dx_0 + \frac{dy''}{dx_1}dx_1 + \frac{dy''}{dy_0}dy_0 + \text{etc.} = \varepsilon'',$$
$$\text{etc.}$$

il en résultera

$$E = N\varepsilon + P\varepsilon' + Q\varepsilon'' + \text{etc.}$$

De là, on conclura, par le procédé de l'intégration par partie,

$$\int_{x_0}^{x_1} E\,dx = (P_1 - Q_1' + \text{etc.})\varepsilon_1 + (Q_1 - \text{etc.})\varepsilon_1' + \text{etc.}$$
$$-(P_0 - Q_0' + \text{etc.})\varepsilon_0 - (Q_0 - \text{etc.})\varepsilon_0' - \text{etc.}$$
$$+\int_{x_0}^{x_1} (N - P' + Q'' - \text{etc.})\varepsilon\,dx.$$

En vertu de l'équation d'où la valeur de y a été tirée, par hypothèse, cette dernière intégrale est égale à zéro. En la

supprimant donc et substituant cette valeur de $\int_{x_0}^{x_1} E\,dx$ dans l'équation $dV = 0$, commune au *maximum* et au *minimum*, on aura simplement

$$V_1\,dx_1 + (P_1 - Q_1' + \text{etc.})\,\varepsilon_1 + (Q_1 - \text{etc.})\,\varepsilon_1' + \text{etc.}$$
$$- V_0\,dx_0 - (P_0 - Q_0' + \text{etc.})\,\varepsilon_0 - (Q_0 - \text{etc.})\,\varepsilon_0' - \text{etc.} = 0.$$

Observons, enfin, que si l'on représente par dy, dy', dy'', etc., les différentielles complètes de y, y', y'', etc., par rapport à x et aux quantités x_0, x_1, y_0, y_1, etc., on aura

$$dy = y'\,dx + \varepsilon, \quad dy' = y''\,dx + \varepsilon', \text{ etc.}$$

Pour les valeurs particulières $x = x_0$ et $x = x_1$, nous aurons donc

$$\varepsilon_0 = dy_0 - y_0'\,dx_0, \quad \varepsilon_0' = dy_0' - y_0''\,dx_0, \text{ etc.},$$
$$\varepsilon_1 = dy_1 - y_1'\,dx_1, \quad \varepsilon_1' = dy_1' - y_1''\,dx_1, \text{ etc.};$$

et si l'on substitue ces valeurs dans l'équation précédente, elle prendra la même forme et devra être traitée de la même manière que l'équation $V = 0$, dont elle ne différera qu'en ce que les accroissements de x_0, x_1, y_0, y_1, etc., sont représentés dans l'une par δx_0, δx_1, δy_0, δy_1, etc., et dans l'autre par dx_0, dx_1, dy_0, dy_1, etc.

(7) Les méthodes qu'on vient d'exposer s'étendront sans difficulté au cas où l'intégrale que l'on considère dépend de plusieurs inconnues. Soient y et z deux fonctions inconnues de la variable indépendante x, et V une fonction donnée de x, y, y', y'', etc., z, z', z'', etc. Considérons, comme précédemment, l'intégrale

$$U = \int_{x_0}^{x_1} V\,dx.$$

Si l'on fait

$$\frac{dV}{dx}=M,\ \frac{dV}{dy}=N,\ \frac{dV}{dy'}=P,\ \frac{dV}{dy''}=Q,\ \text{etc.},$$
$$\frac{dV}{dz}=n,\ \frac{dV}{dz'}=p,\ \frac{dV}{dz''}=q,\ \text{etc.},$$

de sorte que l'on ait

$$\delta V=M\delta x+N\delta y+P\delta y'+Q\delta y''+\text{etc.}$$
$$+n\delta z+p\delta z'+q\delta z''+\text{etc.},$$

et que l'on pose ensuite

$$H=N-P'+Q''-\text{etc.}$$
$$K=n-p'+q''-\text{etc.},$$
$$\Gamma=V_1\delta x_1+(P_1-Q_1'+\text{etc.})(\delta y_1-y_1'\delta x_1)$$
$$+(p_1-q_1'+\text{etc.})(\delta z_1-z_1'\delta x_1)$$
$$+(Q_1-\text{etc.})(\delta y_1'-y_1''\delta x_1)+(q_1-\text{etc.})(\delta z_1'-z_1''\delta x_1)+\text{etc.}$$
$$-V_0\delta x_0+(P_0-Q_0'+\text{etc.})(\delta y_0-y_0'\delta x_0)$$
$$-(p_0-q_0'+\text{etc.})(\delta z_0-z_0'\delta x_0)$$
$$-(Q_0-\text{etc.})(\delta y_0'-y_0''\delta x_0)-(q_0-\text{etc.})(\delta z_0'-z_0''\delta x_0)-\text{etc.},$$

on trouvera

$$\delta U=\Gamma+\int_{x_0}^{x_1}[H(\delta y-y'\delta x)+K(\delta z-z'\delta x)]dx, \qquad (5)$$

pour l'accroissement de U correspondant aux variations δx, δy, δz, de x, y, z. On devra, comme dans le n° 3, ajouter à cette formule, une partie

$$\delta x_0\int_{x_0}^{x_1}\frac{dV}{dx_0}dx+\delta x_1\int_{x_0}^{x_1}\frac{dV}{dx_1}dx+\text{etc.},$$

lorsque V renfermera explicitement quelques-unes des quantités x_0, x_1, y_0, y_1, etc.

L'équation $\delta U = 0$, relative au *maximum* et au *maximum* de U, exigera d'abord que l'on ait

$$H(\delta y - y'\delta x) + K(\delta z - z'\delta x) = 0, \qquad (6)$$

dans toute l'étendue de cette intégrale, et, en particulier, $\Gamma = 0$ à ses limites.

Soit L une fonction donnée de x, y, z; et supposons que les deux inconnues y et z soient liées entre elles par l'équation $L = 0$. Il faudra que l'on ait $\delta L = 0$, c'est-à-dire,

$$\frac{dL}{dx}\delta x + \frac{dL}{dy}\delta y + \frac{dL}{dz}\delta z = 0.$$

Mais en différentiant l'équation $L = 0$ par rapport à x, on aura aussi

$$\frac{dL}{dx} + \frac{dL}{dy}y' + \frac{dL}{dz}z' = 0;$$

ce qui permettra de changer l'équation précédente en celle-ci :

$$\frac{dL}{dy}(\delta y - y'\delta x) + \frac{dL}{dz}(\delta z - z'\delta x) = 0,$$

au moyen de laquelle on éliminera l'une des deux quantités $\delta y - y'\delta x$ ou $\delta z - z'\delta x$ qui sont contenues dans l'équation (6). On égalera ensuite le coefficient de l'autre quantité à zéro, ou, ce qui revient au même, on ajoutera ces deux équations après avoir multiplié l'une d'elles par un coefficient indéterminé λ; puis on égalera séparément à zéro, les coefficients des deux quantités $\delta y - y'\delta x$ et $\delta z - z'\delta x$. On aura,

de cettemanière,

$$H+\lambda\frac{dL}{dy}=0,\quad K+\lambda\frac{dL}{dz}=0;$$

et ces deux équations, jointes à $L=0$, feront connaître les valeurs de y, z, λ, en fonctions de x et d'un certain nombre de constantes arbitraires. On déterminera ces constantes et les valeurs de x_0 et x_1, au moyen des équations qui se déduiront de $\Gamma=0$, combinées avec $\delta L_0=0$ et $\delta L_1=0$, et avec d'autres équations relatives aux limites de U, qui pourront être données dans chaque problème particulier.

Si les deux inconnues y et z sont indépendantes entre elles, l'équation $L=0$ n'aura pas lieu, on fera $\lambda=0$, et les valeurs de y et z dépendront des équations

$$H=0,\quad K=0,$$

que l'on obtient aussi en considérant, dans l'équation (6), les variations δy et δz comme indépendantes l'une de l'autre.

On voit, sans qu'il soit nécessaire d'insister, ce qu'il y aurait à faire si V était une fonction donnée de trois ou d'un plus grand nombre d'inconnues, indépendantes ou liées entre elles par une ou plusieurs équations aussi données.

(8) Il existe, dans un certain cas, une relation entre les deux quantités H et K à laquelle on parvient de la manière suivante.

Ce cas a lieu lorsque la variable x n'entre pas explicitement dans V, et que l'on a, de plus,

$$V=Wz';$$

W étant une fonction donnée de y et z, qui contient, en outre, les expressions de

$$\frac{dy}{dz}, \quad \frac{d.\frac{dy}{dz}}{dz}, \text{ etc.},$$

c'est-à-dire, les quantités

$$\frac{y'}{z'}, \quad \frac{z'y''-y'z''}{z'^3}, \quad \text{etc.},$$

que je représenterai par t', t'', etc. On aura alors

$$U=\int_{x_0}^{x_1} W z' dx = \int_{z_0}^{z_1} W dz;$$

et d'après cette dernière expression de U, sa variation pourra être donnée par la formule (3), en y mettant z et W au lieu de x et V, et t', t'', etc., à la place de y', y'', etc. Le second terme de δU sera de la forme :

$$\int_{z_0}^{z_1} G(\delta y - t'\delta z) dz,$$

ou, ce qui est la même chose,

$$\int_{x_0}^{x_1} G(z'\delta y - y'\delta z) dx;$$

G étant un facteur indépendant de δy et δz. Pour qu'il coïncide avec le second terme de la formule (5), il faudra qu'on ait

$$H(\delta y - y'\delta x) + K(\delta z - z'\delta x) = G(z'\delta y - y'\delta z);$$

équation qui se décompose en celles-ci :

$$H = Gz', \quad K = -Gy', \quad Hy' + Kz' = 0,$$

en égalant dans ses deux membres, les coefficients de δx, δy, δz. La troisième de ces équations résulte aussi de l'élimination de G entre les deux premières, et elle exprime la relation entre H et K qu'il s'agissait d'obtenir.

Dans le cas général, où V est une fonction quelconque de x, y, y', y'', etc., z, z', z'', etc., si l'on regarde x comme une fonction implicite d'une autre variable indépendante u, que l'on remplace, en conséquence, y', y'', etc., z', z'', etc., par

$$\frac{y'}{x'}, \quad \frac{x'y''-y'x''}{x'^3}, \text{ etc.}, \quad \frac{z'}{x'}, \quad \frac{x'z''-z'x''}{x'^3}, \text{ etc.},$$

et $\mathrm{V}dx$ par $\mathrm{V}x'du$, et que l'on désigne relativement à x, x', x'', etc., par X la quantité analogue à H et K, on trouvera que ces trois quantités sont liées entre elles par l'équation identique :

$$\mathrm{X}x' + \mathrm{H}y' + \mathrm{K}z' = 0. \qquad (7)$$

Réciproquement, lorsqu'une fonction donnée de x, x', x'', etc., y, y', y'', etc., z, z', z'', etc., satisfera à cette équation, elle sera réductible à la forme $\mathrm{V}x'$; en sorte que sans en changer la valeur, on y pourra faire $x' = 1$, $x'' = 0$, etc., et y regarder y et z comme des fonctions de x.

Pour déterminer x, y, z, en fonctions de u, par la condition du *maximum* ou du *minimum* de U, on aura les trois équations

$$\mathrm{X} = 0, \quad \mathrm{H} = 0, \quad \mathrm{K} = 0;$$

mais comme u n'entre pas dans V, et qu'il n'y a réellement que les deux inconnues y et z à déterminer en fonctions de x, il est évident, *à priori*, que ces trois équations doivent se réduire à deux; et, en effet, l'une d'elles est la suite

des deux autres, en vertu de l'équation (7) qui caractérise la fonction V.

(9) En s'en tenant toujours au cas de deux inconnues y et z, et les supposant liées entre elles par l'équation donnée $L=0$, on peut maintenant supposer que L renferme aussi leurs coefficients différentiels y', y'', etc., z', z'', etc. Alors, si l'on fait

$$\delta y = y'\delta x + \omega, \quad \delta z = z'\delta x + \varphi,$$

on aura (n° 3), pour un indice i quelconque,

$$\delta y^{(i)} = y^{(i+1)}\delta x + \omega^{(i)}, \quad \delta z^{(i)} = z^{(i+1)}\delta x + \varphi^{(i)};$$

et l'équation $\delta L = 0$ prendra la forme :

$$\left(\frac{dL}{dx} + \frac{dL}{dy}y' + \frac{dL}{dy'}y'' + \text{etc.} + \frac{dL}{dz}z' + \frac{dL}{dz'}z'' + \text{etc.}\right)\delta x + \frac{dL}{dy}\omega + \frac{dL}{dy'}\omega' + \text{etc.} + \frac{dL}{dz}\varphi + \frac{dL}{dz'}\varphi' + \text{etc.} = 0.$$

La partie multipliée par δx est nulle en vertu de l'équation $dL = 0$; ce qui réduit cette équation à

$$\alpha\omega + \beta\omega' + \gamma\omega'' + \text{etc.} + \mu\varphi + \nu\varphi' + \varpi\varphi'' + \text{etc.} = 0, \qquad (8)$$

en faisant, pour abréger,

$$\frac{dL}{dy} = \alpha, \quad \frac{dL}{dy'} = \beta, \quad \frac{dL}{dy''} = \gamma, \text{ etc.},$$
$$\frac{dL}{dz} = \mu, \quad \frac{dL}{dz'} = \nu, \quad \frac{dL}{dz''} = \varpi, \text{ etc.}$$

Lorsqu'on pourra intégrer l'équation (8), on en déduira la valeur de l'une des quantités ω et φ, au moyen de l'autre et de ses coefficients différentiels. On substituera cette valeur dans l'expression de δU; et si c'est φ que l'on a éliminé, on

réduira ensuite, par le procédé de l'intégration par partie, δU à la forme

$$C+\int_{x_0}^{x_1} X\omega\, dx;$$

C étant une constante et X une quantité indépendante de ω : les équations différentielles d'où dépendront les valeurs de y et z, relatives au *maximum* ou au *minimum* de U, seront alors $X=0$ et $L=0$. Mais on peut éviter l'intégration de l'équation (8), qui ne serait possible que dans des cas très-particuliers, et parvenir, d'une autre manière, à trois équations différentielles entre y et z, et une inconnue auxiliaire.

En effet, en ayant égard à l'équation $dV=0$ et aux expressions de $\delta y^{(i)}$ et $\delta z^{(i)}$, la valeur de δV du n° 7 deviendra

$$\delta V=N\omega+P\omega'+Q\omega''+\text{etc.}+n\varphi+p\varphi'+q\varphi''+\text{etc.},$$

et sans altérer cette valeur, on y peut ajouter le premier membre de l'équation (8), multiplié par un facteur quelconque λ; ce qui donne

$$\delta V=(N+\lambda\alpha)\omega+(P+\lambda\beta)\omega'+(Q+\lambda\gamma)\omega''+\text{etc.}$$
$$+(n+\lambda\mu)\varphi+(p+\lambda\nu)\varphi'+(q+\lambda\varpi)\varphi''+\text{etc.}$$

Cela étant, l'expression de δU se réduira à la forme

$$\delta U=\Delta+\int_{x_0}^{x_1}(E\omega+F\varphi)\,dx;$$

Δ, E, F, étant des quantités qui se déduiront de Γ, H, K, par le changement de N, P, Q, etc., n, p, q, etc., en $N+\lambda\alpha$, $P+\lambda\beta$, $Q+\lambda\gamma$, etc., $n+\lambda\mu$, $p+\lambda\nu$, $q+\lambda\varpi$, etc. Or, l'introduction du facteur indéterminé λ, permettra de

considérer maintenant y et z comme des inconnues indépendantes l'une de l'autre, dans l'équation $\delta U = 0$, commune au *maximum* et au *minimum* de U. Cette équation se décomposera donc en celles-ci :

$$\Delta = 0, \quad E = 0, \quad F = 0,$$

dont les deux dernières sont

$$\left.\begin{aligned} N - \frac{dP}{dx} + \frac{d^2Q}{dx^2} - \text{etc.} + \lambda\alpha - \frac{d.\lambda\beta}{dx} + \frac{d^2.\lambda\gamma}{dx^2} - \text{etc.} = 0, \\ n - \frac{dp}{dx} + \frac{d^2q}{dx^2} - \text{etc.} + \lambda\mu - \frac{d.\lambda\nu}{dx} + \frac{d^2.\lambda\varpi}{dx^2} - \text{etc.} = 0. \end{aligned}\right\} (9)$$

Jointes à l'équation donnée $L = 0$, elles détermineront les valeurs de y, z, λ, en fonctions de x et d'un certain nombre de constantes arbitraires. On aura, pour la détermination de ces constantes et des limites x_0 et x_1, les conditions

$$\Delta = 0, \ \delta L_0 = 0, \ \delta L_1 = 0, \ \delta A = 0, \ \delta B = 0, \text{ etc.},$$

en représentant par $A = 0$, $B = 0$, etc., les équations relatives aux limites de U qui pourront être données dans les différents problèmes. Toutefois, une partie de ces constantes sera, en général, surabondante et restera indéterminée; ce qui provient de ce que l'une des inconnues y et z n'est déterminée implicitement au moyen de l'autre que par l'équation différentielle $L = 0$; et pour cette raison, on pourra, dans chaque cas, assujétir y, z, et plusieurs de leurs coefficients différentiels à avoir des valeurs données, pour des valeurs particulières de x.

Cette belle méthode est due à Lagrange. Étendue à trois ou un plus grand nombre d'inconnues y, z, etc., elle com-

prendra toutes les questions relatives au *maximum* ou au *minimum* absolu d'une intégrale relative à une seule variable indépendante. Il est facile d'en faire l'application aux différents cas qu'Euler avait déjà traités, par d'autres moyens, dans le *Methodus inveniendi, etc.* Ainsi, en désignant par t, une fonction donnée de x, y, y', y'', etc., et prenant successivement

$$\mathrm{L}=z'-t, \quad \mathrm{L}=z''-t, \quad \mathrm{L}=z'''-t, \text{ etc.},$$

on aura les cas où V renferme une intégrale indéfinie, simple, double, triple, etc., savoir :

$$\int t\,dx, \quad \iint t\,dx^2, \quad \iiint t\,dx^3, \text{ etc.}$$

En désignant par σ une seconde fonction donnée de x, y, y', y'', etc., et prenant

$$\mathrm{L}=z'+tz-\sigma,$$

on aura le cas où V contient une quantité donnée par une équation linéaire du premier ordre; ce qui comprend, comme on sait, le problème de la brachystochrone dans un milieu résistant suivant la loi du carré de la vitesse.

Si l'on prend $z=t$, ce qui répond à $\mathrm{L}=z-t$, on aura $\mu=1$, $\nu=0$, $\varpi=0$, etc., et la seconde équation (9) deviendra

$$\lambda=-n+p'-q''+\text{ etc.}$$

Mais, dans ce cas, V sera une fonction donnée de x, y, y', y'', etc., t, t', t'', etc., réductible à une autre fonction de x, y, y', y'', etc., puisque t, et par suite, t', t'', etc., sont, par hypothèse, des fonctions données de ces premières quantités;

ce cas ne différera donc pas de celui du n° 5 dans lequel la valeur de y, relative au *maximum* et au *minimum* de U, est donnée par l'équation (4); par conséquent si l'on substitue la valeur précédente de λ dans la première équation (8), on devra retrouver cette équation (4), laquelle se présentera ainsi sous une infinité de formes différentes, à cause de l'indétermination de la fonction t. Ces transformations de l'équation (4) pourront contribuer, dans des problèmes particuliers, à en faire découvrir une intégrale première, ou même une intégrale d'un ordre supérieur.

(10) La quantité V étant une fonction donnée de x, y, y', y'', y''', etc., si $V\,dx$ est une différentielle exacte, sans qu'on soit obligé d'établir aucune relation déterminée entre x et y, l'intégrale définie U sera une fonction des quantités x_0, y_0, y_0', y_0'', etc., x_1, y_1, y_1', y_1'', etc., relatives à ses deux limites, qui ne contiendra plus aucun signe d'intégration. La variation δU donnée par la formule (3), devra donc se réduire à sa partie Γ; et, pour cela, il faudra que le facteur H, compris sous le signe $\int$, soit identiquement nul. Ainsi, la même équation $H=0$, qui détermine la valeur de y relative au *maximum* ou au *minimum* de U, lorsque $V\,dx$ n'est pas une différentielle exacte, doit devenir identique, quand $V\,dx$ sera une différentielle exacte. Cette remarque est due à Euler qui a ainsi exprimé, le premier, par une équation, la condition nécessaire à l'intégrabilité d'une formule différentielle d'un ordre quelconque. Dans la 21^{e} leçon sur le calcul des fonctions, Lagrange a prouvé, par la considération de séries très-compliquées (*), que non-seulement l'équa-

(*) Page 409, édition de 1806.

tion $H=0$ est nécessaire, mais qu'elle est suffisante pour l'intégrabilité de $V\,dx$. Voici une autre manière de démontrer cette seconde partie de la proposition, qui me paraît plus simple, et qui a, en outre, l'avantage de conduire à une expression sous forme finie, de l'intégrale de $V\,dx$, lorsque la condition $H=0$ est remplie.

Soit ω une fonction de x, arbitraire et infiniment petite; désignons par n un nombre entier et positif, ou zéro; mettons $n\omega, n\omega', n\omega''$, etc., à la place de y, y', y'', etc., dans V, en sorte qu'on ait

$$V=F(x, n\omega, n\omega', n\omega'', \text{etc.});$$

prenons ensuite l'intégrale de $V\,dx$, depuis une constante c, jusqu'à la valeur variable de x, et faisons

$$X^{(n)}=\int_c^x F(x, n\omega, n\omega', n\omega'', \text{etc.})\,dx.$$

L'équation $H=0$ étant identique par hypothèse, elle subsistera quel que soit n, quand on y fera $y=n\omega$, $y'=n\omega'$, $y''=n\omega''$, etc. Soit de plus

$$\begin{aligned} P-Q'+R''-\text{etc.} &= \Phi(x, n\omega, n\omega', \text{etc.}),\\ Q-R'+\text{etc.} &= \Psi(x, n\omega, n\omega', \text{etc.}),\\ R-\text{etc.} &= \Pi(x, n\omega, n\omega', \text{etc.}),\\ &\text{etc.};\end{aligned}$$

P, Q, R, etc., désignant les mêmes quantités que dans le n° 2. La difference $X^{(n+1)}-X^{(n)}$ sera la variation donnée par la formule (3), dans laquelle on fera $\delta x=0$, parce que les limites c et x sont les mêmes pour $X^{(n)}$ et pour $X^{(n+1)}$, et où l'on mettra $n\omega, n\omega', n\omega''$, etc., à la place de y, y', y'', etc. A

cause que l'équation $H=0$ fait disparaître le second terme de cette formule (3), on aura donc

$$\begin{aligned} X^{(n+1)} - X^{(n)} = C^{(n)} &+ \omega\Phi(x, n\omega, n\omega', \text{etc.}) \\ &+ \omega'\Psi(x, n\omega, n\omega', \text{etc.}) + \omega''\Pi(x, n\omega, n\omega', \text{etc.}) \\ &+ \text{etc.} + \Omega^{(n)}; \end{aligned}$$

$C^{(n)}$ étant une constante par rapport à x, mais qui pourra dépendre de n, et $\Omega^{(n)}$ désignant, s'il est nécessaire d'y avoir égard, la partie de l'accroissement de $X^{(n)}$ qui renfermerait les quantités du second ordre et des ordres supérieurs par rapport à $\omega, \omega', \omega''$, etc., laquelle partie ne peut être qu'un infiniment petit du second ordre au moins, que l'on avait négligé dans la formule (3).

Je fais successivement $n=0, n=1, n=2, \ldots$ jusqu'à un nombre déterminé $i-1$, dans l'équation précédente, et je prends la somme des résultats; ce qui donne

$$\begin{aligned} X^{(i)} - X^{(0)} = C^{(0)} &+ C^{(1)} + C^{(2)} + \ldots\ldots + C^{(i-1)} \\ &+ \omega \sum_{0}^{i-1} \Phi(x, n\omega, n\omega', \text{etc.}) \\ &+ \omega' \sum_{0}^{i-1} \Psi(x, n\omega, n\omega', \text{etc.}) \\ &+ \omega'' \sum_{0}^{i-1} \Pi(x, n\omega, n\omega', \text{etc.}) \\ &+ \text{etc.} \\ &+ \Omega^{(0)} + \Omega^{(1)} + \Omega^{(2)} + \ldots\ldots + \Omega^{(i-1)}. \end{aligned}$$

Je suppose actuellement que i devienne un nombre infini. Il sera toujours permis de supprimer la dernière partie de cette formule, parce que chacune des quantités $\Omega^{(0)}$, $\Omega^{(1)}$, etc.,

étant au moins infiniment petite du second ordre, leur somme reste encore infiniment petite, quoiqu'elles soient en nombre infini. De plus, on pourra, sans erreur, étendre les sommes Σ depuis $n=0$ jusqu'à $n=i$, à cause du facteur infiniment petit par lequel chacune d'elles est multipliée. En remplaçant donc par une constante arbitraire C, la première partie de la formule précédente, nous aurons

$$X^{(i)}=X^{(0)}+C+\sum_{0}^{i}[\omega\Phi(x, n\omega, n\omega', \text{etc.})$$
$$+\omega'\Psi(x, n\omega, n\omega', \text{etc.})+\omega''\Pi(x, n\omega, n\omega', \text{etc})+\text{etc.}]$$

Soit ε une quantité infiniment petite et indépendante de x; on pourra faire

$$\frac{\omega}{\varepsilon}=y,\ \frac{\omega'}{\varepsilon}=y',\ \frac{\omega''}{\varepsilon}=y'',\ \text{etc.};$$

et si l'on suppose qu'on ait $i\varepsilon=1$, il en résultera

$$X^{(i)}=\int_c^x F(x, y, y', y'', \text{etc.})\,dx=\int_c^x V\,dx,$$
$$X^{(0)}=\int_c^x F(x, 0, 0, 0; \text{etc.})\,dx.$$

Faisons enfin $n\varepsilon=u$. La somme Σ se changera en une somme relative à u dans laquelle cette variable croîtra par des différences infiniment petites, constantes et égales à ε; ou bien, en prenant ε pour la différentielle du, cette somme Σ se transformera en une intégrale définie qui s'étendra depuis $u=0$ jusqu'à $u=i\varepsilon=1$. Nous aurons donc finalement

$$\left.\begin{aligned}\int \mathrm{V}\,dx = &\int \mathrm{F}(x,\,0,\,0,\,0,\,\text{etc.})\,dx \\ &+\int_0^1 [y\Phi(x,yu,y'u,\text{etc.}) + y'\Psi(x,yu,y'u,\text{etc.}) \\ &\qquad + y''\Pi(x,yu,y'u,\text{etc.}) + \text{etc.}]\,du,\end{aligned}\right\} \quad (10)$$

où l'on peut supposer que la constante arbitraire est renfermée dans l'une des deux intégrales indéfinies.

Ainsi, lorsque l'équation $\mathrm{H}=0$ a lieu identiquement, l'intégrale indéfinie $\int \mathrm{V}\,dx$ s'exprime au moyen de l'intégrale indéfinie d'une fonction donnée de la seule variable x, et de l'intégrale définie relative à une seule variable u, d'une fonction dont la composition est aussi donnée par rapport à cette variable. Dans chaque cas, on obtiendra les valeurs des deux intégrales contenues dans la formule (10), soit exactement par les méthodes connues, soit par la réduction en série, soit enfin par les quadratures.

(11) Prenons actuellement pour V une fonction donnée de x, y, y', y'', etc., z, z', z'', etc., que nous représenterons par

$$\mathrm{V}=\mathrm{F}(x, y, y', y'', \text{etc.},\ z, z', z'', \text{etc.}).$$

Supposons que $\mathrm{V}\,dx$ soit une différentielle exacte indépendamment d'aucune relation déterminée entre x, y, z. Il faudra que le signe $\int$ disparaisse de la formule (5); ce qui exigera que les deux quantités H et K soient identiquement nulles. Réciproquement, lorsque ces deux conditions seront remplies, $\mathrm{V}\,dx$ sera une différentielle exacte, et l'on pourra exprimer son intégrale de la manière suivante.

Les quantités P, Q, R, etc., p, q, r, etc., étant les mêmes que dans le n° 7, je fais

$$\begin{aligned}
P - Q' + R'' - \text{etc.} &= \Phi(x, y, y', \text{etc.}, z, z', \text{etc.}),\\
Q - R' + \text{etc.} &= \Psi(x, y, y', \text{etc.}, z, z', \text{etc.}),\\
R - \text{etc.} &= \Pi(x, y, y', \text{etc.}, z, z', \text{etc.}),\\
&\text{etc.}\\
p - q' + r'' - \text{etc.} &= \varphi(x, y, y', \text{etc.}, z, z', \text{etc.}),\\
q - r' + \text{etc.} &= \psi(x, y, y', \text{etc.}, z, z', \text{etc.}),\\
r - \text{etc.} &= \varpi(x, y, y', \text{etc.}, z, z', \text{etc.}),\\
&\text{etc.}
\end{aligned}$$

Cela étant, je désigne par ω une fonction de x, infiniment petite et arbitraire, puis je donne successivement à y, sans changer x et z, la série des valeurs $0, \omega, 2\omega, 3\omega$, etc., prolongée jusqu'à un multiple infini de ω. En prenant la somme des valeurs correspondantes de δU, et ayant égard à l'équation identique $H = 0$, j'en conclus, comme dans le numéro précédent,

$$\begin{aligned}
\int V\,dx = \int F(x, 0, 0, 0, \text{etc.}, z, z', z'', \text{etc.})\,dx\\
+ \int_0^1 [y\Phi(x, yu, y'u, \text{etc.}, z, z', \text{etc.})\\
+ y'\Psi(x, yu, y'u, \text{etc.}, z, z', \text{etc.})\\
+ y''\Pi(x, yu, y'u, \text{etc.}\ z, z', \text{etc.}) + \text{etc.}]\,du.
\end{aligned}$$

L'équation $K = 0$ ayant lieu pour $y = 0$ et quelle que soit la valeur de z, on aura donc

$$\int \mathrm{F}(x, 0, 0, 0, \text{etc.}\, z, z', z'', \text{etc.})\, dx = \int \mathrm{F}(x, 0, 0, 0, \text{etc.}\, 0, 0, 0, \text{etc.})\, dx$$
$$+ \int_0^1 [z\varphi(x, 0, 0, \text{etc.}, zu, z'u, \text{etc.})$$
$$+ z'\psi(x, 0, 0, 0, \text{etc.}\ zu, z'u, \text{etc.})$$
$$+ z''\varpi(x, 0, 0, 0, \text{etc.}, zu, z'u, \text{etc.}) + \text{etc.}]\, du;$$

et de cette formule jointe à la précédente, il résultera

$$\int \mathrm{V}\, dx = \int \mathrm{F}(x, 0, 0, 0, \text{etc.}, 0, 0, 0, \text{etc.})\, dx$$
$$+ \int_0^1 [z\varphi(x, 0, 0, \text{etc.}, zu, z'u, \text{etc.})$$
$$+ z'\psi(x, 0, 0, 0, \text{etc.}, zu, z'u, \text{etc.})$$
$$+ z''\varpi(x, 0, 0, \text{etc.}, zu, z'u, \text{etc.}) + \text{etc.} \qquad (11)$$
$$+ y\Phi(x, yu, y'u, \text{etc.}, z, z', \text{etc.})$$
$$+ y'\Psi(x, yu, y'u, \text{etc.}, z, z', \text{etc.})$$
$$+ y''\Pi(x, yu, y'u, \text{etc.}, z, z', \text{etc.}) + \text{etc.}]\, du,$$

ce qu'il s'agissait d'obtenir.

Il se présente ici deux observations importantes :

1° Au lieu de faire varier d'abord y et ensuite z, on aurait pu suivre une marche inverse; la valeur de $\int \mathrm{V}\, dx$ qu'on obtiendrait de cette autre manière devrait être équivalente à la précédente; or, en égalant entre elles ces deux expressions de $\int \mathrm{V}\, dx$, on en conclut ce théorème général :

Si V est une fonction donnée de x, y, y', y'', etc., z, z', z'', etc., telle que chacune des deux équations $\mathrm{H} = 0$ et $\mathrm{K} = 0$ soit identique, on aura

$$\int_0^1 [\Phi(x,yu,y'u,\text{etc.},z,z',\text{etc.})-\Phi(x,yu,y'u,\text{etc.},0,0,\text{etc.})]y\,du$$
$$+\int_0^1 [\Psi(x,yu,y'u,\text{etc.},z,z',\text{etc.})-\Psi(x,yu,y'u,\text{etc.},0,0,\text{etc.})]y'\,du$$
$$+\text{etc.}=$$
$$\int_0^1 [\varphi(x,y,y',\text{etc.},zu,z'u,\text{etc.})-\varphi(x,0,0,\text{etc.},zu,z'u,\text{etc.})]z\,du \qquad (12)$$
$$+\int_0^1 [\psi(x,y,y',\text{etc.},zu,z'u,\text{etc.})-\psi(x,0,0,\text{etc.},zu,z'u,\text{etc.})]z'\,du$$
$$+\text{etc.}$$

2° D'après la manière dont on a formé l'équation (11), il suffit pour qu'elle ait lieu, que l'équation $H=0$ soit identique et que $K=0$ subsiste seulement pour une valeur particulière de y, telle que $y=0$; mais d'un autre côté, pour l'intégrabilité de $V\,dx$, il est nécessaire que les deux quantités H et K soient identiquement nulles; il en faut donc conclure que si l'une des deux équations $H=0$ et $K=0$, la première, par exemple, est identique, et que l'autre ait lieu pour $y=0$, cette seconde équation aura également lieu pour toutes les valeurs de y et sera identique comme la première.

Nous allons vérifier sur un exemple, ces deux propositions qui n'étaient pas encore connues, et qu'il serait facile d'étendre à des fonctions différentielles de quatre ou d'un plus grand nombre de variables.

(12) D'après la forme des quantités H et K (n° 7), il est d'abord aisé de s'assurer qu'elles ne peuvent être identiquement nulles à moins que V ne soit une fonction linéaire par rapport à $y^{(m)}$ et $z^{(n)}$; m et n étant les indices des coefficients

différentiels de y et z, les plus élevés qui se trouvent dans V. Dans le cas de la fonction différentielle du premier ordre, on aura donc

$$V = f(x, y, z) + y' f_1(x, y, z) + z' f_2(x, y, z),$$

où l'on désigne par f, f_1, f_2, des fonctions données. On en déduit

$$N = \frac{df}{dy} + y' \frac{df_1}{dy} + z' \frac{df_2}{dy}, \quad P = f_1(x, y, z), \quad Q = 0, \text{ etc.},$$

$$n = \frac{df}{dz} + y' \frac{df_1}{dz} + z' \frac{df_2}{dz}, \quad p = f_2(x, y, z), \quad q = 0, \text{ etc.},$$

et, par conséquent,

$$H = \frac{df}{dy} + y' \frac{df_1}{dy} + z' \frac{df_2}{dy} - \frac{df_1}{dx} - y' \frac{df_1}{dy} - z' \frac{df_1}{dz},$$

$$K = \frac{df}{dz} + y' \frac{df_1}{dz} + z' \frac{df_2}{dz} - \frac{df_2}{dx} - y' \frac{df_2}{dy} - z' \frac{df_2}{dz},$$

$$\Phi(x, y, y', z, z') = f_1(x, y, z), \quad \Psi(x, y, y', z, z') = 0, \text{ etc.}$$

$$\varphi(x, y, y', z, z') = f_2(x, y, z), \quad \psi(x, y, y', z, z') = 0, \text{ etc.}$$

L'équation $H = 0$ devant être identique, elle se décompose en deux autres, savoir :

$$\frac{df}{dy} = \frac{df_1}{dx}, \quad \frac{df_2}{dy} = \frac{df_1}{dz};$$

et l'équation $K = 0$ se réduit à

$$\frac{df}{dz} = \frac{df_2}{dx}.$$

Mais les deux équations provenant de $H = 0$ donnent

$$\frac{d^2 f}{dy\,dz} = \frac{d^2 f_1}{dx\,dz}, \quad \frac{d^2 f_2}{dy\,dx} = \frac{d^2 f_1}{dz\,d}.$$

et, par conséquent,

$$\frac{d^2f}{dy\,dz}-\frac{d^2f_2}{dy\,dx}=0;$$

d'où l'on conclut

$$\frac{df}{dz}-\frac{df_2}{dx}=\zeta,$$

en désignant par ζ, une quantité indépendante de y. Il s'ensuit donc que si la différence $\frac{df}{dz}-\frac{df_2}{dx}$ est nulle pour une valeur particulière de y, elle le sera pour toute autre valeur; en sorte que l'équation $H=0$ étant identique, il suffit que l'équation $\frac{df}{dz}=\frac{df_2}{dx}$, ou $K=0$, se vérifie seulement pour $y=0$; conclusion qui s'accorde avec celle du numéro précédent.

L'équation (12) devient, dans le cas que nous examinons,

$$\int_0^1 [f_1(x, yu, z)-f_1(x, yu, 0)]\,y\,du$$
$$=\int_0^1 [f_2(x, y, zu)-f_2(x, 0, zu)]\,z\,du,$$

ou, ce qui est la même chose,

$$\int_0^y [f_1(x, y, z)-f_1(x, y, 0)]\,dy$$
$$=\int_0^z [f_2(x, y, z)-f_2(x, 0, z)]\,dz.$$

Je la différentie par rapport à y; et en remplaçant sous le signe $\int$ du second membre, $\frac{df_2}{dy}$ par $\frac{df_1}{dz}$, ce qui est permis, puisque ces deux quantités sont égales par hypothèse, il vient

$$f_1(x, y, z)-f_1(x, y, 0)=\int_0^z \frac{df_1(x, y, z)}{dz}\,dz;$$

équation identique qui fait voir que les deux membres de la précédente ne peuvent différer que d'une quantité indépendante de y; et comme ils sont évidemment égaux, dans le cas de $y=0$, il s'ensuit qu'ils le sont aussi pour toutes les valeurs de y, aussi bien que pour toutes celles de x et de z.

L'équation (12) étant ainsi vérifiée, on prendra indifféremment pour $\int V\,dx$, l'une ou l'autre de ces deux valeurs équivalentes :

$$\int V\,dx = \int F(x,0,0)\,dx + \int_0^1 f_2(x,0,zu)\,z\,du + \int_0^1 f_1(x,yu,z)\,y\,du,$$

$$\int V\,dx = \int F(x,0,0)\,dx + \int_0^1 f_1(x,yu,0)\,y\,du + \int_0^1 f_2(x,y,zu)\,z\,du,$$

dans lesquelles on pourra, si l'on veut, remplacer les intégrales définies relatives à u, par les intégrales indéfinies

$$\int f_2(x,0,z)\,dz, \quad \int f_1(x,y,z)\,dy,$$
$$\int f_1(x,y,0)\,dy, \quad \int f_2(x,y,z)\,dz,$$

dont chacune devra être prise de manière qu'elle s'évanouisse avec la variable à laquelle elle se rapporte.

(13) Je ne prolongerai pas davantage cette digression sur les conditions d'intégrabilité des formules différentielles, et je reviens à ce qui concerne les *maxima* et *minima* des intégrales définies.

Soient V, T, W, etc., des fonctions données de x, y, y', y'', etc., z, z', z'', etc.; faisons

$$v = \int_{x_0}^{x_1} V\,dx, \quad t = \int_{x_0}^{x_1} T\,dx, \quad w = \int_{x_0}^{x_1} W\,dx, \text{ etc.},$$

et ensuite

$$U = F(v, t, w, \text{etc.});$$

F indiquant aussi une fonction donnée de v, t, w, etc. Si nous représentons ses différences partielles par

$$g = \frac{dF}{dv}, \quad h = \frac{dF}{dt}, \quad k = \frac{dF}{dw}, \text{ etc.}, \qquad (13)$$

nous aurons, pour sa variation complète,

$$\delta U = g\delta v + h\delta t + k\delta w + \text{etc.};$$

d'où l'on conclut que pour former les équations relatives au *maximum* ou au *minimum* d'une fonction donnée de plusieurs intégrales v, t, w, etc., il faudra prendre les sommes des équations homologues, qui répondent aux *maxima* ou *minima* de v, t, w, etc., après les avoir multipliées respectivement par les constantes g, h, k, etc. On considérera ces constantes comme des inconnues que l'on déterminera en même temps que x_0, x_1 et les constantes arbitraires, en joignant aux conditions relatives aux limites x_0 et x_1, les équations (13) qui sont en même nombre que ces nouvelles inconnues g, h, k, etc.

Cette solution générale renferme, comme cas particulier, celle du *problème des isopérimètres*, pris dans son acception la plus étendue. En effet, si l'on désigne par a, b, etc., des constantes quelconques, et qu'on prenne

$$U = v + at + bw + \text{etc.},$$

il est évident que les expressions de y et z qui rendront cette somme un *maximum* ou un *minimum absolu*, c'est-à-dire,

à l'égard de toutes les valeurs possibles de y et z, rendront aussi son premier terme un *maximum* ou un *minimum relatif*, ou par rapport seulement aux valeurs de y et z limitées par des équations

$$t = l, \quad w = m, \text{ etc.}, \qquad (14)$$

dans lesquelles l, m, etc., sont des constantes données. Le problème des *maxima* ou des *minima* relatifs se trouve donc ainsi ramené à celui du *maximum* ou du *minimum* d'une somme d'intégrales, ou, plus simplement, d'une seule intégrale, savoir :

$$U = \int_{x_0}^{x_1} (V + aT + bW + \text{etc.})\, dx.$$

Les constantes a, b, etc., seront des inconnues, dont le nombre, comparé à celui des inconnues g, h, k, etc., du problème précédent, sera moindre d'une unité ; et les équations (13) seront remplacées par les équations (14).

(14) On parvient plus directement à cette réduction d'un problème à l'autre, par la décomposition des intégrales en éléments infiniment petits.

En effet représentons par n un nombre entier quelconque, ou zéro, et par V_n, T_n, W_n, etc., les valeurs de V, T, W, etc., qui répondent à $x_0 + n\,dx$; soit aussi i un nombre infini, et supposons qu'on ait

$$i\,dx = x_1 - x_0 ;$$

il en résultera

$$\begin{aligned} v &= V_0\,dx + V_1\,dx + V_2\,dx + \ldots + V_i\,dx, \\ t &= T_0\,dx + T_1\,dx + T_2\,dx + \ldots + T_i\,dx, \\ w &= W_0\,dx + W_1\,dx + W_2\,dx + \ldots + W_i\,dx, \\ &\text{etc.} \end{aligned}$$

Les variations de ces sommes, provenant des accroissements arbitraires de y et z, et des variations δx_0 et δx_1 des deux limites, seront

$$\begin{aligned}
\delta v = {} & \delta V_0 dx + \delta V_1 dx + \delta V_2 dx + \ldots + \delta V_i dx \\
& + V_1 \delta x_1 - V_0 \delta x_0, \\
\delta t = {} & \delta T_0 dx + \delta T_1 dx + \delta T_2 dx + \ldots + \delta T_i dx \\
& + T_1 \delta x_1 - T_0 \delta x_0, \\
\delta w = {} & \delta W_0 dx + \delta W_1 dx + \delta W_2 dx + \ldots + \delta W_i dx \\
& + W_1 \delta x - W_0 \delta x,
\end{aligned}$$

etc.

S'il s'agit du *maximum* ou du *minimum* absolu de v, il faudra qu'on ait $\delta v = 0$; de plus, les valeurs intermédiaires de y étant tout à fait indépendantes entre elles, il faudra que le coefficient de l'une quelconque de leurs variations dans cette équation $\delta v = 0$, soit séparément égal à zéro; il en sera de même à l'égard de z, en supposant les deux inconnues y et z indépendantes l'une de l'autre; et, de cette manière, on déduira de $\delta v = 0$, les deux équations différentielles qui serviront à déterminer y et z en fonctions de x et d'un certain nombre de constantes arbitraires. La considération particulière des éléments extrêmes de v, fournira ensuite comme on l'a vu précédemment (n° 4), les équations d'où dépendront les valeurs de ces constantes et des limites x_0 et x_1.

Mais si l'on demande que v soit un *maximum* ou un *minimum*, et qu'en même temps t, w, etc., aient des valeurs données l, m, etc., il faudra qu'on ait simultanément

$$\delta v = 0, \quad \delta t = 0, \quad \delta w = 0, \text{ etc.}$$

Les variations de toutes les valeurs intermédiaires de y et

de z, ne seront plus indépendantes entre elles, dans l'équation $\delta v = 0$; ces variations, en nombre égal à celui des autres équations, auront des valeurs déterminées qui devront être tirées de ces dernières équations et substituées dans la première : après quoi, l'on égalera à zéro, dans celle-ci, les coefficients des variations non éliminées. Mais toutes ces équations étant linéaires, on pourra, au lieu de cette élimination, multiplier $\delta t = 0$, $\delta w = 0$, etc., par des facteurs indéterminés a, b, etc., et les ajouter à $\delta v = 0$; ce qui donne

$$\delta v + a\,\delta t + b\,\delta w + \text{etc.} = 0;$$

équation dans laquelle les variations de toutes les valeurs intermédiaires et des valeurs extrêmes de y et de z ne seront plus liées entre elles que par l'équation $\delta \mathrm{L} = 0$, s'il existe entre ces deux inconnues une équation donnée $\mathrm{L} = 0$, et par les conditions relatives aux limites x_0 et x_1 qui peuvent avoir lieu dans chaque problème particulier. Par conséquent, la question proposée du *maximum* ou du *minimum* relatif de $\int_{x_0}^{x_1} \mathrm{V}\,dx$, se trouve ramenée, comme dans le numéro précédent, à celle du *maximum* ou du *minimum* absolu d'une autre intégrale

$$\int_{x_0}^{x_1} (\mathrm{V} + a\mathrm{T} + b\mathrm{W} + \text{etc.})\,dx;$$

et les constantes indéterminées a, b, etc., que celle-ci renferme, serviront à satisfaire aux valeurs données l, m, etc., des intégrales $\int_{x_0}^{x_1} \mathrm{T}\,dx$, $\int_{x_0}^{x_1} \mathrm{W}\,dx$, etc.

Ce procédé du facteur d'élimination a été employé par Lagrange dans la 22^e^ leçon sur le calcul des fonctions, d'une manière moins directe, mais qui rentre dans la méthode du n° 9, et que nous allons indiquer en peu de mots.

Soient V et T deux fonctions données de x, y, y', y'', etc.; à l'inconnue y, joignons-en une autre z liée à y par l'équation

$$z' + \mathrm{T} = 0;$$

et cherchons le *maximum* et le *minimum* de $\int_{x_0}^{x_1} \mathrm{V}\,dx$. Pour appliquer à ce problème les formules du n° 9, il faudra prendre

$$\mathrm{L} = z' + \mathrm{T}.$$

On aura alors

$$\mu = 0, \quad \nu = 1, \quad \varpi = 0, \text{ etc.},$$
$$\alpha = \frac{d\mathrm{T}}{dy}, \quad \mathfrak{C} = \frac{d\mathrm{T}}{dy'}, \quad \gamma = \frac{d\mathrm{T}}{dy''}, \text{ etc.},$$
$$n = 0, \quad p = 0, \quad q = 0, \quad \text{etc.},$$
$$\mathrm{N} = \frac{d\mathrm{V}}{dy}, \quad \mathrm{P} = \frac{d\mathrm{V}}{dy'}, \quad \mathrm{Q} = \frac{d\mathrm{V}}{dy''}, \quad \text{etc.}$$

La seconde équation (9) se réduira à $\frac{d\lambda}{dx} = 0$; par conséquent, le facteur λ sera une quantité constante; et en la représentant par a, la première équation (9) deviendra

$$\mathrm{N} + a\alpha - \frac{d(\mathrm{P} + a\mathfrak{C})}{dx} + \frac{d^2(\mathrm{Q} + a\gamma)}{dx^2} - \text{etc.} = 0;$$

ce qui est évidemment l'équation du *maximum* ou du *minimum* absolu de $\int_{x_0}^{x_1} (\mathrm{V} + a\,\mathrm{T})\,dx$. Comme l'inconnue z est don-

née par une équation L = o différentielle du premier ordre, sa valeur comportera une constante arbitraire qui se trouvera remplacée par la constante a et qui se déterminera d'après la valeur donnée de $\int_{x_0}^{x_1} T\,dx$.

(15) Les premiers géomètres qui ont déterminé une courbe correspondante au *maximum* ou au *minimum* d'une intégrale prise dans toute sa longueur, se sont contentés de faire varier l'ordonnée d'un seul point quelconque de cette courbe considérée comme un polygone d'un nombre infini de côtés infiniment petits, et d'égaler à zéro la variation qui en résultait pour l'intégrale. Lorsqu'on a ajouté à la condition du *maximum* ou du *minimum* de cette intégrale, celle d'une longueur donnée de la courbe demandée, Jacques Bernouilli a fait voir que pour satisfaire en même temps à ces deux conditions, il fallait faire varier les ordonnées de deux points consécutifs, et non pas, comme son frère le croyait, l'abscisse et l'ordonnée d'un seul point. En général, si plusieurs intégrales relatives à la longueur de la courbe du *maximum* ou du *minimum*, ont des valeurs données, et que l'abscisse d'un point quelconque soit regardée comme la variable indépendante, il faudra faire varier à la fois les ordonnées d'un nombre de points consécutifs égal au nombre de ces intégrales augmenté d'une unité, puis égaler à zéro la variation correspondante de chacune des intégrales qui doit demeurer constante, et celle de l'intégrale qui doit être un *maximum* ou un *minimum*. C'est en partant de ce principe qu'Euler a ramené le problème des *isopérimètres*, pris dans son acception la plus étendue, à une question de *maximum* ou du *minimum* absolu.

En effet, prenons pour exemple le cas de trois intégrales

$$\int_{x_0}^{x_1} V\,dx, \quad \int_{x_0}^{x_1} T\,dx, \quad \int_{x_0}^{x_1} W\,dx,$$

dont la première doit être un *maximum* ou un *minimum*, tandis que les deux autres auront des valeurs données, et où V, T, W, sont des fonctions données de x, y, y', y'', etc. Après avoir remplacé les coefficients différentiels y, y', y'', etc., par les différences première, seconde, etc., des valeurs consécutives de y, divisées par dx, dx^2, etc., supposons qu'on fasse varier arbitrairement trois des valeurs de y, et désignons par ω, θ, ψ, leurs accroissements. Nous pourrons représenter par

$$p\omega + p_1\theta + p_2\psi,$$
$$q\omega + q_1\theta + q_2\psi,$$
$$r\omega + r_1\theta + r_2\psi,$$

les variations correspondantes des trois intégrales; les neuf coefficients p, p_1, etc., étant de certaines fonctions des valeurs de y qui ont varié et des valeurs correspondantes de x. Mais si l'on a fait varier trois valeurs consécutives de y, c'est-à-dire, trois valeurs correspondantes à x, $x + dx$, $x + 2dx$, et que ω appartienne à la première, θ à la seconde, et ψ à la troisième, il est évident que p_1, q_1, r_1, devront se déduire de p, q, r, et p_2, q_2, r_2, de p_1, q_1, r_1, par la substitution de $x + dx$ à x, en sorte que nous aurons

$$p_1 = p + dp, \quad p_2 = p_1 + dp_1 = p + 2dp + d^2p,$$
$$q_1 = q + dq, \quad q_2 = q_1 + dq_1 = q + 2dq + d^2q,$$
$$r_1 = r + dr, \quad r_2 = r_1 + dr_1 = r + 2dr + d^2r.$$

Il résulte de là que les trois équations qu'on obtiendra en

égalant à zéro les variations des trois intégrales, d'après les conditions du problème, pourront s'écrire ainsi :

$$(\omega+\theta+\psi)\,p+(\theta+2\psi)\,dp+\psi\,d^2p=0,$$
$$(\omega+\theta+\psi)\,q+(\theta+2\psi)\,dq+\psi\,d^2q=0,$$
$$(\omega+\theta+\psi)\,r+(\theta+2\psi)\,dr+\psi\,d^2r=0.$$

J'élimine entre elles $\omega+\theta+\psi$; il vient

$$(\theta+2\psi)\,(p\,dq-q\,dp)+\psi\,d(p\,dq-q\,dp)=0,$$
$$(\theta+2\psi)\,(p\,dr-r\,dp)+\psi\,d(p\,dr-r\,dp)=0;$$

j'élimine de même $\theta+2\psi$ entre celles-ci, et je supprime le facteur ψ de l'équation résultante; on a

$$(p\,dr-r\,dp)\,d(p\,dq-q\,dp)$$
$$-(p\,dq-q\,dp)\,d(p\,dr-r\,dp)=0.$$

En désignant par c la constante arbitraire, l'intégration donne

$$p\,dq-q\,dp+c\,(p\,dr-r\,dp)=0,$$

ou, ce qui est la même chose,

$$p\,(dq+c\,dr)-(q+cr)\,dp=0.$$

Intégrant de nouveau, appelant a la constante arbitraire, et mettant b à la place de ac, on a finalement

$$p+aq+br=0;$$

équation qui est celle du *maximum* ou du *minimum* absolu de l'intégrale

$$\int_{x_0}^{x_1}(\mathrm{V}+a\mathrm{T}+b\mathrm{W})\,dx;$$

ce qu'il s'agissait de trouver.

Si l'on fait varier en même temps une des valeurs de l'inconnue y et la valeur correspondante de la variable x, c'est-à-dire, les deux coordonnées d'un point quelconque de la courbe que l'on veut déterminer, et si l'on représente par ε et ω les accroissements de x et de y, celui de l'intégrale $\int_{x_0}^{x_1} V\,dx$ pourra être représenté par

$$h\varepsilon + p\omega;$$

p étant le même coefficient que précédemment, et h un autre coefficient qui se déduira facilement de p. En effet, si l'on établit entre les variations ε et ω de x et y, le même rapport qui existe le long de la courbe, entre leurs différentielles dx et dy, il est évident que la courbe ne changera pas et que la variation de l'intégrale qui s'y rapporte devra être égale à zéro; on aura donc $h\varepsilon + p\omega = 0$, dans le cas de $\omega = y'\varepsilon$; d'où l'on conclut $h = -py'$. La variation de l'intégrale sera donc

$$p(\omega - y'\varepsilon),$$

ou simplement pv, en faisant $\omega - y'\varepsilon = v$. Il en sera de même à l'égard d'un second et d'un troisième point, dont on fera varier simultanément l'abscisse et l'ordonnée, et de même aussi pour chacune des deux autres intégrales $\int_{x_0}^{x_1} T\,dx$ et $\int_{x_0}^{x_1} W\,dx$. Par conséquent, si l'on veut tenir compte dans le calcul précédent, de ces variations simultanées, il suffira d'y remplacer ω, θ, ψ, par d'autres accroissements que je représenterai par v, t, w; ce qui ne pourra aucunement

influer sur la solution du problème, puisque les variations ω, θ, ψ, sont déja tout à fait arbitraires, et disparaissent entièrement du résultat final.

La méthode du numéro précédent, où l'on fait varier à la fois les ordonnées de tous les points de la courbe inconnue, dispense des intégrations que nous venons d'effectuer. Elle comprend, au reste, celle que nous venons de rappeler; car les accroissements arbitraires de ces ordonnées n'étant pas même assujétis à aucune loi de continuité, on en peut égaler une partie à zéro, pourvu qu'il en reste un nombre suffisant pour qu'on puisse rendre nulles simultanément les variations de l'intégrale *maxima* ou *minima* et des intégrales qui sont supposées constantes. Toutefois, on ne saurait, sans nuire à la généralité de la solution, disposer arbitrairement des variations qui répondent aux points extrêmes de la courbe, et au moyen desquelles on devra satisfaire aux diverses conditions relatives aux limites des intégrales.

J'ai pensé qu'on ne trouverait pas superflus les détails dans lesquels je viens d'entrer, et qu'il pouvait être bon de rappeler et de comparer entre elles les différentes considérations dont on a fait usage pour résoudre le problème des isopérimètres, l'un de ceux qui ont le plus exercé la sagacité des géomètres du dernier siècle.

(16) Nous terminerons ce paragraphe par une remarque relative aux problèmes où il s'agit de trouver une courbe fermée qui jouisse d'une propriété de *maximum* ou de *minimum*, seulement entre toutes les courbes fermées possibles; restriction qui fait disparaître, comme on va le voir, les termes compris hors du signe $\int$ dans la variation de l'intégrale *maxima* ou *minima*.

En supposant que dans l'intégrale $\int_{x_0}^{x_1} V dx$, la fonction donnée V ne renferme pas explicitement les limites x_0 et x_1, non plus que les valeurs extrêmes de y, y', y'', etc., le terme Γ de la formule (3) sera de la forme

$$\Gamma = \zeta_1 - \zeta_0;$$

ζ_0 et ζ_1 étant ce que devient une même fonction de x, y, y', y'', etc., et de leurs variations, à la première et à la seconde limite de l'intégrale. Or, s'il s'agit d'un problème relatif à une courbe plane, on pourra prendre pour les variables y et x, le rayon vecteur r d'un point quelconque, et l'angle θ que ce rayon fait avec une ligne fixe, menée arbitrairement par son origine dans le plan de la courbe; de plus, si la courbe demandée doit être une courbe fermée, on pourra placer dans son intérieur l'origine des coordonnées polaires r et θ; et dans cette hypothèse, le rayon vecteur r sera une quantité positive qui n'aura que des valeurs finies, celles de la variable θ s'étendront depuis zéro jusqu'à la circonférence 2π, et les limites de l'intégrale seront

$$\theta_0 = 0, \quad \theta_1 = 2\pi.$$

Mais ces limites répondant à un même point de la courbe fermée, leurs variations $\delta\theta_0$ et $\delta\theta_1$ seront égales entre elles; par la même raison, on aura

$$r_1 = r_0, \quad r_1' = r_0', \quad r_1'' = r_0'', \text{ etc.}$$
$$\delta r_1 = \delta r_0, \quad \delta r_1' = \delta r_0', \quad \delta r_1'', = \delta r_0'', \text{ etc.};$$

et si l'angle θ n'entre pas dans V hors des signes trigonométriques, il en résultera $\zeta_1 = \zeta_0$; ce qui fait évanouir la quantité Γ. Il en serait de même si la fonction V renfermait deux ou plu-

sieurs inconnues indépendantes ou liées entre elles par des équations données : s'il s'agissait, par exemple, d'une courbe à double courbure, tracée librement dans l'espace, ou sur une surface donnée.

Ainsi, dans les problèmes relatifs aux courbes fermées, les équations qui répondent aux limites des intégrales et qui se déduiraient de $\Gamma = 0$, disparaîtront, et par suite les constantes introduites par les intégrations pourront rester indéterminées.

(17) Pour donner un exemple de ce genre de questions, proposons-nous de trouver la courbe plane et fermée, d'une longueur donnée, qui enveloppe le plus grand espace.

En appelant l cette longueur et employant les coordonnées polaires r et θ, on aura

$$\int_0^{2\pi} \sqrt{dr^2 + r^2 d\theta^2} = l;$$

l'intégrale qui devra être un *maximum* relatif sera $\frac{1}{2}\int_0^{2\pi} r^2 d\theta$;

et si l'on désigne par a une constante inconnue, et qu'on fasse

$$V = \frac{1}{2} r^2 + a\sqrt{r^2 + r'^2}, \quad U = \int_0^{2\pi} V d\theta,$$

ce sera cette dernière intégrale qui devra être un *maximum* absolu.

En observant que les quantités x, y, y', sont remplacées par θ, r, r', nous aurons

$$N = \frac{dV}{dr} = r + \frac{ar}{\sqrt{r^2 + r'^2}},$$

$$P = \frac{dV}{dr'} = \frac{ar'}{\sqrt{r^2 + r'^2}},$$

les autres quantités Q, R, etc., qui entrent dans l'équation (4), seront nulles; et cette équation se réduira à

$$N = \frac{dP}{d\theta}.$$

On aura donc

$$dV = N\,dr + P\,dr' = \frac{dP}{d\theta}\,r'\,d\theta + P\,dr';$$

et en intégrant et désignant par c la constante arbitraire, il en résultera

$$V = P\,r' + c.$$

Je substitue dans cette équation, les valeurs de V et P, puis je la résous par rapport à $d\theta$; il vient

$$d\theta = \frac{(r^2 - 2c)\,dr}{r\sqrt{4a^2r^2 - (r^2 - 2c)^2}};$$

formule qui s'intègre par les règles connues.

Si l'on égale à zéro la quantité comprise sous le radical, on aura

$$r^4 - 4(a^2 + c)\,r^2 + 4c^2 = 0;$$

les deux racines de cette équation seront le *maximum* et le *minimum* de r^2, qui doivent être réels et positifs, puisqu'il s'agit d'une courbe fermée; je désigne par h et k les valeurs correspondantes de r; il en résulte

$$4(a^2 + c) = h^2 + k^2, \quad 4c^2 = h^2 k^2;$$

et l'expression de $d\theta$ devient

$$d\theta = \frac{(r^2 + hk)\,dr}{r\sqrt{(h^2 - r^2)(r^2 - k^2)}}.$$

Le terme hk du numérateur devrait être précédé du signe $\pm$: on a pris le signe $+$, parce que la courbe étant fermée et l'origine des coordonnées polaires ayant été placée dans son intérieur, l'angle θ doit croître sans limite, et sa différentielle ne doit devenir nulle pour aucune valeur de r, telle que $r=\sqrt{hk}$, comprise entre h et k.

Je fais actuellement

$$h^2-r^2=u^2(r^2-k^2),$$

et j'en déduis

$$d\theta=\frac{du}{1+u^2}+\frac{hk\,du}{h^2+k^2u^2},$$

ou bien, en intégrant,

$$\theta=\text{arc.}\,(\text{tang.}=u)+\text{arc.}\left(\text{tang.}=\frac{ku}{h}\right):$$

on n'ajoute pas de constante arbitraire; ce qui revient à compter l'angle θ à partir du rayon h, pour lequel on a $u=0$. On aura donc

$$\text{tang.}\,\theta=\frac{(h+k)u}{h-ku^2},$$

c'est-à-dire, en substituant pour u sa valeur,

$$\text{tang.}\,\theta=\frac{\sqrt{(h^2-r^2)(k^2-r^2)}}{hk-r^2}.$$

En faisant disparaître le radical et réduisant, on trouve

$$r^4-2hkr^2+h^2k^2=(h-k)^2r^2\cos.^2\theta;$$

d'où l'on tire

$$r^2-hk=\pm(h-k)r\cos.\,\theta:$$

on prendra le signe supérieur, afin d'avoir $r=h$ quand

$\theta = 0$; et, en écrivant ensuite cette équation sous la forme :

$$r^2 - (h-k) r \cos.\theta + \tfrac{1}{4}(h-k)^2 = \tfrac{1}{4}(h+k)^2,$$

on voit qu'elle appartient à un cercle qui a $\frac{1}{2}(h+k)$ pour rayon et dont le centre est situé à une distance $\frac{1}{2}(h-k)$ de l'origine des coordonnées. La grandeur du diamètre $h+k$ se déduira de celle de la circonférence qu'on a représentée par l, et l'autre constante $h-k$ restera indéterminée.

Au lieu d'une courbe fermée, si l'on eût demandé une portion de courbe d'une longueur donnée, terminée par deux points fixes, et telle que le secteur compris entre leurs rayons vecteurs et cette portion de courbe fût un *maximum*, l'équation précédente aurait encore été celle de la courbe cherchée; mais il n'y resterait alors aucune constante indéterminée. En effet en appelant f et g les rayons vecteurs des deux extrémités de la courbe, l sa longueur et α l'angle donné du secteur, on aura d'abord

$$\tfrac{1}{2}(h+k) = \frac{l}{\alpha};$$

et si l'on représente par δ l'angle inconnu que fait le rayon f avec le rayon h, et, par conséquent, par $\alpha + \delta$ l'angle compris entre ce rayon h et le rayon g, de sorte qu'on ait à la fois $\theta = \delta$ et $r = f$, $\theta = \alpha + \delta$ et $r = g$, il en résultera

$$f^2 - (h-k) f \cos.\delta + \frac{1}{4}(h-k)^2 = \frac{l^2}{\alpha^2},$$

$$g^2 - (h-k) f \cos.(\alpha+\delta) + \frac{1}{4}(h-k)^2 = \frac{l^2}{\alpha^2};$$

d'où l'on déduira, par l'élimination de δ, l'équation qui servira à déterminer $h-k$ Ces deux équations sont identi-

ques, et $h-k$ reste indéterminé, lorsqu'on a $\alpha = 2\pi$; ce qui est le cas de la courbe fermée.

§ II.

Variations des intégrales relatives à deux variables indépendantes, et détermination de leurs maxima *ou* minima.

(18) Les variables indépendantes étant x et y, et K désignant une fonction de ces deux variables et d'autres quantités qui en dépendent, nous indiquerons par des traits supérieurs, les coefficients différentiels de K par rapport à x et à tout ce qui en dépend, et par des traits inférieurs, les coefficients différentiels analogues, relativement à y. Ainsi, nous aurons

$$\frac{d\mathrm{K}}{dx} = \mathrm{K}', \quad \frac{d\mathrm{K}}{dy} = \mathrm{K}_{,}, \quad \frac{d^2\mathrm{K}}{dx^2} = \mathrm{K}'', \quad \frac{d^2\mathrm{K}}{dx\,dy} = \mathrm{K}_{,}', \text{ etc.}$$

Les limites connues ou inconnues de l'intégrale double

$$\iint \mathrm{K}\,dx\,dy,$$

ne seront point indiquées. Si elle appartient à une zone de surface, comprise entre deux courbes fermées qui seront généralement à double courbure, et que x, y, z, soient les trois coordonnées rectangulaires d'un point quelconque, les deux limites répondront à la projection de ces deux courbes sur le plan des x et y. Pour indiquer ce que devient une quantité quelconque à la première limite, nous la renfermerons entre deux parenthèses, et à la seconde limite, entre

deux crochets. Ainsi, parmi les quatre intégrales simples

$$\left(\int \mathrm{K}\,dx\right),\ \left(\int \mathrm{K}\,dy\right),\ \left[\int \mathrm{K}\,dx\right],\ \left[\int \mathrm{K}\,dy\right],$$

les deux premières appartiendront à la courbe intérieure et s'étendront à son contour entier, et les deux dernières s'étendront au contour entier de la courbe extérieure. Je désignerai, pour un moment, par $\mathrm{A}=0$ et $\mathrm{B}=0$, les équations des projections de ces deux courbes sur le plan des x et y.

Si l'on remplace x et y par des fonctions de deux autres variables indépendantes u et v, la troisième coordonnée z deviendra aussi une fonction de u et v. En substituant les valeurs de x et y dans les équations $\mathrm{A}=0$ et $\mathrm{B}=0$ des courbes limites, on aura deux équations $\mathrm{C}=0$ et $\mathrm{D}=0$ qui détermineront les limites de l'intégrale relative à u et v. Réciproquement, l'équation de la surface résultera de l'élimination de u et v entre les valeurs de x, y, z; et les équations $\mathrm{A}=0$ et $\mathrm{B}=0$ des courbes limites de l'intégrale relative à x et y, s'obtiendront en éliminant u et v entre les valeurs de x et y et les équations $\mathrm{C}=0$ et $\mathrm{D}=0$.

Cela posé, si l'on désigne par δx, δy, δz, des fonctions arbitraires et infiniment petites de u et v, et si l'on suppose que x, y, z, deviennent $x+\delta x$, $y+\delta y$, $z+\delta z$, l'équation de la nouvelle surface résultera de l'élimination de u et v entre les valeurs de $x+\delta x$, $y+\delta y$, $z+\delta z$; en sorte que sa forme différera infiniment peu, mais d'une manière entièrement arbitraire, de celle de la surface primitive. En même temps, si l'on n'a pas changé les équations $\mathrm{C}=0$ et $\mathrm{D}=0$, celles des nouvelles courbes limites résulteront de

l'élimination de u et v entre les valeurs de $x+\delta x$ et $y+\delta y$, jointes à ces équations $C=0$ et $D=0$; par conséquent, ces courbes s'écarteront aussi infiniment peu et d'une manière tout-à-fait arbitraire, des limites primitives qui étaient fixées par les équations $A=0$ et $B=0$. Par la seule variation de x, y, z, et sans que les limites relatives à u et v aient changé, la zone de surface à laquelle répond l'intégrale double que l'on considère, aura donc varié arbitrairement dans sa forme et dans son contour.

(19) Soient actuellement z une fonction de x et y, et V une fonction donnée de $x, y, z, z', z_{,}, z'', z_{,}', z_{,,}$, etc. Désignons la différentielle complète de V par

$$dV = L\,dx + M\,dy + N\,dz + P\,dz' + Q\,dz_{,} + R\,dz'' + S\,dz_{,}' + T\,dz_{,,} + \text{etc.},$$

de sorte que L, M, N, P, etc., soient les différences partielles de V par rapport à x, y, z, z', etc. Sa variation complète δV se déduira de dV en y remplaçant d par δ; et si l'on regarde $\delta x, \delta y, \delta z$, comme des fonctions de x et y, arbitraires et indépendantes entre elles, il s'agira de former les expressions correspondantes de $\delta z', \delta z_{,}, \delta z'', \delta z_{,}'$, etc.

Pour cela, je considère x et y, et par suite z, comme des fonctions implicites de deux autres variables indépendantes u et v. En différentiant z par rapport à u et v, nous aurons

$$\frac{dz}{du} = z'\frac{dx}{du} + z_{,}\frac{dy}{du},$$
$$\frac{dz}{dv} = z'\frac{dx}{dv} + z_{,}\frac{dy}{dv};$$

d'où l'on tire

$$z' = \frac{1}{\zeta}\left(\frac{dz}{du}\frac{dy}{dv} - \frac{dz}{dv}\frac{dy}{du}\right)$$
$$z_{,} = \frac{1}{\zeta}\left(\frac{dz}{dv}\frac{dx}{du} - \frac{dz}{du}\frac{dx}{dv}\right),$$

en faisant, pour abréger,

$$\zeta = \frac{dx}{du}\frac{dy}{dv} - \frac{dx}{dv}\frac{dy}{du}.$$

Maintenant, si l'on représente par δx, δy, δz, trois fonctions arbitraires et infiniment petites de u et v, on pourra supposer, sans faire varier u et v, que x, y, z, deviennent simultanément $x + \delta x$, $y + \delta y$, $z + \delta z$. Or, si l'on différentie, par rapport à la caractéristique δ, la valeur précédente de z' et que l'on ait égard à cette valeur et à celle de $z_{,}$, on trouve

$$\delta z' = \frac{1}{\zeta}\left(\frac{dy}{dv}\frac{d\delta z}{du} - \frac{dy}{du}\frac{d\delta z}{dv}\right)$$
$$- \frac{z'}{\zeta}\left(\frac{dy}{dv}\frac{d\delta x}{du} - \frac{dy}{du}\frac{d\delta x}{dv}\right)$$
$$- \frac{z_{,}}{\zeta}\left(\frac{dy}{dv}\frac{d\delta y}{du} - \frac{dy}{du}\frac{d\delta y}{dv}\right).$$

Mais on peut aussi considérer u et v, et par conséquent, δx, δy, δz, comme des fonctions de x et y; alors on a

$$\frac{d\delta x}{du} = \frac{d\delta x}{dx}\frac{dx}{du} + \frac{d\delta x}{dy}\frac{dy}{du},$$
$$\frac{d\delta x}{dv} = \frac{d\delta x}{dx}\frac{dx}{dv} + \frac{d\delta x}{dy}\frac{dy}{dv},$$
$$\frac{d\delta y}{du} = \frac{d\delta y}{dx}\frac{dx}{du} + \frac{d\delta y}{dy}\frac{dy}{du},$$
$$\frac{d\delta y}{dv} = \frac{d\delta y}{dx}\frac{dx}{dv} + \frac{d\delta y}{dy}\frac{dy}{dv},$$
$$\frac{d\delta z}{du} = \frac{d\delta z}{dx}\frac{dx}{du} + \frac{d\delta z}{dy}\frac{dy}{du},$$
$$\frac{d\delta z}{dv} = \frac{d\delta z}{dx}\frac{dx}{dv} + \frac{d\delta z}{dy}\frac{dy}{dv};$$

d'où l'on tire

$$\frac{dy}{dv}\frac{d\delta x}{du}-\frac{dy}{du}\frac{d\delta x}{dv}=\zeta\frac{d\delta x}{dx},$$
$$\frac{dy}{dv}\frac{d\delta y}{du}-\frac{dy}{du}\frac{d\delta y}{dv}=\zeta\frac{d\delta y}{dx},$$
$$\frac{dy}{dv}\frac{d\delta z}{du}-\frac{dy}{du}\frac{d\delta z}{dv}=\zeta\frac{d\delta z}{dx};$$

et au moyen de ces valeurs, celle de $\delta z'$ devient

$$\delta z'=\frac{d\delta z}{dx}-z'\frac{d\delta x}{dx}-z_{,}\frac{d\delta y}{dx}.$$

Je fais, pour abréger,

$$\delta z-z'\delta x-z_{,}\delta y=\omega;$$

il en résulte enfin

$$\delta z'=z''\delta x+z_{,}'\delta y+\omega';$$

et l'on trouvera de même

$$\delta z_{,}=z_{,}'\delta x+z_{,,}\delta y+\omega_{,}.$$

Ces expressions très-simples de $\delta z'$ et $\delta z_{,}$ sont, comme on voit, indépendantes de toute relation particulière qu'on aurait pu établir entre x et y, et les variables auxiliaires u et v. On en déduit aisément les expressions de $\delta z''$, $\delta z_{,}'$, $\delta z_{,,}$, etc.

En effet, à cause de $\frac{d\omega}{dx}=\omega'$, $\frac{d\omega}{dy}=\omega_{,}$, et en mettant à la place de ω ce que cette lettre représente, on a

$$\left.\begin{aligned}\delta z'-z''\delta x-z_{,}'\delta y&=\frac{d(\delta z-z'\delta x-z_{,}\delta y)}{dx},\\ \delta z_{,}-z_{,}'\delta x-z_{,,}\delta y&=\frac{d(\delta z-z'\delta x-z_{,}\delta y)}{dy};\end{aligned}\right\}\ (1)$$

et ces équations ayant lieu pour une fonction quelconque z de x et y, on y peut substituer successivement z', $z_{,}$, z'', etc., au lieu de z. En mettant z' à la place de z dans la première équation (1), il vient

$$\delta z'' - z''' \delta x - z_{,}'' \delta y = \frac{d(\delta z' - z'' \delta x - z_{,}' \delta y)}{dy};$$

mais en différentiant la même équation par rapport à x, on a

$$\frac{d(\delta z' - z'' \delta x - z_{,}' \delta y)}{dx} = \frac{d^2 \omega}{dx^2};$$

on aura donc

$$\delta z'' - z''' \delta x - z_{,}'' \delta y = \omega''.$$

La substitution de $z_{,}$ au lieu de z dans la seconde équation (1) donnera de même

$$\delta z_{,,} - z_{,,}' \delta x - z_{,,,} \delta y = \omega_{,,}.$$

Si l'on met z' à la place de z dans cette seconde équation (1), on a

$$\delta z_{,}' - z_{,}'' \delta x - z_{,,}' \delta y = \frac{d(\delta z' - z'' \delta x - z_{,}' \delta y)}{dy}.$$

La différentiation de la première équation (1), relativement à y, donne

$$\frac{d(\delta z' - z'' \delta x - z_{,}' \delta y)}{dy} = \frac{d^2 \omega}{dx\, dy};$$

par conséquent on aura

$$\delta z_{,}' - z_{,}'' \delta x - z_{,,}' \delta y = \omega_{,}'.$$

Il est facile de voir qu'en continuant ainsi, on aura, quels que soient les indices m et n,

$$\delta z^{(m)}_{(n)} = z^{(m+1)}_{(n)}\,\delta x + z^{(m)}_{(n+1)}\,\delta y + \omega^{(m)}_{(n)};$$

résultat auquel j'étais déja parvenu dans une autre occasion (*), et qui m'avait servi à expliquer une difficulté relative à un passage de la *Mécanique analytique*.

Au moyen de cette formule générale, la variation de V prendra la forme :

$$\begin{aligned}\delta V = {} & (L + N z' + P z'' + Q z_{,}' + R z''' + S z_{,}'' + T z_{,,}' + \text{etc.})\,\delta x \\ & + (M + N z_{,} + P z_{,}' + Q z_{,,} + R z_{,}'' + S z_{,,}' + T z_{,,,} + \text{etc.})\,\delta y \\ & + N\omega + P\omega' + Q\omega_{,} + R\omega'' + S\omega_{,}' + T\omega_{,,} + \text{etc.},\end{aligned}$$

ou, ce qui est la même chose,

$$\begin{aligned}\delta V = {} & V'\,\delta x + V_{,}\delta y + N\omega + P\omega' + Q\omega_{,} \\ & + R\omega'' + S\omega_{,}' + T\omega_{,,} + \text{etc.}\end{aligned} \qquad (2)$$

(20) Considérons maintenant l'intégrale définie

$$U = \iint V\,dx\,dy.$$

D'après les règles connues pour la transformation des intégrales doubles, si l'on y regarde x et y comme des fonctions de deux autres variables indépendantes u et v, il faudra prendre

$$dx\,dy = \left(\frac{dx}{du}\frac{dy}{dv} - \frac{dx}{dv}\frac{dy}{du}\right)du\,dv;$$

en sorte que l'on aura

$$U = \iint V\left(\frac{dx}{du}\frac{dy}{dv} - \frac{dx}{dv}\frac{dy}{du}\right)du\,dv.$$

Je mets $x + \delta x$, $y + \delta y$, $z + \delta z$, à la place de x, y, z, sous

(*) Bulletin de la Société philomatique, année 1816, page 82.

le signe $\iint$. D'après ce qu'on a dit plus haut, il suffira que δx, δy, δz, soient des fonctions arbitraires de u et v, et il ne sera pas nécessaire de faire varier les limites relatives à u et v, pour que l'intégrale U varie de la manière la plus générale, soit à l'égard de ses limites relatives à x et y, soit par rapport à la forme de la fonction z; la variation complète de U sera donc

$$\delta \mathrm{U} = \iint \left(\frac{dx}{du}\frac{dy}{dv} - \frac{dx}{dv}\frac{dy}{du} \right) \delta \mathrm{V}\, du\, dv$$
$$+ \iint \left(\frac{dx}{du}\frac{d\delta y}{dv} - \frac{dx}{dv}\frac{d\delta y}{du} + \frac{dy}{dv}\frac{d\delta x}{du} - \frac{dy}{du}\frac{d\delta x}{dv} \right) \mathrm{V}\, du\, dv.$$

Mais d'après les formules du numéro précédent, on a

$$\frac{dx}{du}\frac{d\delta y}{dv} - \frac{dx}{dv}\frac{d\delta y}{du} = \left(\frac{dx}{du}\frac{dy}{dv} - \frac{dx}{dv}\frac{dy}{du} \right) \frac{d\delta y}{dy},$$
$$\frac{dy}{dv}\frac{d\delta x}{du} - \frac{dy}{du}\frac{d\delta x}{dv} = \left(\frac{dx}{du}\frac{dy}{dv} - \frac{dx}{dv}\frac{dy}{du} \right) \frac{d\delta x}{dx},$$

nous aurons donc

$$\delta \mathrm{U} = \iint \left(\delta \mathrm{V} + \mathrm{V}\frac{d\delta x}{dx} + \mathrm{V}\frac{d\delta y}{dy} \right) \left(\frac{dx}{du}\frac{dy}{dv} - \frac{dx}{dv}\frac{dy}{du} \right) du\, dv,$$

ou bien, en revenant aux variables x et y,

$$\delta \mathrm{U} = \iint \left(\delta \mathrm{V} + \mathrm{V}\frac{d\delta x}{dx} + \mathrm{V}\frac{d\delta y}{dy} \right) dx\, dy;$$

formule dans laquelle les limites seront les mêmes que celles de U. J'y substitue la valeur de δ V donnée par l'équation (2); et en observant que

$$\mathrm{V}'\delta x + \mathrm{V}\frac{d\delta x}{dx} = \frac{d.\mathrm{V}\delta x}{dx},$$
$$\mathrm{V}_{,}\delta y + \mathrm{V}\frac{d\delta y}{dy} = \frac{d.\mathrm{V}\delta y}{dy},$$

il en résulte

$$\delta U = \Big[\int V \delta x\, dy\Big] - \Big(\int V \delta x\, dy\Big) + \Big[\int V \delta y\, dx\Big] - \Big(\int V \delta y\, dx\Big) \qquad (3)$$
$$+ \iint (N\omega + P\omega' + Q\omega_{,} + R\omega'' + S\omega_{,}' + T\omega_{,,} + \text{etc.})\, dx\, dy.$$

Par le procédé de l'intégration par partie convenablement employé, on fera disparaître les coefficients différentiels de ω sous le double signe $\iint$. On a d'abord

$$\iint P\omega'\, dx\, dy = \Big[\int P\omega\, dy\Big] - \Big(\int P\omega\, dy\Big) - \iint P'\omega\, dx\, dy,$$
$$\iint Q\omega_{,}\, dx\, dy = \Big[\int Q\omega\, dx\Big] - \Big(\int Q\omega\, dx\Big) - \iint Q_{,}\omega\, dx\, dy;$$

par deux intégrations successives, on aura de même

$$\iint R\omega''\, dx\, dy = \Big[\int R\omega'\, dy\Big] - \Big(\int R\omega'\, dy\Big) - \Big[\int R'\omega\, dy\Big] + \Big(\int R'\omega\, dy\Big) + \iint R''\omega\, dx\, dy,$$
$$\iint T\omega_{,,}\, dx\, dy = \Big[\int T\omega_{,}\, dx\Big] - \Big(\int T\omega_{,}\, dx\Big) - \Big[\int T_{,}\omega\, dx\Big] + \Big(\int T_{,}\omega\, dx\Big) + \iint T_{,,}\omega\, dx\, dy;$$

en intégrant d'abord par rapport à y et ensuite par rapport à x, il vient

$$\iint S\omega_{,}'\, dx\, dy = \Big[\int S\omega'\, dx\Big] - \Big(\int S\omega'\, dx\Big) - \Big[\int S_{,}\omega\, dy\Big] + \Big(\int S_{,}\omega\, dy\Big) + \iint S_{,}'\omega\, dx\, dy;$$

en suivant un ordre inverse on aurait

$$\iint S\omega_{,}'\,dx\,dy=\Big[\int S\omega_{,}\,dy\Big]-\Big(\int S\omega_{,}\,dy\Big)$$
$$-\Big[\int S'\omega\,dx\Big]+\Big(\int S'\omega\,dx\Big)+\iint S_{,}'\omega\,dx\,dy;$$

pour la symétrie du calcul, nous emploierons la demi-somme de ces expressions équivalentes, c'est-à-dire,

$$\iint S\omega_{,}'\,dx\,dy=\tfrac{1}{2}\Big[\int S\omega'\,dx\Big]+\tfrac{1}{2}\Big[\int S\omega_{,}\,dy\Big]-\tfrac{1}{2}\Big(\int S\omega'\,dx\Big)$$
$$-\tfrac{1}{2}\Big(\int S\omega_{,}\,dy\Big)-\tfrac{1}{2}\Big[\int S_{,}\omega\,dy\Big]-\tfrac{1}{2}\Big[\int S'\omega\,dx\Big]$$
$$+\tfrac{1}{2}\Big(\int S_{,}\omega\,dy\Big)+\tfrac{1}{2}\Big(\int S'\omega\,dx\Big)+\iint S_{,}'\omega\,dx\,dy:$$

on transformera de même les termes suivants de la dernière partie de la formule (3); et cela étant, l'expression de δU deviendra finalement

$$\delta U=\Gamma+\iint H\omega\,dx\,dy, \qquad (4)$$

en faisant, pour abréger,

$$H=N-P'-Q_{,}+R''-S_{,}'+T_{,,}-\text{etc.},$$
$$\Gamma=\Big[\int V\delta x\,dy\Big]-\Big(\int V\delta x\,dy\Big)$$
$$+\Big[\int V\delta y\,dx\Big]-\Big(\int V\delta y\,dx\Big)$$
$$+\Big[\int P\omega\,dy+\int Q\omega\,dx-\int R'\omega\,dy$$
$$-\tfrac{1}{2}\int S_{,}\omega\,dy-\tfrac{1}{2}\int S'\omega\,dx-\int T_{,}\omega\,dx+\text{etc.}\Big]$$
$$-\Big(\int P\omega\,dy+\int Q\omega\,dx-\int R'\omega\,dy$$
$$-\tfrac{1}{2}\int S_{,}\omega\,dy-\tfrac{1}{2}\int S'\omega\,dx-\int T_{,}\omega\,dx+\text{etc.}\Big)$$

$$
\begin{aligned}
&+\Big[\int \mathrm{R}\omega' dy + \tfrac{1}{2}\int \mathrm{S}\omega' dx - \text{etc.}\Big]\\
&-\Big(\int \mathrm{R}\omega' dy + \tfrac{1}{2}\int \mathrm{S}\omega' dx - \text{etc.}\Big)\\
&+\Big[\int \mathrm{T}\omega_{,} dx + \tfrac{1}{2}\int \mathrm{S}\omega_{,} dy - \text{etc.}\Big]\\
&-\Big(\int \mathrm{T}\omega_{,} dx + \tfrac{1}{2}\int \mathrm{S}\omega_{,} dy - \text{etc.}\Big)\\
&+ \text{etc.}
\end{aligned}
$$

Les deux expressions qu'on a trouvées pour l'intégrale double $\iint \mathrm{S}\omega_{,}' dx\, dy$ devant être identiques, il faut qu'on ait

$$
\begin{aligned}
&\Big[\int \mathrm{S}\omega' dx\Big] - \Big(\int \mathrm{S}\omega' dx\Big) - \Big[\int \mathrm{S}_{,}\omega dy\Big] + \Big(\int \mathrm{S}_{,}\omega dy\Big)\\
&= \Big[\int \mathrm{S}\omega_{,} dy\Big] - \Big(\int \mathrm{S}\omega_{,} dy\Big) - \Big[\int \mathrm{S}'\omega dx\Big] + \Big(\int \mathrm{S}'\omega dx\Big),
\end{aligned}
$$

ou, ce qui est la même chose,

$$
\begin{aligned}
&\Big[\int (\mathrm{S}\omega' + \mathrm{S}'\omega) dx\Big] - \Big(\int (\mathrm{S}\omega' + \mathrm{S}'\omega) dx\Big)\\
&\quad = \Big[\int (\mathrm{S}\omega_{,} + \mathrm{S}_{,}\omega) dy\Big] - \Big(\int (\mathrm{S}\omega_{,} + \mathrm{S}_{,}\omega) dy\Big).
\end{aligned}
\qquad (5)
$$

C'est ce que nous vérifierons tout à l'heure. En attendant, observons que, dans cette équation, $\mathrm{S}\omega' + \mathrm{S}'\omega$ et $\mathrm{S}\omega_{,} + \mathrm{S}_{,}\omega$, sont les différences partielles de $\mathrm{S}\omega$, prises par rapport à chacune des variables x et y, avant d'avoir substitué dans ce produit la valeur de l'autre variable, tirée de l'équation de l'une ou de l'autre des deux limites de U; d'où il résulte que $(\mathrm{S}\omega' + \mathrm{S}'\omega) dx$ n'est pas une différentielle complète par rap-

port à x, ni $(S_{,}\omega + S_{,}\omega)\,dy$, une différentielle complète par rapport à y; ce qui empêche que les intégrations indiquées puissent s'effectuer immédiatement.

(21) Pour le *maximum* ou le *minimum* de U, il faudra qu'on ait $\delta U = 0$; l'intégrale double que la formule (4) renferme, étant irréductible à des intégrales simples, à cause que ω est une fonction arbitraire de x et y, il sera nécessaire que les deux termes de cette formule soient séparément nuls; d'où l'on conclut

$$r = 0, \quad H = 0,$$

pour les équations communes au *maximum* et au *minimum* de l'intégrale double que nous considérons. La seconde fera connaître l'expression de z en fonction de x et y; elle sera, en général, aux différences partielles de l'ordre $2n$, si la fonction donnée V est de l'ordre n. La première se décomposera en plusieurs autres, dont nous examinerons en détail, dans les numéros suivants, le nombre et la nature, selon les différents cas qui peuvent se présenter; ce qui est le point le plus délicat de la question.

On étendra sans difficulté l'analyse précédente aux intégrales triples, quadruples, etc. : dans le cas d'une intégrale triple, par exemple, on trouvera pour sa variation, une expression analogue à la formule (4), qui se composera d'une intégrale triple, et d'une autre partie contenant seulement des intégrales doubles, relatives aux deux limites de l'intégrale triple dont on s'occupera. On pourrait aussi supposer que la quantité contenue sous les signes d'intégrations, renferme plusieurs fonctions inconnues des variables indépendantes, et que ces fonctions fussent indépendantes ou

liées entre elles par des équations données aux différences partielles : nous ne nous arrêterons pas à ces questions, qui ne présentent ni difficultés nouvelles, ni applications utiles.

Quant à la détermination des *maxima* ou *minima* relatifs des intégrales multiples, on la réduira immédiatement à celle de leurs *maxima* ou *minima* absolus, par la considération du n° 13, laquelle subsiste évidemment, quel que soit le nombre des variables indépendantes. Ainsi, par exemple, si la première des intégrales doubles

$$\iint \mathrm{V}\,dx\,dy, \quad \iint \mathrm{T}\,dx\,dy, \quad \iint \mathrm{W}\,dx\,dy, \text{ etc.}$$

doit être un *maximum* ou un *minimum*, et qu'en même temps, les autres aient des valeurs données, la question se réduira à chercher le *maximum* ou *minimum* absolu de

$$\iint (\mathrm{V} + a\mathrm{T} + b\mathrm{W} + \text{etc.})\,dx\,dy;$$

a, b, etc., étant des constantes inconnues, que l'on déterminera d'après les valeurs données des dernières intégrales : on suppose implicitement que ces intégrales, ainsi que la première, ont toutes les mêmes limites connues ou inconnues.

(22) Occupons-nous maintenant des équations relatives à chacune des limites de U, nécessaires pour le *maximum* ou le *minimum* de cette intégrale double, et qui doivent se déduire de $\Gamma = 0$.

Pour rendre le raisonnement plus facile à suivre, nous supposerons que x, y, z, soient les trois coordonnées rectangulaires d'un point quelconque de la surface dont l'équation est $\mathrm{H} = 0$, et que l'intégrale U répond à une zone de

cette surface, comprise entre deux courbes fermées qui seront données ou qu'il s'agira de déterminer. Soient ABC (*) la projection de la courbe extérieure sur le plan des x et y, et DEF celle de la courbe intérieure sur le même plan. L'intégrale relative à x et y que δU représente, s'étendra à tous les éléments $dx\,dy$ de la surface plane interceptée entre ces deux courbes; mais on peut aussi la considérer comme exprimant une intégrale double étendue à tous les éléments de l'aire circonscrite par la courbe fermée ABC, moins la même intégrale étendue à tous les éléments de l'aire terminée par la courbe fermée DEF; et à cause que δU se réduit à Γ en vertu de l'équation $H = 0$, on aura alors

$$\Gamma = \Gamma^{(1)} - \Gamma^{(0)},$$

en appelant $\Gamma^{(1)}$ la partie de δU provenant de l'aire terminée par ABC et $\Gamma^{(0)}$ celle qui provient de l'aire circonscrite par DEF. Ces deux limites ABC et DEF étant, en général, indépendantes l'une de l'autre, l'équation $\Gamma = 0$ se décomposera en deux autres, savoir,

$$\Gamma^{(1)} = 0, \quad \Gamma^{(0)} = 0.$$

Il nous suffira de considérer la première : la seconde sera de la même forme et susceptible des mêmes transformations.

(*) Le lecteur est prié de tracer lui-même la figure : elle se compose de deux courbes fermées, dont l'une est comprise dans l'autre; d'une droite PM'M, parallèle à l'axe des ordonnées, qui coupe celui des abscisses au point P, et la courbe extérieure ABC, aux points M' et M; et d'une droite MN, menée en dehors de ABC et normale en M à cette courbe. On placera les points A et B aux limites de ABC dans le sens des abscisses, où les tangentes sont parallèles à l'axe des ordonnées.

Nous avons eu, dans le n° 20,

$$\iint \frac{d.\mathrm{V}\delta y}{dy} dx\,dy = \left[\int \mathrm{V}\delta y\,dx\right] - \left(\int \mathrm{V}\delta y\,dx\right).$$

Si cette intégrale double se rapporte à l'aire ABC, l'intégration relative à y que l'on a effectuée, s'est étendue de l'une à l'autre des deux ordonnées PM et PM′ qui répondent à une même abscisse quelconque x; je supposerai qu'elle a eu lieu de la plus petite ordonnée PM′ à la plus grande PM, ou qu'on a considéré la variable y comme croissante et la différentielle dy comme positive : l'élément $dx\,dy$ de l'aire ABC étant essentiellement positif, il s'ensuit que la différentielle dx devra aussi être regardée comme positive dans les deux intégrales simples qui sont indiquées. La première répondra à la partie AMB de la courbe ABC, et la seconde à la partie AM′B, en supposant que A et B soient les deux points de cette courbe où les tangentes sont parallèles à l'axe des y. Je désigne par s l'arc de la courbe ABC, aboutissant au point quelconque M et dont l'origine est un point fixe, choisi arbitrairement sur cette courbe; et l étant sa longueur entière, je considère la variable s comme croissante depuis $s=0$ jusqu'à $s=l$, et, conséquemment, sa différentielle ds comme positive; soit aussi θ l'angle compris entre la normale extérieure MN et le prolongement de l'ordonnée PM; à cause que dx est la projection de ds sur l'axe des x, nous aurons

$$dx = \pm \cos.\theta\, ds,$$

en prenant le signe supérieur ou le signe inférieur selon que $\cos.\theta$ sera positif ou négatif. Or, l'angle θ sera aigu dans toute la partie AMB de la courbe ABC, et obtus dans toute

la partie AM'B ; par conséquent, on aura $dx = \cos.\mathcal{E}\, ds$ dans toute l'étendue de l'intégrale $\left[\int V\delta y\, dx\right]$, et $dx = -\cos.\mathcal{E}\, ds$ dans toute l'étendue de l'intégrale $\left(\int V\delta y\, dx\right)$; d'où je conclus que leur différence se réduira à une seule intégrale, relative à s et qui s'étendra à la courbe entière, c'est-à-dire, que nous aurons

$$\left[\int V\delta y\, dx\right] - \left(\int V\delta y\, dx\right) = \int_0^l V\cos.\mathcal{E}\,\delta y\, ds.$$

On aura de même

$$\left[\int V\delta x\, dy\right] - \left(\int V\delta x\, dy\right) = \int_0^l V\cos.\alpha\,\delta x\, ds,$$

en désignant par α l'angle que la normale extérieure MN fait avec le prolongement de l'abscisse du point M ; et par un raisonnement semblable, on réduira à une seule intégrale, chacune des différences de deux intégrales homologues dont se compose l'expression Γ ; au moyen de quoi l'équation $\Gamma^{(1)} = 0$ se transformera en celle-ci :

$$\begin{aligned}
&\int_0^l V(\cos.\alpha\,\delta x + \cos.\mathcal{E}\,\delta y)\, ds \\
&+\int_0^l \left[(P - R' - \tfrac{1}{2}S_{,} + \text{etc.})\cos.\alpha + (Q - T_{,} - \tfrac{1}{2}S' + \text{etc.})\cos.\mathcal{E}\right]\omega\, ds \\
&+\int_0^l (R\cos.\alpha + \tfrac{1}{2}S\cos.\mathcal{E} - \text{etc.})\,\omega'\, ds \qquad (6) \\
&+\int_0^l (T\cos.\mathcal{E} + \tfrac{1}{2}S\cos.\alpha - \text{etc.})\,\omega_{,}\, ds \\
&+ \text{etc.} = 0.
\end{aligned}$$

La figure suppose que chaque parallèle à l'axe des y ne rencontre la courbe fermée ABC qu'en deux points seulement; mais cette transformation de l'équation $\Gamma^{(1)}=0$ aurait encore lieu, si le nombre des intersections, qui doit toujours être pair, était plus grand que deux : on prendrait alors successivement pour les deux ordonnées PM et PM', qui répondent à une même abscisse, celles de la première et de la seconde intersection, de la troisième et de la quatrième, etc.

(23) Avant d'aller plus loin, nous pouvons actuellement vérifier l'équation (5).

En effet, d'après ce qu'on vient de voir, la partie de cette équation qui répond à la courbe extérieure, est la même chose que

$$\int_0^l \left(\frac{d.\mathrm{S}\omega}{dx}\right)\cos.\varepsilon\, ds=\int_0^l \left(\frac{d.\mathrm{S}\omega}{dy}\right)\cos.\alpha\, ds;$$

les parenthèses indiquant que chaque différence partielle est prise par rapport à l'une des variables x ou y, avant d'avoir substitué dans $\mathrm{S}\omega$ la valeur de l'autre variable, tirée de l'équation de la courbe ABC. Si l'on différentie par rapport à x, après avoir substitué la valeur de y, on aura

$$\frac{d.\mathrm{S}\omega}{dx}=\left(\frac{d.\mathrm{S}\omega}{dx}\right)+\left(\frac{d.\mathrm{S}\omega}{dy}\right)\frac{dy}{dx};$$

et à cause de

$$\frac{d.\mathrm{S}\omega}{ds}=\frac{d.\mathrm{S}\omega}{dx}\,\frac{dx}{ds}=\frac{d.\mathrm{S}\omega}{dx}\cos.\varepsilon,$$

il en résultera

$$\int_0^l \left(\frac{d.\mathrm{S}\omega}{dx}\right)\cos.\varepsilon\, ds=\int_0^l \frac{d.\mathrm{S}}{ds}\, ds-\int_0^l \left(\frac{d.\mathrm{S}\omega}{dy}\right)\frac{dy}{dx}\cos.\varepsilon\, ds.$$

On a, pour l'intégrale indéfinie,

$$\int \frac{d.S\omega}{ds} ds = S\omega + \text{constante};$$

et comme $S\omega$ a la même valeur aux deux limites $s = 0$ et $s = l$, qui répondent à un même point de la courbe fermée ABC, il s'ensuit

$$\int_0^l \frac{d.S\omega}{ds} ds = 0,$$

et par conséquent

$$\int_0^l \left(\frac{d.S\omega}{dx}\right) \cos.\epsilon\, ds = -\int_0^l \left(\frac{d.S\omega}{dy}\right) \frac{dy}{dx} \cos.\epsilon\, ds;$$

ce qui réduit à

$$\int_0^l \left(\frac{d.S\omega}{dy}\right) \left(\frac{dy}{dx} \cos.\epsilon + \cos.\alpha\right) ds = 0,$$

l'équation qu'il s'agit de vérifier.

Or si l'on appelle a et b les angles que la tangente au point quelconque M de la courbe ABC fait avec les axes des x et des y, il faudra prendre dans cette équation, où les différentielles dx et dy peuvent être positives ou négatives,

$$dx = \cos.a\, ds, \quad dy = \cos.b\, ds;$$

ce qui la changera en celle-ci :

$$\int_0^l \left(\frac{d.S\omega}{dy}\right) (\cos.\alpha \cos.a + \cos.\epsilon \cos.b) \frac{ds}{\cos.a} = 0;$$

résultat évident, puisque le facteur $\cos.\alpha \cos.a + \cos.\epsilon \cos.b$

est le cosinus de l'angle compris entre la tangente et la normale en un même point M de la courbe ABC, et, par conséquent, égal à zéro. Il est évident que cette vérification convient également à la partie de l'équation (5) qui répond à la courbe fermée DEF.

(24) Les applications des formules précédentes à la géométrie et à la mécanique, sont relatives à des problèmes où la fonction V dépend de l'inclinaison des plans tangents et des grandeurs des rayons de courbure; pour ne pas compliquer inutilement la question, nous supposerons donc que le coefficient différentiel le plus élevé que contienne V soit du second ordre; auquel cas l'équation $H=0$ sera aux différences partielles du quatrième ordre, et le premier membre de l'équation (6) se réduira à ses quatre premiers termes. Mais pour pouvoir déduire de cette équation (6), les conditions relatives à la seconde limite de U, il est nécessaire de transformer son troisième et son quatrième terme, et de réduire à deux seulement, les trois variations $\omega, \omega', \omega_{,}$.

Tous les termes de l'équation (6) sont des intégrales relatives à l'arc s de la courbe ABC, pris pour la variable indépendante et dont la différentielle ds est constante et positive. Sous le signe $\int$, l'ordonnée z est regardée comme une fonction de x et y, déduite de l'équation de la surface demandée, c'est-à-dire, de l'intégrale complète de l'équation $H=0$. Les variables x et y sont implicitement supposées des fonctions de s, déterminées par l'équation, connue ou inconnue, de la courbe ABC. Cela étant, si l'on différentie ω par rapport à s, on aura

$$\frac{d\omega}{ds}=\omega'\frac{dx}{ds}+\omega_{,}\frac{dy}{ds};$$

et à cause de $dx^2 + dy^2 = ds^2$, on en déduira

$$\omega' = \frac{dx}{ds}\frac{d\omega}{ds} - \frac{dy}{ds}\theta, \quad \omega_1 = \frac{dy}{ds}\frac{d\omega}{ds} + \frac{dx}{ds}\theta;$$

θ étant une variation indéterminée.

Les différentielles dx et dy pourront, comme dans le numéro précédent, changer de signe dans l'étendue des intégrations indiquées, ou d'un point à un autre de la courbe ABC : en observant que les angles α et $\mathcal{C}$ se rapportent à la partie extérieure MN de la normale, il est aisé de voir que l'on aura, au point quelconque M,

$$\cos.\alpha = -\frac{dy}{ds}, \quad \cos.\mathcal{C} = \frac{dx}{ds}.$$

Je substitue ces valeurs et celles de ω' et ω_1 dans l'équation (6); elle devient

$$\int_0^l V\left(\frac{dx}{ds}\delta y - \frac{dy}{ds}\delta x\right) ds$$
$$+\int_0^l \left[\left(Q - T_1 - \tfrac{1}{2}S'\right)\frac{dx}{ds} - \left(P - R' - \tfrac{1}{2}S_1\right)\frac{dy}{ds}\right]\omega\, ds$$
$$+\int_0^l (T - R)\frac{dx}{ds}\frac{dy}{ds}\frac{d\omega}{ds} ds$$
$$+\int_0^l \left[R\frac{dy^2}{ds^2} + T\frac{dx^2}{ds^2} - S\frac{dx}{ds}\frac{dy}{ds}\right)\theta\, ds = 0.$$

En intégrant par partie, on a

$$\int_0^l (T - R)\frac{dx}{ds}\frac{dy}{ds}\frac{d\omega}{ds} ds = \int_0^l \left[\left(\frac{dR}{ds} - \frac{dT}{ds}\right)\frac{dx}{ds}\frac{dy}{ds}\right.$$
$$\left. + (R - T)\frac{dx\,d^2y + dy\,d^2x}{ds^2}\right]\omega\, ds;$$

les termes hors du signe $\int$ se détruisant, à cause qu'ils seraient la différence des deux valeurs d'une même quantité, relatives aux deux limites $s=0$ et $s=l$, c'est-à-dire, à un même point de la courbe fermée ABC. On a d'ailleurs

$$\frac{dR}{ds}=R'\frac{dx}{ds}+R_{,}\frac{dy}{ds},\quad \frac{dT}{ds}=T'\frac{dx}{ds}+T_{,}\frac{dy}{ds}.$$

Si donc, nous faisons pour abréger,

$$P-\tfrac{1}{2}S_{,}-R'\left(1+\frac{dx^2}{ds^2}\right)+T'\frac{dx^2}{ds^2}+(T-R)\frac{d^2x}{ds^2}=X,$$

$$Q-\tfrac{1}{2}S'-T_{,}\left(1+\frac{dy^2}{ds^2}\right)+R_{,}\frac{dy^2}{ds^2}+(R-T)\frac{d^2y}{ds^2}=Y,$$

$$R\frac{dy^2}{ds^2}-S\frac{dx}{ds}\frac{dy}{ds}+T\frac{dx^2}{ds^2}=Z,$$

l'équation (6) deviendra finalement

$$\int_0^l V\left(\frac{dx}{ds}\delta y-\frac{dy}{ds}\delta x\right)ds+\int_0^l\left(Y\frac{dx}{ds}-X\frac{dy}{ds}\right)\omega\,ds$$
$$+\int_0^l Z\theta\,ds=0; \qquad (7)$$

ce qui est la forme la plus simple qu'on puisse lui donner.

(25) Dans les problèmes auxquels on appliquera cette équation, il arrivera quelquefois que la longueur de la courbe extérieure à laquelle elle se rapporte, ou, plus généralement, une ou plusieurs intégrales prises dans toute cette longueur, auront des valeurs données. Il suffira de considérer une de ces intégrales; on aurait égard à toutes les autres de la même manière; et, pour plus de simplicité, nous supposerons que

la fonction différentielle contenue sous le signe $\int$, soit seulement du premier ordre.

Soit donc, en un point quelconque de la courbe extérieure,

$$\frac{dx}{dz}=x', \quad \frac{dy}{dz}=y';$$

désignons par W une fonction donnée de x, y, z, x', y', et supposons qu'on ait

$$\int \mathrm{W}\,dz=\sigma;$$

σ étant une constante donnée, et l'intégrale s'étendant à la longueur entière de cette courbe, de sorte qu'elle soit la même chose que $\int_0^l \mathrm{W}\frac{dz}{ds}ds$.

Pour avoir égard à cette équation, il suffira, d'après la remarque du n° 13, d'ajouter à U, l'intégrale $\int \mathrm{W}\,dz$ multipliée par une constante indéterminée que je représenterai par c. Cela étant, le premier membre de l'équation (7) se trouvera augmenté du terme

$$c\delta.\int \mathrm{W}\,dz.$$

Or, si l'on fait

$$\frac{d\mathrm{W}}{dx}=\mu, \quad \frac{d\mathrm{W}}{dy}=\nu, \quad \frac{d\mathrm{W}}{dx'}=m, \quad \frac{d\mathrm{W}}{dy'}=n,$$

ce terme aura pour valeur

$$c\int\left[\left(\mu-\frac{dm}{dz}\right)(\delta x-x'\delta z)+\left(\nu-\frac{dn}{dz}\right)(\delta y-y'\delta z)\right]dz,$$

en regardant x et y comme des fonctions de z, dans la formule (5) du n° 7, et observant que la partie comprise hors du signe $\int$ se détruit, à cause que la courbe que l'on considère est une courbe fermée.

Supposons actuellement que cette courbe doive être tracée sur une surface dont nous représenterons l'équation différentielle par

$$dz = p\,dx + q\,dy;$$

p et q étant des fonctions données de x, y, z. On verra tout à l'heure comment le cas d'une courbe entièrement libre est compris dans celui que nous supposons. Les coordonnées x, y, z, d'un point quelconque de cette courbe, et ce qu'elles deviennent, savoir, $x+\delta x$, $y+\delta y$, $z+\delta z$, quand on les fait varier, devront satisfaire successivement à l'équation de la surface donnée; par conséquent, on pourra aussi la différentier par rapport à la caractéristique δ; et l'on aura

$$\delta z = p\,\delta x + q\,\delta y,$$

en même temps que l'équation précédente. On conclut de là

$$(\delta x - x'\,\delta z) = q\,(dy\,\delta x - dx\,\delta y),$$
$$(\delta y - y'\,\delta z) = p\,(dx\,\delta y - dy\,\delta x);$$

si donc on fait, pour abréger,

$$\mu - \frac{dm}{dz} = h, \quad \nu - \frac{dn}{dz} = k,$$

le terme qu'il faudra ajouter à l'équation (7) deviendra

$$c\int_0^l (kp - hq)\left(\frac{dx}{ds}\,\delta y - \frac{dy}{ds}\,\delta x\right) ds.$$

Il aura, comme on voit, la même forme que le premier terme de cette équation; et il en résulte que pour avoir égard à la condition d'une valeur donnée de l'intégrale $\int W\,dz$, il suffira de changer, dans l'équation (7), V en

$$V + c(kp - hq):$$

la constante c se déterminera dans chaque cas, d'après la valeur σ de cette intégrale $\int W\,dz$.

(26) Voyons maintenant les conséquences qui se déduisent de l'équation (7), ainsi modifiée, si cela est nécessaire.

Faisons, pour y parvenir,

$$\frac{dx}{ds}\delta y - \frac{dy}{ds}\delta x = \cos.\alpha\,\delta x + \cos.6\,\delta y = \varepsilon,$$

$$\omega = \delta z - z'\delta x - z_{,}\delta y = \varphi\sqrt{1 + z'^2 + z_{,}^2}.$$

Le point M de la courbe ABC, dont les coordonnées sont x et y, étant transporté dans la position qui répond aux coordonnées $x + \delta x$ et $y + \delta y$, on voit par la valeur de ε, que cette variation est le déplacement de M projeté sur la normale MN. Les cosinus des angles que fait la normale en un point quelconque de la surface demandée, avec les prolongements de ses coordonnées x, y, z, sont égaux à $-z'$, $-z_{,}$, $+1$, divisés par $\sqrt{1 + z'^2 + z_{,}^2}$; d'après cela, la variation φ est la projection sur cette normale, du déplacement de ce point, lorsque ses coordonnées deviennent $x + \delta x$, $y + \delta y$, $z + \delta z$; et dans l'équation (7), ce déplacement répond à un point quelconque de la courbe extérieure. Quant à la troisième variation arbitraire θ que renferme cette équation, elle dépend du changement d'inclinaison qu'éprouve le plan

tangente à la surface demandée, en un point quelconque de cette même courbe. Cela posé, si la seconde limite de U n'est astreinte à aucune condition donnée, les trois variations $\varepsilon, \varphi, \theta$, seront entièrement arbitraires et indépendantes entre elles; pour que l'équation (7) subsiste, il faudra donc que leurs coefficients sous le signe $\int$ soient séparément nuls; et il en résultera ces trois équations :

$$V = 0, \quad Y\frac{dx}{ds} - X\frac{dy}{ds} = 0, \quad Z = 0. \qquad (8)$$

Lorsque la seconde limite de U devra satisfaire à des conditions données, les trois variations $\varepsilon, \varphi, \theta$, ne seront plus indépendantes; et les équations (8), ou, du moins, une ou deux d'entre elles, n'auront plus lieu, et devront être remplacées par d'autres équations. Voici, à cet égard, les principaux cas qui pourront se présenter.

1° Supposons que la courbe extérieure soit fixe et donnée, et représentons ses deux équations par

$$f(x, y, z) = 0, \quad F(x, y, z) = 0. \qquad (9)$$

D'après la signification de ε et φ, ces variations seront nulles; ce qui fera disparaître les deux premiers termes de l'équation (7). Les deux premières équations (8) ne seront donc plus nécessaires; et elles se trouveront remplacées par les équations (9).

Supposons de plus que la surface demandée doive toucher, dans toute la longueur de la courbe extérieure, une surface fixe et donnée, qui sera, par exemple, celle dont l'équation est

$$F(x, y, z) = 0,$$

et dont je représenterai l'équation différentielle par

$$dz = p\,dx + q\,dy.$$

Il faudra, pour ce contact, que l'on ait

$$p = z', \quad q = z_{,},$$

dans tous les points de la courbe extérieure; mais ce ne sont pas deux nouvelles équations, distinctes l'une de l'autre; car la courbe étant déja l'intersection de la surface demandée et de la surface donnée, la différentielle dz, prise suivant sa direction, a la même valeur, soit qu'on la déduise de l'équation de la première ou de la seconde surface, ou autrement dit, on a déja

$$p\,dx + q\,dy = z'\,dx + z_{,}\,dy;$$

au moyen de quoi, l'une des équations $p = z'$ et $q = z_{,}$ est une suite de l'autre.

D'un autre côté, la variation φ et par suite ω, seront nulles, non-seulement pour tous les points de la courbe extérieure, mais même pour tous ceux d'une zone infiniment étroite dont cette courbe fera partie; on pourra donc différentier l'équation $\omega = 0$, suivant la direction de cette courbe et suivant toute autre direction; par conséquent, on aura, dans toute sa longueur,

$$\frac{d\omega}{ds} = 0, \quad \omega' = 0, \quad \omega_{,} = 0;$$

ce qui rendra nulle la quantité θ du n° 24, et fera disparaître le troisième terme de l'équation (7).

Ainsi, dans ce premier cas, les trois variations $\varepsilon, \varphi, \theta$,

étant nulles, l'équation (7) s'évanouira; les équations (8) qu'on en avait déduites n'auront plus lieu; et elles seront remplacées par les équations (9), données dans chaque problème, et par l'une des deux équations $p = z'$ ou $q = z_{,}$.

2° La courbe extérieure étant toujours fixe et donnée, d'où il résultera $\varepsilon = 0$ et $\omega = 0$, supposons que la seconde limite de U ne soit astreinte à aucune autre condition. L'équation $\omega = 0$ ne pourra plus être différentiée que suivant la direction de la courbe donnée; on aura alors

$$\frac{d\omega}{ds} = 0, \quad \omega' = -\theta\frac{dy}{ds}, \quad \omega_{,} = \theta\frac{dx}{ds};$$

et le facteur θ restant indéterminé, il faudra qu'on ait $Z = 0$, pour satisfaire à l'équation (7) réduite à son dernier terme.

Dans ce second cas, la troisième équation (8) subsistera donc; et les deux premières seront remplacées, comme dans le cas précédent, par les deux équations données de la courbe extérieure.

3° Si cette courbe n'est pas fixe, mais qu'elle soit seulement assujétie à se trouver sur une surface donnée qui aura pour équation

$$F(x, y, z) = 0; \qquad (10)$$

il faudra que les coordonnées x, y, z, d'un point quelconque de cette courbe, et les quantités correspondantes $x + \delta x$, $y + \delta y$, $z + \delta z$, satisfassent successivement à cette équation. On pourra donc la différentier par rapport à la caractéristique δ; et en représentant sa différentielle ordinaire par

$$dz = p\,dx + q\,dz,$$

on aura, en même temps,

$$\delta z = p\delta x + q\delta y;$$

par conséquent, la variation ω aura pour valeur

$$\omega = (p - z')\delta x + (q - z_{,})\delta y.$$

Je suppose, en outre, que la surface demandée doive être tangente à la surface donnée, dans toute l'étendue de la courbe extérieure. Il en résultera les deux conditions $p = z'$ et $q = z_{,}$, dont l'une sera une suite de l'autre, d'après ce qui a été dit dans le premier cas. Elles rendront nulle la valeur précédente de ω pour tous les points d'une zone infiniment étroite, comprenant la courbe extérieure; d'où l'on conclura $\theta = 0$, comme dans le premier cas. Les variations ω et θ étant nulles, l'équation (7) se réduira à son premier terme; et pour qu'elle ait lieu quelle que soit la variation ε qui reste arbitraire, il faudra qu'on ait $V = 0$, ou plutôt

$$V + c(kp - hq) = 0, \qquad (11)$$

si l'on suppose, comme dans le numéro précédent, que la valeur d'une certaine intégrale $\int W dz$ soit donnée.

Donc, dans ce troisième cas, les équations (8) seront remplacées par les équations (10) et (11), jointes à l'une des deux équations $p = z'$ et $q = z_{,}$.

4° La courbe extérieure étant toujours astreinte à se trouver sur la surface donnée par l'équation (10), mais le plan tangent à la surface demandée, n'étant assujéti à aucune condition le long de cette courbe, l'expression de ω du cas précédent aura encore lieu, sans qu'il en résulte aucune limitation de la quantité θ qui restera tout-à-fait ar-

bitraire et indépendante de δx et δy; son coefficient Z dans l'équation (7) devra donc être zéro; et en substituant l'expression de ω dans cette équation, elle deviendra

$$\int_0^l \left[\left(Y\frac{dx}{ds}-X\frac{dy}{ds}\right)(p-z')-V\frac{dy}{ds}\right]\delta x\,ds$$
$$+\int_0^l \left[\left(Y\frac{dx}{ds}-X\frac{dy}{ds}\right)(q-z_1)+V\frac{dx}{ds}\right]\delta y\,ds=0.$$

Or, les deux variations δx et δy étant arbitraires et indépendantes entre elles, il faudra que leurs coefficients soient séparément nuls; en ajoutant à V, la partie provenant de l'intégrale $\int W\,dz$ dont on suppose la valeur donnée, on aura donc

$$\left(Y\frac{dx}{ds}-X\frac{dy}{ds}\right)(p-z')=[V+c(kp-hq)]\frac{dy}{ds},$$
$$\left(X\frac{dy}{ds}-Y\frac{dx}{ds}\right)(q-z_1)=[V+c(kp-qh)]\frac{dx}{ds}.$$

Mais l'une de ces équations est une suite de l'autre; car si on les multiplie en croix, et qu'on supprime le facteur commun aux deux produits, on a

$$(p-z')\,dx=(z_1-q)\,dy;$$

équation qui résulte déja, comme on l'a vu dans le premier cas, de ce que la surface demandée et la surface donnée se coupent suivant la courbe extérieure que l'on considère. Ces équations peuvent s'écrire de cette autre manière :

$$Y(p-z')\,dx=[X(p-z')+V+c(kp-qh)]\,dy,$$
$$X(q-z_1)\,dy=[Y(q-z_1)+V+c(kp-hq)]\,dx;$$

et en les multipliant membre à membre et réduisant, il vient

$$V+c(kp-hq)+X(p-z')+Y(q-z_1)=0. \quad (12)$$

Ainsi dans ce quatrième cas, la troisième équation (8) aura lieu, et les deux autres seront remplacées par cette équation (12) jointe à celle de la surface donnée, dont la différentielle est représentée par $dz=p\,dx+q\,dy$.

5° Enfin, supposons que le plan tangent à la surface demandée puisse toujours varier arbitrairement le long de la courbe extérieure, et que cette courbe ne soit point astreinte à se trouver sur une surface donnée. L'équation $Z=0$ continuera d'avoir lieu. En écrivant l'équation (12) sous la forme :

$$V+c(kz'-hz_1)+(X+ck)(p-z')+(Y-ch)(q-z_1)=0,$$

multipliant par dx, et mettant $(z_1-q)dy$ à la place de $(p-z')dx$, on aura

$$[V+c(kz'-hz_1)]dx+[Y\,dx-X\,dy \\ -c(h\,dx+k\,dy)](q-z_1)=0.$$

Or, la quantité q est tout-à-fait arbitraire, puisque maintenant la surface qui avait $dz=p\,dx+q\,dy$ pour équation différentielle, n'est pas donnée; l'équation précédente devra donc se décomposer en deux autres; et en les joignant à l'équation $Z=0$, nous aurons

$$\left.\begin{aligned} &V+c(kz'-hz_1)=0,\\ &Y\,dx-X\,dy-c(h\,dx+k\,dy)=0,\\ &Z=0, \end{aligned}\right\} \quad (13)$$

pour les trois équations relatives à ce cinquième et dernier cas. Elles coïncident, comme cela devait être, avec les équations (8), lorsqu'on y fait $c=0$; ce qui revient à supprimer la condition d'une valeur donnée de l'intégrale $\int W\,dz$; en sorte qu'il n'existe plus aucune condition donnée, à laquelle la seconde limite de U soit assujétie.

(27) Tous ces raisonnements conviennent également à la première limite de U; et par les détails où nous venons d'entrer, on voit que les conditions du *maximum* ou du *minimum* de cette intégrale double, consistent en ce que, pour chaque limite, la surface demandée doit satisfaire simultanément à trois équations connues, qui seront données directement, ou qu'on formera, comme on vient de l'expliquer, dans les différents cas qui pourront se présenter. Ces deux systèmes de trois équations serviront à la détermination des quatre fonctions arbitraires que renfermera l'intégrale complète de l'équation $H=0$.

Lorsque la fonction différentielle V ne sera que du premier ordre, on aura

$$R=0,\quad S=0,\quad T=0;$$

l'équation aux différences partielles $H=0$ ne sera plus que du second ordre; on aura aussi

$$X=P,\quad Y=Q,\quad Z=0;$$

et les équations du numéro précédent se simplifieront et se réduiront à deux pour chaque limite de U.

Si l'on veut appliquer les formules du numéro précédent au cas d'une intégrale simple, il faudra supposer que la

quantité V ne soit fonction que de x, z, z', z''; d'où il résultera

$$Q=0, \quad S=0, \quad T=0.$$

Il faudra, en même temps, que la zone de la surface demandée à laquelle appartiendra l'intégrale U, soit comprise entre des plans parallèles à celui des y et z. La courbe ABC se réduira donc au système de deux droites parallèles à l'axe des y, limite des courbes ovales dont une dimension s'est allongée indéfiniment; et comme dans les équations dont il s'agit, les différentielles de x et y se rapportent à cette courbe, et que la différentielle ds est supposée constante, il y faudra faire

$$dx=0, \quad d^2x=0, \quad dy=ds, \quad d^2y=0.$$

La condition relative à la longueur n'aura plus lieu, en sorte qu'on devra aussi supprimer les termes qui en proviennent, ou faire $c=0$. Cela étant, les équations du numéro précédent coïncideront, dans tous les cas, avec celles qu'on déduirait du n° 5, en observant que les quantités qui ont été représentées par y et Q dans ce numéro, le sont maintenant par z et R, et que la fonction V étant supposée du second ordre, les quantités R, S, etc., de ce même numéro, sont égales à zéro. Cette coïncidence fournirait, s'il en était besoin, une confirmation de notre analyse relative aux intégrales doubles.

(28) Il y a des problèmes particuliers dans lesquels la courbe qui termine intérieurement la surface demandée, suivant l'hypothèse du n° 22, n'existe pas, et où par conséquent, les conditions relatives à cette courbe doivent être remplacées par d'autres, afin que les fonctions arbitraires,

contenues dans l'intégrale générale de l'équation $H=0$, ne restent pas indéterminées, et que ces problèmes puissent être complètement résolus. Cette circonstance peut se présenter, par exemple, dans la question où il s'agit de trouver une surface dont l'aire soit un *minimum* entre certaines limites. L'équation $H=0$ est alors aux différences partielles du second ordre, et son intégrale, contenant deux fonctions arbitraires, est connue sous forme finie. Or, si l'aire *minima* doit être une zone comprise entre deux courbes données, on conçoit que ces deux courbes par lesquelles devra passer la surface demandée, puissent servir à déterminer les deux fonctions arbitraires renfermées dans son équation, c'est-à-dire, dans l'intégrale de l'équation $H=0$, sauf la difficulté du calcul provenant de la complication de cette intégrale. On conçoit aussi que ces deux courbes puissent être remplacées par d'autres conditions qui soient toujours au nombre de deux. Mais si l'on demande que l'aire *minima* soit toute la portion de surface circonscrite par la courbe extérieure, il semble alors que l'intégrale de $H=0$ aura plus de généralité que la question, et que la courbe donnée ne suffira pas pour la détermination de ses deux fonctions arbitraires.

Pour faire disparaître cette indétermination apparente, supposons que l'on remplace les coordonnées rectangulaires x et y, par les coordonnées polaires r et θ; r étant le rayon vecteur et θ l'angle qu'il fait avec une droite fixe, menée par son origine dans le plan des x et y. Plaçons cette origine dans l'espace terminé par la projection DEF (n° 22) de la courbe intérieure, si elle existe; soient

$$r=f\theta, \quad z=\varphi\theta,$$

les deux équations de cette courbe, et

$$r = \mathrm{F}\theta, \quad z = \Phi\theta,$$

celles de la courbe extérieure dont la projection est ABC; relativement à la zone *minima*, les valeurs de r s'étendront depuis $r = f\theta$ jusqu'à $r = \mathrm{F}\theta$, et celles de θ, depuis $\theta = 0$ jusqu'à $\theta = 2\pi$, et l'on déterminera les fonctions arbitraires contenues dans l'intégrale de $\mathrm{H} = 0$, de manière que z devienne successivement $\varphi\theta$ et $\Phi\theta$ pour $r = f\theta$ et $r = \mathrm{F}\theta$: en dehors de cette zone, c'est-à-dire, pour des valeurs de r $< f\theta$ ou $> \mathrm{F}\theta$ par rapport à un angle θ quelconque, l'ordonnée z ne sera astreinte à aucune limitation, et pourra devenir infinie. Mais, si l'aire *minima* doit être toute la portion de surface dont la projection est circonscrite par la courbe ABC, les valeurs de r s'étendront depuis $r = 0$ jusqu'à $r = \mathrm{F}\theta$, pour chaque valeur de θ, et dans toute cette étendue, l'ordonnée z devra être une quantité finie. On supprimera donc, dans ce cas, la partie de l'intégrale de $\mathrm{H} = 0$ qui deviendrait infinie pour $r = 0$; et cette intégrale, ainsi modifiée, se trouvera réduite au degré de généralité de la question; en sorte que la seule condition de $z = \Phi\theta$ quand $r = \mathrm{F}\theta$, suffira pour achever la solution complète du problème.

Ainsi, la question de l'aire *minima* et d'autres semblables, se partagent en deux problèmes distincts quant à la détermination des fonctions arbitraires. Je ne fais qu'indiquer ici cette distinction sur laquelle je reviendrai dans une autre occasion.

Si la surface demandée est fermée de toutes parts, qu'il s'agisse, par exemple, de trouver la surface la plus étendue qui enveloppe un volume donné, les conditions de

ce *maximum* relatif ne fourniront plus aucune équation propre à déterminer les deux fonctions arbitraires que contiendra toujours l'intégrale complète de l'équation $H = 0$ appliquée à ce problème. C'est par d'autres considérations qu'il faudra réduire cette intégrale à ne plus renfermer que trois constantes arbitraires, savoir, les trois coordonnées du centre de la sphère qui résout la question et dont le rayon se déduira du volume donné. Je me propose de m'occuper, dans un autre Mémoire, de cette question particulière.

(29) Dans une *addition* à l'ouvrage intitulé : *Methodus inveniendi lineas etc.*, Euler détermine la figure de la lame élastique proprement dite, d'après un principe qui lui avait été communiqué par Daniel Bernouilli, et suivant lequel l'intégrale $\int \frac{ds}{\rho^2}$, prise dans toute l'étendue de cette courbe, doit être moindre que pour toute autre courbe de même longueur; ds étant l'élément différentiel de la courbe cherchée, et ρ désignant son rayon de courbure. Pour donner un exemple de l'usage des formules précédentes, nous étendrons par induction ce principe à la figure d'équilibre d'une lame élastique, courbe en tous sens, dont les points ne sont sollicités par aucune force donnée; et en désignant par ρ et ξ, les deux rayons de courbure principaux en un point quelconque de cette surface, ou plus généralement les rayons de courbure de deux sections normales perpendiculaires l'une à l'autre, et par $d\sigma$ son élément différentiel, nous supposerons qu'entre toutes les surfaces d'une même étendue, la surface élastique est celle qui répond au *minimum* de l'intégrale

$$\iint\left(\frac{1}{\rho}+\frac{1}{\xi}\right)^2 d\sigma.$$

Par la théorie connue de la courbure des surfaces, on sait que la somme $\frac{1}{\rho}+\frac{1}{\xi}$ a la même valeur pour tous les couples de sections normales et rectangulaires, faites par un même point. D'après les notations précédentes, cette valeur est

$$\frac{1}{\rho}+\frac{1}{\xi}=\frac{(1+z_1^2)z''-2z'z_1z_1'+(1+z'^2)z_{11}}{(1+z'^2+z_1^2)^{\frac{3}{2}}},$$

ou, ce qui est la même chose,

$$\frac{1''}{\rho}+\frac{1}{\xi}=u'+v_1,$$

en faisant, pour abréger,

$$u=\frac{z'}{\sqrt{1+z'^2+z_1^2}},\quad v=\frac{z_1}{\sqrt{1+z'^2+z_1^2}}.$$

On aura en même temps

$$d\sigma=\sqrt{1+z'^2+z_1^2}\,dx\,dy.$$

Si donc on désigne par c une constante indéterminée, et qu'on prenne

$$\mathrm{V}=(u'+v_1)^2+2c\sqrt{1+z'^2+z_1^2},$$

la question consistera (n° 21) à rendre un *minimum* absolu, l'intégrale $\iint \mathrm{V}\,dx\,dy$.

La quantité N du n° 19 sera nulle, et P, Q, R, S, T, auront pour valeurs :

$$P=2(u'+v_{,})\left(\frac{du'}{dz'}+\frac{dv_{,}}{dz'}\right)+2cu,$$

$$Q=2(u'+v_{,})\left(\frac{du'}{dz_{,}}+\frac{dv_{,}}{dz_{,}}\right)+2cv,$$

$$R=2(u'+v_{,})\left(\frac{du'}{dz''}+\frac{dv_{,}}{dz''}\right),$$

$$S=2(u'+v_{,})\left(\frac{du'}{dz_{,}'}+\frac{dv_{,}}{dz_{,}'}\right),$$

$$T=2(u'+v_{,})\left(\frac{du'}{dz_{,,}}+\frac{dv_{,}}{dz_{,,}}\right).$$

Il suffira donc de substituer ces valeurs et leurs différences premières et secondes par rapport à x et y, dans l'équation $H=0$ du n° 21, pour avoir l'équation indéfinie de la surface élastique, laquelle sera aux différences partielles du quatrième ordre. On substituera ces mêmes quantités dans les équations du n° 26, pour obtenir les équations relatives au contour de la surface élastique, dans tous les cas qui pourront se présenter.

Nous nous contenterons d'écrire ces différentes équations pour le cas où la surface élastique s'écartera peu d'une figure plane, parallèle au plan des x et y, et où l'on négligera, en conséquence, les termes de V, du quatrième ordre par rapport aux différences partielles de z; ce qui rendra les valeurs de P, Q, etc., et par suite, les équations dont il s'agit, exactes aux quantités près du troisième ordre.

Alors, on aura simplement

$$V=(z''+z_{,,})^2+2c+c(z'^2+z_{,}^2);$$

d'où l'on tirera

$$N=0,\ P=2cz',\ Q=2cz_{,},\ R=T=2(z''+z_{,,}),\ S=0;$$

au moyen de quoi l'équation $H=0$ deviendra

$$z^{IV}+2z_{,,}''+z_{,v}-c(z''+z_{,,})=0;$$

et si l'on représente par ζ une nouvelle inconnue, on pourra la remplacer par le système de ces deux équations du second ordre :

$$z'' + z_{,,} = \zeta, \quad \zeta'' + \zeta_{,,} = c\zeta. \qquad (a)$$

En vertu de ces valeurs de R, S, T, la quantité Z du n° 24, sera égale à 2ζ; pour fixer les idées, je supposerai que les limites de la surface élastique en équilibre soient des courbes fixes et données, mais que le plan tangent à cette surface ne soit assujéti à aucune condition le long de ces courbes; d'où il résultera, d'après le second cas du n° 26, qu'on devra joindre aux deux équations de chaque courbe limite, l'équation $Z = 0$ ou $\zeta = 0$, pour former les deux systèmes d'équations simultanées qui serviront, avec l'aire donnée de la lame élastique, à déterminer la constante c et les fonctions arbitraires contenues dans les intégrales des équations (a). Cette aire devra différer très-peu de sa projection sur le plan des x et y; et en désignant cette projection par λ et l'aire de la lame élastique par $\lambda(1+g)$, de sorte que g soit une fraction positive et très-petite, on aura

$$\lambda(1+g) = \iint \sqrt{1 + z'^2 + z_,^2}\, dx\, dy,$$

ou bien, au degré d'approximation où l'on s'est arrêté,

$$\lambda g = \frac{1}{2} \iint (z'^2 + z_,^2)\, dx\, dy. \qquad (b)$$

(30) On peut donner une forme différente à ces équations (a) et (b), en transformant les coordonnées rectangulaires x et y en coordonnées polaires. Soit r le rayon vecteur de la projection d'un point quelconque de la surface, sur le plan des x et y, et θ l'angle que ce rayon fait avec l'axe des x,

de sorte qu'on ait

$$x = r\cos.\theta, \quad y = r\sin.\theta.$$

L'ordonnée z deviendra une fonction de r et θ; on en conclura

$$\frac{dz}{dr} = z'\cos.\theta + z_{,}\sin.\theta,$$

$$\frac{dz}{d\theta} = z_{,}r\cos.\theta - z'r\sin.\theta;$$

d'où l'on tire

$$z' = \frac{dz}{dr}\cos.\theta - \frac{dz}{d\theta}\frac{\sin.\theta}{r},$$

$$z_{,} = \frac{dz}{dr}\sin.\theta + \frac{dz}{d\theta}\frac{\cos.\theta}{r};$$

et comme il faudra remplacer l'élément $dxdy$ par $rdrd\theta$, l'équation (b) deviendra

$$\lambda g = \frac{1}{2}\iint\left(\frac{dz^2}{dr^2} + \frac{1}{r^2}\frac{dz^2}{d\theta^2}\right)rdrd\theta. \qquad (c)$$

En mettant z' au lieu de z dans la valeur de z', nous aurons

$$z'' = \frac{dz'}{dr}\cos.\theta - \frac{dz'}{d\theta}\frac{\sin.\theta}{r};$$

en différentiant cette même valeur de z' successivement par rapport à r et à θ, il vient

$$\frac{dz'}{dr} = \frac{d^2z}{dr^2}\cos.\theta - \frac{d^2z}{drd\theta}\frac{\sin.\theta}{r} + \frac{dz}{d\theta}\frac{\sin.\theta}{r^2},$$

$$\frac{dz'}{d\theta} = \frac{d^2z}{drd\theta}\cos.\theta - \frac{d^2z}{d\theta^2}\frac{\sin.\theta}{r} - \frac{dz}{dr}\sin.\theta - \frac{dz}{d\theta}\frac{\cos.\theta}{r};$$

d'où il résultera

$$z'' = \frac{d^2z}{dr^2}\cos.^2\theta - 2\frac{d^2z}{drd\theta}\frac{\sin.\theta\cos.\theta}{r} + \frac{d^2z}{d\theta^2}\frac{\sin.^2\theta}{r^2} + \frac{dz}{dr}\frac{\sin.^2\theta}{r} + 2\frac{dz}{d\theta}\frac{\sin.\theta\cos.\theta}{r}.$$

On trouvera de même

$$z_{''} = \frac{d^2 z}{dr^2}\sin.^2\theta + 2\frac{d^2 z}{dr\,d\theta}\frac{\sin.\theta\cos.\theta}{r} + \frac{d^2 z}{d\theta^2}\frac{\cos.^2\theta}{r^2} + \frac{dz}{dr}\frac{\cos.^2\theta}{r} - 2\frac{dz}{d\theta}\frac{\sin.\theta\cos.\theta}{r^2}.$$

Les mêmes transformations s'appliqueront aux différences ζ'' et $\zeta_{''}$; et cela étant, les équations (a) se changeront en celles-ci :

$$\left.\begin{aligned} &\frac{d^2 z}{dr^2} + \frac{1}{r^2}\frac{d^2 z}{d\theta^2} + \frac{1}{r}\frac{dz}{dr} = \zeta, \\ &\frac{d^2\zeta}{dr^2} + \frac{1}{r^2}\frac{d^2\zeta}{d\theta^2} + \frac{1}{r}\frac{d\zeta}{dr} = c\zeta. \end{aligned}\right\} (d)$$

D'après l'hypothèse du numéro précédent, et en supposant que les courbes extérieure et intérieure qui terminent la surface demandée, soient déterminées par les mêmes équations que dans le n° 28, il faudra que la valeur de z que l'on obtiendra par l'intégration des équations (d), satisfasse simultanément aux trois équations

$$r = \mathrm{F}\theta, \quad z = \Phi\theta, \quad \zeta = 0, \qquad (e)$$

relatives à la limite extérieure de cette surface, et, en outre, aux trois équations simultanées

$$r = f\theta, \quad z = \varphi\theta, \quad \zeta = 0, \qquad (f)$$

qui répondent à sa limite intérieure. Dans le cas le plus ordinaire, cette seconde limite n'existera pas; d'après ce qu'on a expliqué plus haut, on remplacera les équations (f) par la condition que la valeur de z qui répond à $r = 0$ ne devienne point infinie; et il faudra qu'il en soit de même à l'égard de ζ, puisqu'on a supposé dans le numéro précédent que les

différences partielles de z, et par conséquent ζ, sont de très-petites quantités dans toute l'étendue de la surface que l'on considère. Afin qu'il ne reste aucun doute sur ce dernier cas, je vais effectuer tous les calculs dans l'hypothèse la plus propre à les simplifier, c'est-à-dire, en supposant que la lame élastique est circulaire et que sa figure d'équilibre est celle d'une surface de révolution.

(31) Si l'on prend l'axe de cette surface pour celui des z, les quantités ζ et z seront indépendantes de θ, et les équations (d) se réduiront à

$$\frac{d^2z}{dr^2}+\frac{1}{r}\frac{dz}{dr}=\zeta, \quad \frac{d^2\zeta}{dr^2}+\frac{1}{r}\frac{d\zeta}{dr}=c\zeta. \qquad (g)$$

En appelant α le rayon donné de la projection de la lame sur le plan des coordonnées r et θ, on aura $\lambda=\pi\alpha^2$; l'intégrale double que renferme l'équation (c) s'étendra depuis $\theta=0$ et $r=0$ jusqu'à $\theta=2\pi$ et $r=\alpha$, et cette équation deviendra

$$g=\tfrac{1}{2}6^2;$$

6 désignant la valeur de $\frac{dz}{dr}$ qui répond à $r=\alpha$, ou, autrement dit, l'inclinaison du plan tangent de la lame sur le plan de projection, en un point quelconque de son contour. Lorsque cette inclinaison sera donnée, on en conclura immédiatement le rapport $1+g$ de l'aire de la lame à l'aire de sa projection, et réciproquement. On peut supposer que le plan des coordonnées r et θ soit celui du contour de la lame; les équations (e) seront alors

$$r=\alpha, \quad z=0, \quad \zeta=0. \qquad (h)$$

Suivant ce que j'ai trouvé dans un autre Mémoire (*), l'intégrale complète de la seconde équation (g) est

$$\zeta = a\int_0^{\pi} e^{-r\sqrt{c}\cos.\omega}\, d\omega + b\int_0^{\pi} e^{-r\sqrt{c}\cos.\omega}\log.(r\sin^2\omega)\, d\omega;$$

a et b désignant les deux constantes arbitraires, et e la base des logarithmes népériens. Il est facile, en effet, de vérifier que cette valeur de ζ satisfait à la seconde équation (g); car on en déduit immédiatement

$$\frac{d^2\zeta}{dr^2}+\frac{1}{r}\frac{d\zeta}{dr} = ac\int_0^{\pi} e^{-r\sqrt{c}\cos.\omega}\cos.^2\omega\, d\omega - \frac{a\sqrt{c}}{r}\int_0^{\pi} e^{-r\sqrt{c}\cos.\omega}\cos.\omega\, d\omega$$
$$+ bc\int_0^{\pi} e^{-r\sqrt{c}\cos.\omega}\cos.^2\omega\log.(r\sin.^2\omega)\, d\omega$$
$$- \frac{b\sqrt{c}}{r}\int_0^{\pi} e^{-r\sqrt{c}\cos.\omega}\cos.\omega\log.(r\sin.^2\omega)\, d\omega$$
$$- \frac{2b\sqrt{c}}{r}\int_0^{\pi} e^{-r\sqrt{c}\cos.\omega}\cos.\omega\, d\omega;$$

par l'intégration par partie, on a

$$\frac{\sqrt{c}}{r}\int_0^{\pi} e^{-r\sqrt{c}\cos.\omega}\cos.\omega\, d\omega = -c\int_0^{\pi} e^{-r\sqrt{c}\cos.\omega}\sin.^2\omega\, d\omega,$$

$$\frac{\sqrt{c}}{r}\int_0^{\pi} e^{-r\sqrt{c}\cos.\omega}\cos.\omega\log.(r\sin.^2\omega)\, d\omega = -\frac{2\sqrt{c}}{r}\int_0^{\pi} e^{-r\sqrt{c}\cos.\omega}\cos.\omega\, d\omega$$
$$- c\int_0^{\pi} e^{-r\sqrt{c}\cos.\omega}\sin.^2\omega\log.(r\sin.^2\omega)\, d\omega;$$

(*) Journal de l'École polytechnique, 19e cahier, page 475.

ce qui réduit l'équation précédente à

$$\frac{d^2\zeta}{dr^2}+\frac{1}{r}\frac{d\zeta}{dr}=ac\int_0^{\pi} e^{-r\sqrt{c}\cos.\omega}\,d\omega + bc\int_0^{\pi} e^{-r\sqrt{c}\cos.\omega}\log.(r\sin.^2\omega)\,d\omega,$$

laquelle coïncide avec la seconde équation (c), en vertu de la valeur de ζ.

Je fais $b=0$, et je supprime le second terme de cette valeur, sans quoi la quantité ζ deviendrait très-grande près du centre de la lame, et infinie à ce centre même. On aura donc simplement

$$\zeta=a\int_0^{\pi} e^{-r\sqrt{c}\cos.\omega}\,d\omega,$$

ou, ce qui est la même chose,

$$\zeta=a\left(\int_0^{\frac{1}{2}\pi} e^{-r\sqrt{c}\cos.\omega}\,d\omega+\int_0^{\frac{1}{2}\pi} e^{r\sqrt{c}\cos.\omega}\,d\omega\right).$$

En vertu de la troisième équation (h), il en résultera

$$\int_0^{\frac{1}{2}\pi} e^{-\alpha\sqrt{c}\cos.\omega}\,d\omega+\int_0^{\frac{1}{2}\pi} e^{\alpha\sqrt{c}\cos.\omega}\,d\omega=0;$$

et si l'on remplace $c\alpha^2$ par une autre constante $-\gamma^2$, on aura

$$\int_0^{\frac{1}{2}\pi}\cos.(\gamma\cos.\omega)\,d\omega=0, \qquad (i)$$

pour déterminer γ. La valeur de ζ deviendra

$$\zeta=a\int_0^{\frac{1}{2}\pi}\cos.\frac{\gamma r\cos.\omega}{\alpha}\,d\omega,$$

en y mettant $\frac{1}{2}a$ au lieu de a. Je la substitue dans la première équation (g); en intégrant ensuite, il vient

$$\frac{dz}{dr} = \frac{a\alpha}{\gamma}\int_0^{\frac{1}{2}\pi} \sin.\frac{\gamma r \cos.\omega}{\alpha}\,\frac{d\omega}{\cos.\omega}$$

$$-\frac{a\alpha^2}{\gamma^2 r}\int_0^{\frac{1}{2}\pi}\left(1-\cos.\frac{\gamma r\cos.\omega}{\alpha}\right)\frac{d\omega}{\cos.^2\omega}+\frac{C}{r};$$

C étant la constante arbitraire. Pour que $\frac{dz}{dr}$ ne devienne pas très-grand pour de très-petites valeurs de r, et infini pour $r=0$, il faut qu'on ait $C=0$. Pour $r=\alpha$, on aura ensuite

$$6 = \frac{a\alpha}{\gamma}\int_0^{\frac{1}{2}\pi}\sin.(\gamma\cos.\omega)\frac{d\omega}{\cos.\omega} - \frac{a\alpha}{\gamma^2}\int_0^{\frac{1}{2}\pi}\left[1-\cos.(\gamma\cos.\omega)\right]\frac{d\omega}{\cos.^2\omega};$$

équation qui servira à déterminer la constante a, d'après la valeur donnée de 6 ou $\sqrt{2g}$. En intégrant de nouveau, et désignant par f la constante arbitraire, nous aurons enfin

$$z = f+\frac{a\alpha^2}{\gamma^2}\int_0^{\frac{1}{2}\pi}\left(1-\cos.\frac{\gamma r\cos.\omega}{\alpha}\right)\frac{d\omega}{\cos.^2\omega}$$

$$-\frac{a\alpha^2}{\gamma^2}\int_0^{\frac{1}{2}\pi}\left[\int\left(1-\cos.\frac{\gamma r\cos.\omega}{\alpha}\right)\frac{dr}{r}\right]\frac{d\omega}{\cos.^2\omega},$$

pour l'équation de la surface demandée. Si l'on suppose que l'intégrale relative à r, qui est indiquée dans le dernier terme de cette formule, commence avec r, la constante f sera la flèche de cette surface, c'est-à-dire, la valeur de l'ordonnée z correspondante à son centre, ou à $r=0$. D'après la seconde équation (h), la valeur de f sera

$$f=\frac{a\alpha^2}{\gamma^2}\int_0^{\frac{1}{2}\pi}\left[\int_0^{\alpha}\left(1-\cos.\frac{\gamma r\cos.\omega}{\alpha}\right)\frac{dr}{r}\right]\frac{d\omega}{\cos.^2\omega}$$
$$-\frac{a\alpha^2}{\gamma^2}\int_0^{\frac{1}{2}\pi}\left[1-\cos.(\gamma\cos.\omega)\right]\frac{d\omega}{\cos.^2\omega}.$$

Nous pouvons remplacer par des séries convergentes, les intégrales définies qui entrent dans ces différentes formules. De cette manière, l'équation (i) deviendra

$$1-\gamma'+\frac{\gamma^4}{(1.2)^2}-\frac{\gamma^6}{(1.2.3)^2}+\text{etc.}=0, \qquad (k)$$

en y mettant 2γ au lieu de γ. Les valeurs de γ^2 qu'on en déduit, en nombre infini, sont, comme on sait, toutes réelles et positives : la plus petite est, à très-peu près (*),

$$\gamma^2=1{,}4679649\,1.$$

On aura, en même temps,

$$\zeta=\frac{1}{2}\pi a\left(1-\frac{\gamma^2r^2}{\alpha^2}+\frac{\gamma^4r^4}{(1.2)^2\alpha^4}-\frac{\gamma^6r^6}{(1.2.3)^2\alpha^6}+\text{etc.}\right),$$
$$\frac{dz}{dr}=\frac{1}{4}\pi a r\left(1-\frac{\gamma^2r^2}{2\alpha^2}+\frac{\gamma^4r^4}{3(1.2)^2\alpha^4}-\frac{\gamma^6r^6}{4(1.2.3)^2\alpha^6}+\text{etc.}\right),$$
$$z=f+\frac{1}{8}\pi a r^2\left(1-\frac{\gamma^2r^2}{4\alpha^2}+\frac{\gamma^4r^4}{9(1.2)^2\alpha^4}-\frac{\gamma^6r^6}{16(1.2.3)^2\alpha^4}+\text{etc.}\right).$$

Les équations d'où dépendent les valeurs de a et f seront

$$\mathcal{C}=\frac{1}{4}\pi a\alpha\left(1-\frac{\gamma^2}{2}+\frac{\gamma^4}{3(1.2)^2}-\frac{\gamma^6}{4(1.2.3)^2}+\text{etc.}\right),$$
$$0=f+\frac{1}{8}\pi a\alpha^2\left(1-\frac{\gamma^2}{4}+\frac{\gamma^4}{9(1.2)^2}-\frac{\gamma^6}{16(1.2.3)^2}+\text{etc.}\right);$$

(*) Ce nombre, qui se présente dans plusieurs problèmes, a été calculé par M. Largeteau, secrétaire du Bureau des longitudes.

ce qui montre que, toutes choses d'ailleurs égales, la flèche f sera proportionnelle au rayon α de la lame : en employant la plus petite valeur de γ^2, on aura

$$f = -\alpha\,6\,(1{,}60197).$$

Pour cette même valeur de γ^2, l'ordonnée z aura le même signe que f dans toute l'étendue de la lame, dont la surface ne présentera aucune sinuosité; en sorte, qu'abstraction faite du signe, z décroîtra continuellement, depuis le centre jusqu'au contour; et c'est pour cela qu'on trouve f de signe contraire à celui de 6.

Si l'on substitue successivement dans l'expression de z, différentes valeurs de γ^2 tirées de l'équation (k), il en résultera autant de figures différentes de la lame circulaire en équilibre. Leur nombre sera infini, comme celui des figures de la lame ordinaire, qui n'est courbe qu'en un seul sens; et le nombre de leurs sinuosités augmentera de plus en plus avec la valeur de γ^2 dont on fera usage. Il sera nul, comme on vient de le dire, et la lame n'éprouvera aucune inflexion dans le cas de la plus petite valeur de γ^2. Dans tous les cas, l'inclinaison du plan tangent sera nulle, au centre de la lame; car, d'après la valeur de z, on a $\frac{dz}{dr} = 0$ pour $r = 0$.

CONSIDÉRATIONS GÉNÉRALES

SUR

Les changements qui s'opèrent dans l'état électrique des corps, par l'action de la chaleur, du contact, du frottement et de diverses actions chimiques, et sur les modifications qui en résultent quelquefois dans l'arrangement de leurs parties constituantes.

PAR M. BECQUEREL.

SECONDE PARTIE.

§ Ier.

Considérations générales sur le développement de l'électricité dans tous les corps par le frottement.

COULOMB, qui s'est livré avec un esprit philosophique à des recherches sur le développement de l'électricité par friction, a essayé de remonter aux causes de ce singulier phénomène; mais tous ses efforts l'ont conduit seulement à conjecturer que les dilatation et les compression éprouvées par les particules des surfaces des corps, avaient une influence déterminante sur la nature de l'électricité développée sur chacune d'elles. L'état de la science ne lui permit pas alors de tirer d'autre conséquence de ses expériences. M. Dessai-

gues, après lui, a ajouté un grand nombre de faits à cette branche de nos connaissances, mais comme il n'a suivi aucune marche analytique dans ses recherches, il est difficile souvent d'en saisir les rapports. Depuis dix ans, les découvertes sur cette partie de la physique se sont tellement multipliées que l'on peut, en coordonnant les faits et y ajoutant quelques observations nouvelles, hasarder des considérations théoriques sur les causes qui produisent le dégagement de l'électricité par frottement. Je vais présenter le résultat de mes observations à cet égard, avec toute la réserve cependant que l'on doit avoir dans une question aussi importante et qui est encore enveloppée de tant d'obscurité.

Dans le frottement et la pression, l'élasticité des particules paraît avoir une certaine influence sur le dégagement de l'électricité ; mais quelle est cette influence ? on croit généralement que le frottement est dû à l'entrelacement réciproque des aspérités qui recouvrent les surfaces de contact; est-ce bien là la cause unique du phénomène ? l'action des molécules les unes sur les autres ne contribue-t-elle pas aussi à sa production ? On cite en faveur de la première opinion que le frottement est d'autant plus grand que les corps sont plus rudes et plus couverts d'aspérités; et en faveur de la seconde, que si l'on prend deux plaques de marbre ou deux plaques de verre parfaitement polies, et qu'on les fasse glisser l'une sur l'autre, pour qu'elles se touchent le plus exactement possible, elles finissent par adhérer fortement l'une à l'autre, indépendamment de la pression de l'air, puisque cet effet a encore lieu dans le vide. On a remarqué, en outre, que les mêmes corps, après être restés pendant quelque temps en contact, opposaient plus de résistance à

leur séparation que dans le premier moment; tout porte donc à croire que l'attraction moléculaire est aussi une des causes du frottement. Cette réaction, en déterminant un dérangement dans l'état d'équilibre des molécules, doit troubler aussi celui des forces électriques, car il est hors de doute maintenant qu'il y a dégagement d'électricité, toutes les fois que les molécules des corps éprouvent un déplacement quelconque. De plus, l'action chimique étant ordinairement une des causes principales du dégagement de l'électricité, ne doit-on pas rechercher aussi jusqu'à quel point les altérations passagères qu'éprouvent les surfaces des corps, pendant le frottement, influent sur la production des phénomènes? Enfin ces phénomènes, qui ont tant de rapports avec ceux de la chaleur, ne seraient-ils pas dus, comme eux, à des mouvements vibratoires de la substance éthérée qui est censée répandue dans tout l'espace. Voilà plusieurs questions fondamentales à examiner, qui se rattachent naturellement à l'arrangement des molécules dans les corps. J'envisage, comme on voit, le dégagement de l'électricité par friction, de la manière la plus générale et sans esprit de système, puisque je mets en avant toutes les causes probables qui peuvent y concourir.

Nos connaissances sur les phénomènes électriques de frottement sont peu étendues et se bornent aux faits suivants :

Lorsque l'on frotte deux corps l'un contre l'autre, ils prennent chacun un excès d'électricité contraire; celui qui a un aspect vitreux manifeste assez généralement l'électricité positive, et celui dont la surface est recouverte d'aspérités l'électricité contraire. Le corps dont on élève la température acquiert la tendance négative; les plus légères cir-

constances décident souvent du partage de l'électricité, dans les corps mauvais conducteurs; l'état de leur surface paraît donc avoir autant d'influence sur la production du phénomène que la nature de la substance. Ces données, comme on voit, nous laissent dans l'ignorance la plus absolue sur la cause du dégagement de l'électricité. Sans prétendre la faire connaître, je crois pouvoir démontrer qu'elle est liée jusqu'à un certain point à celle qui produit la chaleur.

§ II.

Du développement de l'électricité dans les métaux par le frottement et la chaleur.

Pour procéder avec méthode et aller du simple au composé, je commencerai par les métaux, dont les effets électriques de friction ne sont pas aussi variables que dans les autres corps, quand il existe de légères différences dans l'état de leurs surfaces. J'ai fait connaître, il y a quelques années, le fait suivant : lorsque l'on fixe à chaque bout du fil d'un galvanomètre, une plaque de métal différent et qu'on pose les deux plaques l'une sur l'autre en les maintenant à la température de l'air ambiant, il n'y a aucun dérangement dans l'équilibre des forces électriques ; mais pour peu qu'on les fasse glisser l'une sur l'autre avec un léger frottement, chacune d'elles prend un excès d'électricité contraire, qui donne naissance aussitôt à un courant. En soumettant ainsi à l'expérience un certain nombre de plaques métalliques, on forme le tableau suivant dans lequel chaque métal est négatif par rapport à ceux qui le précèdent. Bismuth, nickel,

cobalt, palladium, platine, plomb, étain, cuivre, or, argent, zinc, fer, cadmium, arsenic, antimoine. Cet ordre est précisément le même que celui obtenu dans des circuits formés de deux des métaux précédents, quand on élève la température de l'une des jonctions, tandis que celle de l'autre reste constante. Rien n'annonce que des actions chimiques ordinaires l'aient déterminé, car l'or et le platine ainsi que les métaux qui éprouvent peu d'altération à l'air, devraient se trouver à la suite les uns des autres ; ce qui n'est pas. L'espèce d'électricité acquise par chaque lame est indépendante du plus ou moins de frottement que chacune d'elles éprouve. En effet, au lieu de plaques opérons avec des cylindres d'un décimètre de longueur et de 3 à 4 millimètres de diamètre ; prenons d'abord un cylindre de fer et un autre de cuivre, et passons rapidement le bout de l'un sur la surface de l'autre, dans toute sa longueur, pour que les mêmes points du premier soient soumis continuellement au frottement et s'échauffent par conséquent davantage que les points de la surface de l'autre : puis répétons l'expérience d'une manière inverse ; dans l'un et l'autre cas le courant ira dans le même sens. Ce résultat nous prouve évidemment que le plus ou moins de frottement qu'éprouve chacune des surfaces n'a aucune influence sur l'espèce d'électricité acquise par chacune d'elles, admettons donc comme conséquence rigoureuse que le plus ou moins de chaleur développée sur chacune des surfaces ne détermine pas non plus le sens du courant : ce fait avait déja été démontré dans le chapitre des phénomènes thermo-électriques.

J'ai dit que les effets électriques de frottement étaient semblables à ceux que l'on obtient quand on élève seule-

ment la température de l'une des jonctions des deux lames de métal : plusieurs questions se présentent ici : le dégagement de la chaleur qui a lieu dans le frottement n'est-il pas la cause productive du courant? Le frottement en augmentant la force attractive des corps n'exalte-t-il pas les effets électriques qui résultent de l'action de cette force, ou bien ne détermine-t-il pas un ébranlement particulier dans les molécules de chaque corps, dont la différence produit les effets? Les expériences suivantes serviront, je crois, à fixer les idées à cet égard : soient deux lames de bismuth et d'antimoine soudées chacune à un fil de cuivre cc' en communication avec un multiplicateur; si par l'effet du frottement d'une partie de ab sur une partie de cd, il y a dégagement d'électricité, les deux électricités se combineront aussitôt que le frottement qui les a produites aura cessé, une portion sur la surface même du contact, et l'autre en suivant le circuit. On conçoit effectivement que le dérangement continuel des parties frottées, mettant à chaque instant une certaine distance entre celles qui ont subi les premières l'effet du frottement et les dernières, il arrive nécessairement qu'une portion des deux électricités éprouve moins de difficulté à suivre le circuit abc, pour se recombiner, que la distance qui sépare les premières parties frottées des dernières; c'est le cas d'un courant, qui se partage en deux autres, suivant le degré de conductibilité de chacun des circuits. L'expérience suivante justifie cette explication : au lieu de passer les deux lames l'une sur l'autre avec frottement, on les presse ou on les frappe fortement, à coups redoublés, de manière cependant à éviter le frottement latéral; il n'y a production d'aucun courant, quoique les surfaces soient plus fortement ébranlées, et qu'il y ait plus de chaleur de dégagée que lorsqu'on

frottait légèrement les deux lames l'une sur l'autre; il faut donc, puisque les mêmes points des surfaces restent constamment en contact, 1° que l'électricité dégagée sur chacune d'elles, n'ait pas eu besoin, pour se recombiner, de suivre le circuit abc, la recomposition s'est opérée alors instantanément; 2° que la chaleur produite dans le frottement ne soit pas la cause unique des effets électriques, car celle qui se dégage dans un choc très-fort et qui est plus considérable que celle produite dans un faible frottement, ne trouble pas l'équilibre des forces électriques, qui ordinairement l'est avec l'appareil dont je me suis servi, pour une différence de température d'un demi-degré; quoiqu'il y ait de la chaleur dégagée, elle ne suffit pas pour produire des effets thermo-électriques. Il est donc prouvé par les faits que je viens d'exposer, que le déplacement des parties des surfaces frottées, donne lieu à un dégagement de chaleur et à un dégagement d'électricité qui sont indépendants l'un de l'autre, mais soumis probablement à cette condition que le corps qui s'échauffe le plus est précisément celui qui prend l'électricité négative; mais par cela même qu'ils sont simultanés et indépendants, doit-on les considérer comme du même ordre, c'est-à-dire que si l'un provient d'un mouvement vibratoire, imprimé à une substance éthérée, l'autre ne résulterait-il pas d'un mouvement analogue plus ou moins rapide? Tout porte à le croire, quand on rapproche des faits précédents les considérations que j'ai présentées dans la première partie de ce mémoire, sur les phénomènes électriques qui accompagnent ordinairement la propagation de la chaleur dans les métaux, laquelle s'opère par une suite de décompositions et de recompositions de fluide électrique.

D'après ce qui se passe dans le choc et la pression des disques de métal, où le contact des molécules ne change pas, il ne doit pas y avoir d'électricité rendue libre, quand on fait vibrer les corps élastiques, car bien que les molécules éprouvent toutes un déplacement, elles ne cessent pas d'être liées entre elles par la force d'agrégation; dès-lors les deux électricités dégagées dans deux molécules contiguës, doivent se recombiner pour former immédiatement du fluide neutre, comme dans le cas du choc. En général, dans toutes les expériences sur le dégagement de l'électricité, on n'obtient d'électricité libre qu'autant qu'il en échappe à la recomposition.

L'expérience suivante prouvera qu'effectivement il n'y a pas d'électricité dégagée pendant la vibration des cordes métalliques. Soit un circuit formé de deux fils, fer et cuivre, soudés en c et c'; on tend fortement la partie $a\,c\,a'$ aux points a et a', puis on la fait vibrer, au moyen d'un archet appliqué en b; on n'observe alors aucun courant dans le circuit, ainsi point de dégagement d'électricité. Cette expérience prouve en outre que les mouvements vibratoires qu'éprouvent les molécules ne changent pas leur température, car si elle eût été modifiée au point c, on aurait eu un courant, attendu que la partie $d\,c\,d'$ ne participe pas au même mode de vibration.

Après avoir exposé les phénomènes électriques qui accompagnent ordinairement le frottement de deux lames de métal, il est tout naturel d'examiner les modifications qu'ils éprouvent, quand l'un des deux métaux est réduit en limaille plus ou moins fine. C'est le seul moyen de reconnaître jusqu'à quel point l'état moléculaire et par suite la force d'agrégation influent sur ces phénomènes.

J'ai fait voir il y a déja quelques années que lorsqu'on jette de la limaille d'un métal sur une lame de ce métal, celle-ci prend un excès d'électricité positive et la limaille un excès d'électricité contraire; que l'effet est d'autant plus marqué que la limaille est plus fine et le choc plus rapide; et qu'en général les métaux réduits en limaille, lorsqu'ils tombent sur les lames d'un autre métal, ont une tendance à prendre l'électricité négative; mais que cette tendance n'empêche pas que la limaille d'un métal positif ne soit positive par rapport aux métaux les plus négatifs. Toutes ces conséquences sont exactes, comme j'ai eu l'occasion de le vérifier depuis; mais il est nécessaire que je reprenne en détail les faits déjà exposés et que j'en présente de nouveaux pour remonter aux causes probables de leur production.

Le zinc en limaille, avons-nous dit, est positif par rapport aux substances en lames dont les noms suivent : le platine, l'or, l'argent, le carbure de fer, le persulfure de fer, le cuivre et l'étain; il est négatif au contraire par rapport au zinc, au bismuth, à l'antimoine et au fer; mais plus fortement avec le premier qu'avec les derniers. Enfin il ne donne aucun signe d'électricité avec le peroxide de manganèse. On peut faire quatre hypothèses pour expliquer ces effets : 1° faire intervenir l'influence des agents extérieurs sur les métaux; 2° celle de la chaleur qui se dégage pendant le frottement; 3° l'altération des métaux en raison de leur action réciproque; 4° le dérangement des molécules, qui n'est pas le même dans chacun des deux corps soumis à l'expérience. Cherchons celle de ces hypothèses qui explique le mieux les faits; nous l'adopterons pour la cause probable de leur production, sauf à la modifier ou même à la changer, si de nou-

velles découvertes l'exigent. Cette marche est la plus directe pour arriver à la vérité.

Peut-on admettre que la différence des actions de l'air et de l'eau atmosphérique sur les métaux, secondées par le frottement, suffise pour dégager de l'électricité? On sait que lorsque le zinc s'oxide, l'électricité négative est repoussée dans son intérieur et dans celle des métaux avec lesquels il est en contact, tandis que l'électricité positive se répand sur sa surface. Cela posé, quand la limaille de zinc tombe sur le platine, l'or ou un corps peu oxidable, elle doit leur céder l'électricité négative, due à son oxidation, et porter l'électricité contraire à la capsule destinée à la recevoir. L'expérience confirme ce résultat; mais pourquoi n'en est-il pas de même aussi à l'égard du peroxide de manganèse, qui n'éprouve, comme l'or et le platine, aucune altération à l'air? De plus, la limaille de zinc est négative par rapport au zinc, au fer, au bismuth et à l'antimoine; il faudrait donc qu'elle fût moins attaquée par l'air et l'eau que ne le sont ces trois métaux en lames, ce qui et difficile à admettre; car un corps, dans un grand état de division, est toujours plus facilement attaqué par les agents chimiques que lorsqu'il est en masse.

Le peroxide de manganèse réduit en parties très-fines est négatif par rapport à tous les métaux et aux substances conductrices de l'électricité; comment cette propriété pourrait-elle être attribuée à une oxidation, puisque ce corps n'éprouve aucune altération connue à l'air, à la température ordinaire, comme l'or et le platine? On ne peut donc faire intervenir ici l'action d'agents extérieurs.

Voici un exemple qui tend à prouver que le phénomène

dépend de propriétés relatives à la structure des corps. L'antimoine est le plus électro-positif des métaux dans les circuits fermés, soit par l'action du frottement, soit par celle de la chaleur; on trouve d'abord que la limaille de ce métal est positive par rapport aux lames de même métal; voilà un cas d'exception et le seul que j'aie observé dans le frottement des limailles sur des lames de même métal, car ordinairement elles sont négatives. La même limaille est positive avec tous les autres métaux, excepté seulement avec le zinc. Nous retrouvons dans ces divers cas la grande faculté électro-positive de l'antimoine, faculté dont jouit encore le métal en limaille et qui ne peut être attribuée, comme je l'ai prouvé dans d'autres circonstances, à la réaction de l'air. C'est une propriété qui lui est propre.

Il s'agit d'examiner maintenant si la chaleur qui se dégage dans le frottement des lames et des limailles ne serait pas une des causes du phénomène. Dans les expériences précédentes, on a supposé que tous les corps étaient à la température ordinaire; opérons dans d'autres circonstances; faisons varier la température soit des lames, soit des limailles.

	LIMAILLES. État électrique à la température ordinaire.	LAMES DE MÉTAL. État électrique à la température ordinaire.	EFFETS obtenus en élevant la température des limailles jusqu'à 60°.	EFFETS obtenus en élevant les températures des limailles et des lames jusqu'à 60°.
1	Zinc +	Platine —	Le zinc devient négatif.	Le zinc devient plus fortement négatif.
		Or —		
		Argent —		
		Cuivre —		
		Carbure de fer. —		
2	Zinc —	Zinc +	Les effets électriques augmentent.	Ils augmentent également.
		Fer +		
		Bismuth +		
		Antimoine +		
3	Peroxide de manganèse —	Or —	Les effets sont fortement exaltés.	
		Platine —		
		Cuivre —		
		Zinc —		
		Peroxide de manganèse —		
		Etc.		

Les résultats consignés dans le premier groupe montrent qu'à mesure que l'on élève la température, soit de la limaille de zinc, soit de la limaille et des lames de métal, les résultats deviennent inverses de ceux obtenus à la température ordinaire. Les résultats des deuxième et troisième

groupes font connaître aussi que la chaleur exalte le pouvoir négatif du zinc et du peroxide de manganèse. La tendance de la limaille de zinc pour devenir négative par l'action de la chaleur est donc telle que lorsqu'elle est positive; elle perd peu à peu cette faculté, devient nulle, puis négative. Nous pouvons conclure de là que la chaleur agit ici comme la division dans les limailles, c'est-à-dire qu'elle augmente la tendance négative des corps comme le font les limailles que l'on divise de plus en plus; nous voyons encore là la preuve de l'assertion dont j'ai eu l'occasion plusieurs fois de montrer l'exactitude, savoir que les causes d'où dépend le dégagement de l'électricité, sont essentiellement liées à celles qui constituent la force d'agrégation. S'il était possible de saisir un atome de métal quelconque et qu'on le laissât tomber sur une lame de même métal, il serait éminemment négatif en même temps qu'il s'échaufferait le plus. Les faits nous manquent pour pousser plus loin les conséquences.

Tous les phénomènes produits dans le frottement des limailles sur les lames ne doivent donc pas être attribués à la chaleur dégagée pendant le frottement; la chaleur, ainsi que le fluide électrique qui l'accompagne, n'est qu'une conséquence de l'ébranlement des molécules, comme on l'a vu aussi dans le frottement des lames de métal. La troisième cause à laquelle on pourrait rapporter le phénomène est l'altération qu'éprouvent quelquefois les poussières métalliques pendant leur frottement sur les lames de métal; altération qui serait la même que celle produite dans le frottement de deux lames; or, quelle est sa nature? ce ne peut être qu'une oxidation, une réduction ou une combinaison dépendante de la nature

des corps; je ferai remarquer que l'électricité, qui se dégage dans les actions chimiques, possède un caractère qui lui est propre, sa tension est ordinairement si faible, qu'il faut employer pour la rendre sensible un condensateur ou un multiplicateur; tandis que dans le cas que nous considérons, il suffit pour cela d'un électroscope ordinaire. Dans le frottement des métaux, la tension est donc incomparablement plus forte. Cette différence doit suffire, suivant nous, pour ne pas admettre que la cause du dégagement dans l'un et l'autre cas soit la même. Ainsi, nous rejetons ici l'action chimique comme cause productrice; en dernière analyse, nous sommes toujours conduits à reconnaître que les phénomènes électriques qui nous occupent, dépendent d'une différence dans les modes d'agrégation des molécules des surfaces soumises à l'expérience et par suite dans leurs facultés vibrantes quand elles sont dérangées de leur position d'équilibre ordinaire. Une considération qui tend encore à confirmer cette opinion, c'est que les effets sont encore les mêmes dans deux corps de même nature dont l'état d'agrégation n'est pas le même.

Pour bien faire connaître jusqu'à quel point l'état moléculaire influe sur ces phénomènes, j'ai pensé qu'il fallait soumettre le frottement des limailles sur les lames à un mode d'action régulier, qui permît toujours d'opérer dans les mêmes circonstances. On y parvient au moyen des dispositions suivantes : on prend une horloge à ressort, qui imprime un mouvement rapide de rotation à une tige verticale à l'extrémité de laquelle on fixe une lame de métal horizontale. Lorsqu'on projette sur cette lame des poussières quelconques, elles sont lancées aussitôt à une certaine distance,

de sorte que le contact n'est qu'instantané. En posant l'appareil sur un électroscope, celui-ci accuse l'électricité que la lame a prise à la limaille dans le temps excessivement court que le frottement a duré. Voici quelques résultats obtenus avec cet appareil : le peroxide de manganèse en poudre projeté sur une lame de zinc, d'étain ou d'or soumise à un mouvement rapide de rotation, prend l'électricité négative; l'argent très-divisé, le sulfure de fer en poudre, donnent le même résultat; le peroxide de manganèse est de toutes les substances minérales que j'ai soumises à l'expérience, celle qui a donné le plus grand effet. L'action de l'air, comme je l'ai déja dit, ne peut avoir aucune influence, puisque l'effet est le même que le métal soit oxidable ou non. La limaille de zinc ne donne aucune électricité quand elle tombe sur une lame de même métal en mouvement, tandis qu'elle en reçoit un lorsque la même lame est en repos et que l'on projette dessus de la limaille; celle-ci, comme on sait, prend alors l'électricité négative. Cette expérience prouve que la vitesse de rotation imprimée à la lame de zinc augmente sa tendance négative, et que, dans la même circonstance, pour conserver à la limaille sa faculté négative, il faudrait pouvoir la projeter dessus en poudre impalpable. La vitesse dont sont animées toutes les parties de la surface du zinc détermine un ébranlement dans toute la masse qui, comme on sait, est une des causes les plus influentes du dégagement de l'électricité.

Nous avons vu plus haut que, lorsque les molécules d'un corps éprouvent un dérangement quelconque, par l'effet de la chaleur ou d'un ébranlement mécanique, il s'opère très-probablement de molécule à molécule des phénomènes élec-

triques de décompositions et de recompositions; en rapprochant ces effets des propriétés qu'acquièrent les lames de métal pendant qu'elles sont soumises à un mouvement de rotation, ne pourrait-on pas y trouver la cause des phénomènes magnétiques découverts par M. Arago dans ces mêmes lames? C'est une question qui mérite d'être de nouveau mieux examinée.

Quand une lame de zinc est en mouvement et qu'on la touche avec une tige de platine ou un morceau d'oxide de manganèse, l'équilibre des forces électriques ne paraît pas dérangé; cela tient à ce que le contact subsistant pendant un temps très-court, les deux électricités se recombinent en même temps qu'elles se dégagent. On n'obtient non plus aucun résultat quand les limailles sont remplacées par des fragments de plusieurs millimètres de côtés. On voit donc que le dégagement de l'électricité dépend ici de la nature chimique des corps, de l'état de division des limailles, de la vitesse imprimée aux lames, et nullement d'altération à l'air.

On peut, je crois, ramener tous ces phénomènes au principe suivant: quand on frotte l'un contre l'autre deux métaux quelconques en repos ou en mouvement, celui dont les parties de la surface éprouvent le plus de déplacement, prend l'électricité négative en même temps qu'il s'échauffe le plus. Doit-on en conclure que, lorsque les molécules d'un corps éprouvent un déplacement par une cause quelconque, il y a aussi dégagement d'électricité? Oui, mais alors ce dégagement est immédiatement suivi d'une recomposition des deux électricités contraires, développées sur deux molécules contiguës.

§ III.

Effets électriques produits dans le frottement des corps mauvais conducteurs.

Dans les corps mauvais conducteurs, l'état des surfaces a beaucoup plus d'influence sur le dégagement de l'électricité par friction, que dans les métaux ; car une légère différence suffit pour changer les résultats ; aussi la solution du problème offre-t-elle encore plus de difficultés. Cependant, il est possible d'apercevoir, dans les résultats variés que l'on obtient, les rapports qui lient entre eux les phénomènes électriques de frottement dans les métaux.

On sait depuis long-temps que lorsque deux rubans de soie blancs pris dans la même pièce sont frottés en croix l'un contre l'autre, celui qui est frotté transversalement prend l'électricité négative et l'autre l'électricité positive ; mais comme les points du premier éprouvent plus l'action du frottement que les points du second, ils sont soumis à un ébranlement plus considérable et se trouvent dans les conditions voulues pour prendre l'électricité négative et s'échauffer davantage. Deux autres corps parfaitement identiques, tels que deux bâtons de cire d'Espagne, frottés de la même manière que les rubans, donnent un résultat semblable ; mais il faut pour cela que le frottement n'altère pas les corps, au point que celui qui éprouve le plus l'effet du frottement n'emporte pas avec lui quelques portions de la surface de l'autre. Prenons maintenant deux corps semblables ne différant seulement que par l'état de leur surface, afin d'éviter les effets résultants de la différence de nature de chacun

d'eux. Quand on frotte une plaque de verre polie contre une autre qui ne l'est pas, celle-ci, comme on sait, prend l'électricité négative; cela tient à ce que les parties de la surface de cette dernière éprouvent un plus grand déplacement, que celles de l'autre qui est polie; elle doit aussi s'échauffer davantage, comme l'indique l'expérience. En général, les surfaces dépolies ont une tendance à prendre l'électricité négative et à s'échauffer plus que les surfaces polies, parce que leurs molécules peuvent être déplacées plus facilement que celles des autres surfaces : par le même motif, l'élévation de température en rendant les parties plus élastiques, augmente la tendance négative. Le peu d'accord que l'on observe souvent entre les résultats obtenus par divers physiciens, qui se sont livrés à des recherches sur le dégagement de l'électricité, vient de ce qu'ils n'ont pas toujours opéré dans les mêmes circonstances. Par exemple, quand l'un des corps soumis à l'expérience est entamé par l'autre, celui-ci, outre l'électricité qui lui est propre, prend encore avec la petite couche mince de la substance qu'il enlève, une portion de l'électricité propre à cette dernière, de sorte que la sienne se trouvant modifiée, peut être ou positive, ou nulle, ou négative : ces trois effets se rencontrent quelquefois dans le frottement rapide d'un bâton de cire d'Espagne, contre une plaque de métal. On ne saurait donc trop se garantir de cette cause d'erreur. Dans le frottement des corps hétérogènes, la question du dégagement de l'électricité est tellement compliquée que l'on ne peut encore l'aborder; cependant, en faisant un grand nombre d'expériences, on retrouve le principe dont je viens de parler, c'est-à-dire que le corps dont les parties éprouvent le plus de déplacement et s'é-

chauffent davantage est précisément celui qui prend l'électricité négative. Voici quelques exemples pris dans les expériences de M. Dessaignes sur la génération du pouvoir électrique dans le frottement du mercure avec certains corps. Ce physicien distingue trois sortes d'immersion des corps dans le mercure, qui produisent des effets différents; immersion brusque, lente, et immersion qui consiste à enfoncer le corps dans le mercure et à l'y laisser plus ou moins de temps. Le verre, le soufre, l'ambre et la cire parfaitement secs ne sont électriques par aucun de ces trois modes, à égalité de température avec le mercure, depuis — 18° jusqu'à + 10°; mais quand ces substances possèdent un peu plus de chaleur, un degré seulement, elles deviennent alors électriques. L'ambre commence par le choc à le devenir à + 12°; le soufre et la cire d'Espagne à + 15°, et le verre à + 20°. Ces quatre corps ne sont point électriques à égalité de température avec le mercure, lorsque l'immersion se fait sans pression mécanique.

Le coton, le papier, la soie, la laine, c'est-à-dire les corps élastiques, sont très-électriques par les trois modes d'immersion depuis 10° jusqu'à 80°, même à égalité de température avec le mercure.

Ces différents résultats prouvent qu'avec l'ambre, le soufre, la cire et le verre, le simple contact avec le mercure ne suffit pas pour les rendre électriques, et qu'il faut encore déterminer un ébranlement sur les surfaces; tandis qu'avec le coton, le papier, etc., dont les parties éprouvent facilement des dérangements, en raison de leur élasticité, il suffit d'un très-léger ébranlement, tel que celui qui provient de la rupture de l'action capillaire exercée par le mercure sur ces subs-

tances. En général, les substances fibreuses jouissent de la faculté de s'électriser facilement, par cela même que leurs particules se déplacent plus aisément.

La chaleur, en rendant les corps plus élastiques, leur donne la faculté de devenir plus électriques. Quant à la nature de l'électricité, M. Dessaignes a obtenu des résultats si singuliers que je me borne à les rappeler ici, sans y ajouter aucune réflexion : lorsque le baromètre est haut et que la température de l'air tend à baisser, le verre, l'ambre, la cire d'Espagne, le papier, la soie et la laine sont toujours négatifs; le contraire a lieu lorsque le baromètre est bas et que la température de l'air pousse au chaud. Le soufre est toujours positif.

On voit toujours, dans les observations que j'ai présentées sur le dégagement de l'électricité par le frottement, que ce phénomène est entièrement lié à celui du dégagement de la chaleur, et que ce sont deux effets concomitants, qui paraissent toujours avoir lieu quand on ébranle la matière. Quoique ces effets soient concomitants et indépendants, il existe sans doute des rapports entre eux qu'il sera nécessaire de trouver; c'est ce dont j'ai commencé à m'occuper.

Pour l'instant, il est impossible de tirer d'autres inductions des effets électriques nombreux et surtout très-variables du frottement. La plupart du temps les résultats sont dus à des causes fugitives, qui font varier le mode d'ébranlement des molécules, nécessaire pour opérer la séparation des deux électricités. Quoique nous ne puissions arrêter définitivement nos idées sur tout ce qui concerne ces phénomènes, j'ai pensé qu'il était utile de faire connaître les causes d'où ils peuvent dépendre; ce sont autant de jalons qui indiquent la route à suivre.

§ *De la Phosphorescence.*

Un grand nombre d'expériences montrent que le dégagement de l'électricité a lieu toutes les fois qu'il s'opère un changement d'équilibre dans les molécules des corps. Ce phénomène consiste dans la séparation des deux électricités, dont la recomposition plus ou moins rapide, pour former du fluide neutre, produit, suivant les circonstances, de la lumière, de la chaleur, des effets chimiques ou magnétiques. D'après cela, il est naturel de rapporter à l'électricité les phénomènes qui, provenant d'une perturbation dans l'état d'équilibre des molécules, manifestent un de ces trois effets, ou du moins d'essayer si, en raison de ces analogies, ils n'auraient pas une origine semblable. La phosphorescence est un des phénomènes que l'on doit soumettre à de telles investigations.

La phosphorescence est la propriété dont jouissent les corps de devenir lumineux dans l'obscurité, soit par la lumière, la chaleur, le frottement, le choc, la décharge électrique, la compression ou l'action chimique. La durée, l'intensité et la couleur de la lumière dégagée dépendent des corps soumis à l'expérience et de l'énergie avec laquelle agit la cause productrice. La ressemblance de cette lumière avec celle qui se manifeste dans le dégagement de l'électricité est frappante; aussi quelques savants, au nombre desquels se trouve M. Dessaignes, ont-ils conjecturé qu'elle avait une origine semblable; mais ils n'ont pas expliqué comment le fluide électrique pouvait produire ce phénomène. Pour mieux saisir les rapports qui existent entre la lumière électrique et la

phosphorescence, je vais rappeler les principales observations qui ont été faites jusqu'ici sur la lumière électrique.

La présence du fluide électrique ne se manifeste pas seulement à nos yeux par des attractions et des répulsions ou des actions sur l'aiguille aimantée, mais encore par des jets de lumière plus ou moins brillants.

La lumière n'accompagne la production de l'électricité qu'autant que celle-ci a une tension suffisante. Quand on frotte rapidement dans l'obscurité avec un morceau de laine un corps mauvais conducteur de l'électricité, tel qu'un tube de verre bien sec ou un morceau de gomme laque, on aperçoit une faible lueur accompagnée d'un léger bruissément. Cette lueur est due ou à la séparation des deux électricités, à l'instant du dégagement, ou à leur action sur les corps environnants pour former du fluide neutre. L'une et l'autre action sont capables de produire de la lumière.

En général, la lumière émise dans les cas ordinaires d'excitation n'offre que des apparences peu prononcées; les étincelles brillantes n'ont lieu que lorsque le fluide électrique est suffisamment accumulé sur des corps conducteurs; leur forme et leur étendue dépendent de la nature et de la densité du milieu qu'elles traversent; elles sont d'autant plus brillantes que les corps entre lesquels elles éclatent sont meilleurs conducteurs; le bois et autres corps mauvais conducteurs ne produisent qu'une faible lueur de couleur rouge; en condensant l'air, la lumière devient blanche et brillante, dans l'air raréfié elle se divise et s'affaiblit en prenant une teinte rougeâtre. Les gaz apportent seulement des modifications proportionnées à leur densité. L'étincelle est blanche et brillante dans le gaz oxigène; dans le gaz hydrogène elle est diffuse et rougeâtre.

M. Davy a observé que le vide barométrique était perméable à l'électricité et devenait lumineux par l'étincelle ordinaire. Lorsque le tube est très-chaud, ainsi que le mercure dans lequel il plonge, la lumière électrique se montre dans la vapeur avec une couleur verte, vive et de grande intensité. A mesure que la température diminue la couleur perd de sa vivacité; et à 20° au-dessous de zéro, la lumière est si faible qu'elle ne peut être aperçue que dans l'obscurité.

La lumière qui traverse la vapeur de chlorure d'antimoine, est plus brillante que celle qui provient de l'électricité dirigée dans la vapeur d'huile. Davy pense que la lumière et probablement la chaleur dégagée dans les décharges électriques, dépendent principalement de quelques propriétés qui appartiennent à la matière pondérable, à travers laquelle elles passent; mais que *l'espace où il n'y a pas de quantité appréciable de cette matière est capable d'offrir les phénomènes électriques.*

L'action chimique, par exemple celle d'un acide sur une base, est toujours accompagnée d'un dégagement d'électricité. L'acide manifeste assez généralement un excès d'électricité positive, et la base un excès d'électricité contraire. Ces deux électricités se recombinent dans le liquide; plus ce liquide est bon conducteur, plus la recomposition est rapide, et moins on en peut recueillir avec les appareils destinés à cet usage. On conçoit, d'après cela, que la quantité d'électricité dégagée peut être, dans quelques circonstances, assez forte pour produire de la lumière. C'est ce que l'on voit dans plusieurs actions chimiques énergiques.

Toutes les fois qu'il y a adhérence entre deux corps, dont l'un au moins est mauvais conducteur, et que l'on les sépare

brusquement, il y a dégagement d'électricité et de lumière. C'est surtout en pressant la moelle de sureau sur une facette de diamant parfaitement polie et privée d'eau hygrométrique, que l'on aperçoit distinctement ce phénomène, qui se produit également quand on clive rapidement une substance minérale régulièrement cristallisée, conduisant imparfaitement l'électricité. L'effet est d'autant plus marqué, que l'on a élevé davantage préalablement la température. Le spath d'Islande, la chaux sulfatée, la baryte sulfatée, la topaze, le mica, le feldspath adulaire et autres minéraux jouissent de cette propriété.

Cet exposé était indispensable avant de présenter les causes probables des phénomènes de phosphorescence. La phosphorescence se reproduit dans les mêmes circonstances qui dérangent l'équilibre des forces électriques; c'est un motif pour la considérer comme le résultat du rétablissement d'équilibre de ces forces, qui est souvent accompagné de lumière. Dans le siècle dernier, on s'est beaucoup occupé de la phosphorescence; les recueils de mémoires des sociétés savantes sont remplis de résultats curieux qui s'y rapportent. Le phénomène, par sa singularité, avait tellement frappé les physiciens que tous en cherchèrent la cause; mais ils découvrirent seulement cette vérité importante, que la phosphorescence était une propriété qui appartenait à peu près à tous les corps.

Pendant un demi-siècle, le sulfure de baryte était le seul corps connu qui luisait dans l'obscurité. En 1675, Baldouin découvrit que le nitrate de chaux, privé d'eau, acquérait la propriété de luire dans l'obscurité, et qu'il la perdait à l'air. Homberg reconnut des propriétés semblables dans le chlo-

rure de calcium fondu. (Mémoires de l'Académie royale des sciences, tom. II, p. 182). C'est à cette époque que fut faite la découverte du phosphore proprement dit, connu sous le nom de phosphore de Kunkel. Cette découverte produisit un étonnement général dans toute l'Europe, et de cette époque datent les recherches nombreuses qui ont été faites sur la phosphorescence.

Dufay observa la phosphorescence dans les coquilles d'huîtres, les concrétions calcaires, le sulfate de chaux, le marbre qu'il avait fait rougir préalablement.

Les expériences de Beccaria s'étendirent encore plus loin (*Jacobi Beccariæ Commentarii duo, de phosphoris naturalibus et artificialibus; Græcii*, 1768, *ex actis Bonon.*, tom. II, p. 136). Il employa un appareil particulier, consistant en un double cylindre qu'il ajustait l'un dans l'autre. En ouvrant le cylindre, la lumière y tombait, et l'on pouvait exposer les corps introduits aux rayons solaires. En le fermant, l'œil qui était resté pendant tout le temps dans l'obscurité voyait luire le corps; il trouva par ce moyen que toutes les substances végétales et animales bien desséchées étaient capables de devenir lumineuses.

Wedgwood, en 1792 (*Transactions philosophiques*, p. 28), prouva que l'on pouvait communiquer à un grand nombre de corps la propriété phosphorescente par la chaleur ou le frottement. Il a rendu ainsi lumineuses plus de quatre-vingts substances, entre autres des oxides nouvellement précipités de leurs dissolutions. La méthode qu'il employait consistait à mettre des corps réduits en poudre sur une plaque de fer chauffée jusqu'au degré qui précède le rouge visible, et à porter le tout dans un endroit obscur. Il trouva ainsi la phos-

phorescence dans plusieurs variétés de spath fluor, le diamant, le rubis d'Orient, le spath d'Islande, etc.

M. Haüy, en suivant la méthode de Wedgwood, a (*Traité de minéralogie*) augmenté la liste des minéraux phosphorescents par la chaleur.

Pallas, dans une note insérée dans le tom. I^er^ des Mémoires de Saint-Pétersbourg, a fait connaître une variété de spath fluor de Catherinebourg, qui devient lumineux à la chaleur de la main, lorsqu'on l'y retient renfermé pendant quelques instants. La lueur que le cristal répand alors est blanchâtre et pâle; à la chaleur de l'eau bouillante, cette lueur verdit; à une température plus élevée, la lumière passe du ver céladon au plus beau bleu de Turquie. En continuant à élever la température, j'ai trouvé que cette substance perdait la propriété de luire dans l'obscurité. Beaucoup d'autres recherches ont été faites sur la phosphorescence, qui rentrent toutes plus ou moins dans les précédentes.

M. Dessaigne a fait une suite de recherches intéressantes sur la phosphorescence; voici les résultats les plus importants auxquels il est parvenu.

Tous les corps capables de devenir phosphorescents, acquièrent cette propriété quand ils sont jetés en poudre sur un support chaud, quelle que soit sa nature. Mais la température à laquelle ils commencent à devenir lumineux n'est pas la même pour tous; par exemple le sulfate de potasse et les chlorures de sodium et de mercure deviennent lumineux à 100° et cessent de l'être quand le support est incandescent, du moins d'une manière sensible. La chaux, la baryte et la strontiane caustiques, la magnésie, l'alumine et la silice, c'est-à-dire les bases alcalines et terreuses conservent la pro-

priété phosphorique, à quelque degré de chaleur qu'on les expose. Les carbonates des mêmes bases calcinés à une chaleur modérée la perdent pour la reprendre, quand cette chaleur est suffisante pour les décomposer. Tous les sels alcalins ou terreux perdent plus ou moins leur phosphorescence par la calcination; mais ils la reprennent au contact de l'air, quand ils ont absorbé l'eau, perdue par l'effet de la chaleur, tandis que les silicates, le quartz, le verre même la perdent pour toujours.

La phosphorescence par la chaleur se produit dans les substances minérales, quelle que soit la nature des gaz au milieu desquels on opère. Ce fait éloigne toute idée de combustion.

Quelques sels métalliques, tels que le chlorure et le phosphate de mercure, deviennent lumineux par la percussion. Si on frappe l'adulaire de manière à former des fissures dans l'intérieur de la substance, une lumière permanente se développe dans chaque fissure et dure plusieurs minutes; si on la broie dans un mortier à coups vivement répétés, elle paraît tout en feu, et le contact de la main semble la dissiper plus promptement. Tous les diamants réduits en petits fragments jouissent, après une courte exposition à la lumière solaire, de la phosphorescence la plus durable. Mais on ne peut savoir si elle est réellement due à l'action des rayons solaires ou à la chaleur qu'ils lui communiquent; car il y a certains corps, telle qu'une variété de chaux fluatée qui devient lumineuse à la température de 20 à 30°. Après une forte calcination les diamants perdent entièrement leur propriété phosphorique; ce qui tend à prouver qu'elle est due à leur mode d'agrégation. Le zircon, le rubis, la cymophane et un

grand nombre d'autres substances vitreuses n'éprouvent aucun effet de la lumière solaire; il en est de même de tous les liquides, des métaux, le sulfure d'arsenic jaune excepté.

Tous les métaux, le charbon, la plombagine, les oxides métalliques, en général les corps conducteurs de l'électricité ne deviennent pas lumineux après le choc électrique; au contraire les corps isolants, le soufre, le verre et les corps mauvais conducteurs, tels que le sulfate et le carbonate de baryte, l'acétate de potasse et autres acquièrent la propriété phosphorescente dans l'obscurité.

En général les corps isolants résistent pendant quelque temps au développement de la phosphorescence; mais une fois qu'elle est produite, elle dure long-temps, tandis que dans les corps conducteurs elle est de courte durée.

Tous les sulfures calcaires sont phosphorescents à la température ordinaire. Un grand nombre de corps se trouvent dans ce cas, entre autres le bois et le poisson dans un certain état de décomposition qui précède la putréfaction. Des expériences directes ont prouvé à M. Dessaigne que le bois ne reluit qu'autant qu'il se trouve dans un milieu où il peut se former de l'acide carbonique; que ces deux corps s'éteignent dans des milieux privés d'eau, et reprennent la propriété de reluire lorsqu'ils ont été humectés. Il a trouvé également qu'ils s'éteignent peu à peu dans le gaz azote et dans l'hydrogène.

Une lame de spath d'Irlande limpide de l'épaisseur d'un millimètre brille dans toute sa substance par l'élévation de température, tandis que le même corps réduit en poudre et jeté sur un charbon ardent ne produit aucune phosphorescence. Il en est de même de tous les cristaux de chaux car-

bonatée limpide, de ceux de chaux phosphatée, et de chaux fluatée limpide, ainsi que de la grammatite fibreuse que le moindre frottement rend électrique : les mêmes substances colorées réduites en poudre, au contraire, sont plus ou moins phosphorescentes quand on les jette sur une pelle rouge.

Les agates, les cornalines, le silex deviennent phosphorescents sur la pelle obscure, pourvu qu'ils n'aient pas plus de deux millimètres d'épaisseur, le verre également. L'acide borique fondu dans un creuset de platine se fendille au moment de son refroidissement et répand une vive lueur qui suit la direction des fentes, comme M. Dumas l'a observé.

Le phénomène de la phosphorescence peut être produit quelquefois par une haute température (dans des corps déja combinés), sans qu'il y ait addition ou dégagement de parties; mais alors la combinaison perd sa tendance à s'unir avec d'autres corps. La zircone, l'oxide de chrome se trouvent dans ce cas, et il est assez probable, comme l'a dit M. Berzelius, que la répugnance de quelques corps à se combiner et à se dissoudre après leur exposition au feu provient d'un pareil changement; l'alumine et l'oxide de titane et autres se trouvent aussi dans ce cas. Ce changement ne peut être attribué qu'aux modifications qu'éprouvent les atomes dans leur arrangement ou leur manière d'être.

La phosphorescence est très-rarement accompagnée d'un développement d'électricité, à l'exception cependant de celle que l'on observe dans le clivage des substances cristallisées. MM. Dumas et Pelletier ont cependant trouvé que la quinine exposée à une température de 60 et quelques degrés devient lumineuse et fournit assez d'électricité pour charger un condensateur.

Enfin la couleur de la lueur phosphorique varie d'un corps à l'autre. Dans le sulfate de baryte elle est verte ; dans les coquilles d'huître calcinées, elle présente les couleurs du prisme ; dans le cristal de roche elle paraît successivement rouge et blanche. Voilà à peu près l'exposé de l'état de nos connaissances sur la phosphorescence.

Jusqu'à présent les théories imaginées pour expliquer cette singulière propriété se réduisent à quatre.

La première regarde la phosphorescence comme le résultat de la lumière engagée dans les interstices des corps ou combinée avec leurs molécules.

La deuxième suppose que le calorique se transforme en lumière par la compression ou par une élévation de température.

La troisième attribue la lumière dégagée à une compression.

La quatrième regarde cette lumière comme produite par l'électricité, sans expliquer comment le phénomène peut avoir lieu. Ce n'est par conséquent qu'une simple conjecture : je ne m'occuperai seulement que de cette dernière théorie, et montrerai comment, dans l'état actuel de la science, elle peut suffire à l'explication de tous les faits connus. Il est nécessaire que j'expose avant les principes généraux qui lui servent de base.

Nous avons dit que, lorsque deux corps se combinent ensemble, celui qui joue le rôle d'acide prend à l'autre l'électricité positive, et celui qui se comporte comme alcali l'électricité négative. Ces deux électricités se recombinent ensemble par l'intermédiaire des surfaces de contact. Si l'action est vive, il y a dégagement de chaleur et de lumière ; si elle

est lente et que les corps soient mauvais conducteurs, les deux électricités ne peuvent se recombiner qu'autant qu'elles ont l'une et l'autre une tension suffisante pour vaincre la résistance qu'oppose à leur réunion le défaut de conductibilité. C'est sans doute là la cause de la phosphorescence produite dans certaines actions chimiques qui ont lieu spontanément à l'air, comme dans les sulfures terreux, et le bois et le poisson qui se trouvent dans un certain état de décomposition.

On peut expliquer la phosphorescence produite dans d'autres circonstances que l'action chimique, en partant du principe qu'elle est due à la recomposition des deux électricités qui se dégagent toujours, comme nous l'avons vu, quand les molécules des corps éprouvent un dérangement quelconque soit par l'effet de la chaleur ou de toute autre cause.

Par exemple, les phénomènes lumineux que l'on obtient dans le clivage des corps régulièrement cristallisés expliquent parfaitement pourquoi plusieurs de ces corps, quand ils sont soumis à une percussion assez forte pour qu'un grand nombre de lames soient détachées en même temps, laissent échapper des jets de lumière. Chaque lame contiguë prenant alors un excès d'électricité contraire, d'autant plus grand que le choc a été plus rapide, la lumière répandue dans tout le corps est due à la recomposition de toutes ces électricités. Le même corps, quand on le pulvérise, doit donner également une forte lueur phosphorique et nullement d'électricité libre, comme l'indique l'expérience, parce que les deux fluides dégagés se trouvant en quantités égales, reforment plus ou moins rapidement du fluide neutre, suivant le degré de conductibilité du corps. C'est ainsi que la phosphores-

cence se produit dans l'adulaire, lorsque l'on frappe cette substance de manière à faire naître, dans son intérieur, un grand nombre de fissures ; le choc détermine alors un grand nombre de clivages et par suite un dégagement d'électricité et de lumière dans chaque fissure. Vient-on à broyer cette substance dans l'obscurité, elle devient toute en feu, comme le sucre que l'on brise par un temps sec.

On conçoit bien pourquoi le même phénomène ne se reproduit pas dans certains corps capables d'absorber de l'eau hygrométrique : cette eau, en s'introduisant entre les molécules, détruit peu à peu le clivage, et détermine, par son intermédiaire, la recomposition des deux électricités, qui ne donnent plus alors de lumière.

La chaleur, en dilatant les molécules, ne fait qu'écarter les lames de clivage, comme pourrait le faire la percussion ; elle doit donc déterminer un dégagement d'électricité analogue ; mais comme le nombre des parties qui concourent à la manifestation du phénomène est plus considérable que dans la percussion, tout le corps doit paraître lumineux ; c'est précisément ce qui arrive, car ce mode de phosphorescence est le plus énergique de tous.

Il est tout simple, d'après cet exposé, que certaines substances minérales cristallisées, telles que la chaux fluatée et autres, qui ont été exposées pendant long-temps à l'action de la chaleur, perdent leur phosphorescence, car il arrive un point où la chaleur produit un dérangement tel, dans l'état cristallin, que les molécules ne reprennent plus leur position d'équilibre ordinaire ; dès-lors le dégagement d'électricité qui se produit dans l'écartement des molécules groupées régulièrement n'a plus lieu. Voilà, je crois, la cause des phéno-

mènes de phosphorescence qui se développent par la chaleur dans les corps cristallisés.

L'expérience montre que certains corps, comme la zircone, après avoir éprouvé une forte phosphorescence par l'action d'une température élevée, perdent la faculté de se combiner avec les acides et se trouvent ainsi modifiés dans leurs propriétés chimiques. Cet effet se conçoit, si l'on admet que les atomes sont électriques; car, d'après les observations que je viens de présenter, la phosphorescence provenant de la composition des deux électricités devenues libres soit par le choc, la chaleur ou autre cause, doit cesser ou éprouver des changements dès l'instant que la structure des corps ou leurs propriétés électriques sont modifiées; par conséquent lorsqu'elle disparaît, les propriétés chimiques doivent participer aux mêmes changements.

Il ne reste plus à parler que de la phosphorescence produite par des décharges électriques. Tous les corps conducteurs de l'électricité ne deviennent pas lumineux après le choc électrique, tandis que les corps mauvais conducteurs acquièrent la propriété phosphorescente dans l'obscurité. En général, les corps isolants résistent pendant quelque temps à la manifestation de cette propriété, mais elle dure longtemps une fois qu'elle est produite. Ces divers résultats viennent à l'appui de la théorie que je viens de présenter. La décharge électrique, toutes les fois qu'elle s'effectue au milieu de corps mauvais conducteurs, produit un écartement de molécules, qui va jusqu'à la rupture, quand le corps n'offre pas assez de résistance. Ce phénomène s'opère par des décompositions successives de fluide neutre, et la recomposition ne pouvant s'effectuer sur-le-champ, en raison de la

mauvaise conductibilité des corps, une portion des deux électricités reste engagée entre les molécules, et, pendant tout le temps que l'une et l'autre se recombinent, le corps paraît lumineux. On n'obtient cet effet qu'autant que la décharge est assez forte pour ébranler toute la masse du corps.

La marche que j'ai suivie est rationnelle; je me suis appliqué à rattacher les principaux faits relatifs au dégagement de l'électricité par frottement et à la phosphorescence à des causes simples, dont l'existence, je crois, est certaine. Livré sans cesse à l'étude de ces phénomènes, je ferai de nouveaux efforts pour essayer de remonter à leur origine, et si je m'aperçois que je me suis écarté de la vérité en cherchant à les expliquer, je n'hésiterai pas un seul instant à rectifier les idées théoriques que je viens de présenter.

Dans la troisième partie, je traiterai de la cémentation considérée comme phénomène électrique et des applications qu'on peut en faire aux changements qui s'opèrent dans quelques-unes des substances de l'enveloppe de notre globe.

RÉFLEXIONS

SUR DIFFÉRENTES MANIÈRES

DE DÉMONTRER LA THÉORIE DES PARALLÈLES

OU LE THÉORÈME SUR LA SOMME DES TROIS ANGLES DU TRIANGLE.

PAR M. LEGENDRE.

1. IL est facile de démontrer que si deux droites AC, BD, Fig. 1.
situées dans un même plan, font avec une troisième AB deux angles intérieurs CAB, ABD, dont la somme soit égale à deux angles droits, ces deux droites ne peuvent se rencontrer, quelque loin qu'on les prolonge, et qu'ainsi elles sont parallèles (*). Mais il ne résulterait de là qu'une notion in-

(*) Nous partons ici de la définition ordinaire des parallèles ainsi conçue : Deux parallèles sont deux droites qui, étant situées dans un même plan, ne peuvent se rencontrer, à quelque distance qu'on les prolonge l'une et l'autre.

D'après cette définition, qui est plus négative que positive, on peut bien démontrer que deux droites sont parallèles lorsque, étant situées dans un même plan, elles font, avec une troisième, deux angles intérieurs dont la somme est égale à deux angles droits ; mais il reste à prouver que, dans toute autre position des deux droites à l'égard d'une troisième, les deux

complète de la propriété des parallèles, s'il n'était pas démontré en même temps que la position d'une des deux droites, par rapport à l'autre, est fixée invariablement par la condition que la somme des deux angles intérieurs CAB + ABD est égale à deux angles droits; de sorte que, s'il y a une différence, quelque petite qu'elle soit, entre la somme des angles CAB + ABD et deux angles droits, les deux droites AC, BD, prolongées suffisamment, soit vers M, soit vers N, se rencontreront nécessairement et ne seront plus parallèles. C'est cette proposition qui, de tout temps, a exercé la sagacité des géomètres. Il paraît qu'ils en ont cherché inutilement une démonstration satisfaisante et assez simple pour être insérée dans les éléments. Aussi voit-on qu'Euclide a été obligé de supposer ce qu'il ne pouvait démontrer; c'est

---

droites devront se rencontrer et ne seront plus parallèles, ce qui est le point de la difficulté.

Il conviendrait de donner plus de précision à la définition des parallèles, en disant qu'on appelle parallèles deux droites qui, étant situées dans un même plan, font, avec une troisième, deux angles intérieurs dont la somme est égale à deux droits.

D'après cette définition, le premier théorème à démontrer serait que deux parallèles ne peuvent se rencontrer, à quelque distance qu'on les prolonge, et ce théorème n'offrirait aucune difficulté.

Ensuite il resterait à démontrer que, lorsque la position de deux droites, par rapport à une troisième, est telle, que la somme des deux angles intérieurs n'est pas égale à deux angles droits, les deux droites, prolongées suffisamment, devront se rencontrer, ce qui sera l'objet d'un nouveau théorème. La difficulté est toujours la même, mais l'ordre des idées est plus simple dans cette seconde définition, et on voit clairement, qu'en partant d'un point donné, il n'y a qu'une droite, passant par ce point, qui pourra être parallèle à une droite donnée.

en effet l'objet du fameux *postulatum* ou axiome XII ainsi conçu :

« Si une droite AB en rencontre deux autres AX, BD, « de manière que la somme des deux angles ABD, CAX, « soit moindre que deux angles droits, les deux droites AX, « BD, prolongées suffisamment du côté de M, devront se « rencontrer. »

En partant de ce *postulatum*, rien de plus simple que de démontrer soit la théorie des parallèles, soit le théorème sur la somme des angles du triangle, car ces deux choses sont tellement liées l'une à l'autre, que la démonstration de l'une entraîne nécessairement celle de l'autre. Mais la question a toujours été d'éviter le *postulatum* ou d'y suppléer d'une manière quelconque.

Après quelques recherches entreprises dans la vue de démontrer directement que la somme des angles d'un triangle est égale à deux angles droits, j'ai réussi d'abord à prouver que cette somme ne peut être plus grande que deux angles droits. Voici cette démonstration qui a paru pour la première fois dans la 3e édition de ma Géométrie, publiée en 1800.

2. *Proposition* A. La somme des trois angles d'un triangle rectiligne ne peut être plus grande que deux angles droits.

Démonstration. Soit, s'il est possible, ABC un triangle dans lequel la somme des trois angles est plus grande que deux angles droits. Fig. 2.

Sur AC prolongé prenez CE = AC, faites l'angle ECD = CAB et le côté CD = AB, joignez DE et BD; le triangle

CDE sera égal au triangle ABC, parce qu'ils ont un angle égal compris entre côtés égaux chacun à chacun. Donc on aura l'angle CED = ACB, l'angle CDE = ABC, et le troisième côté ED égal au troisième BC.

Puisque la ligne ACE est droite, la somme des angles ACB, BCD, DCE est égale à deux angles droits. Or on suppose la somme des angles du triangle ABC plus grande que deux angles droits ; on aura donc

$$CAB + ABC + BCA > ACB + BCD + DCE.$$

Retranchant de part et d'autre ACB commun et CAB = ECD, il restera ABC > BCD; et parce que les côtés AB, BC du triangle ABC, sont égaux aux côtés CD, CB, du triangle BCD, il s'ensuit que le troisième côté AC est plus grand que le troisième BD.

Imaginons maintenant qu'on prolonge indéfiniment la ligne droite AE, ainsi que la suite des triangles égaux et semblablement placés ABC, CDE, EFG, GHI, etc. ; si l'on joint les sommets voisins par les droites BD, DF, FH, HK, etc., on formera en même temps une suite de triangles intermédiaires BCD, DEF, FGH, etc., qui seront tous égaux entre eux, puisqu'ils auront un angle égal compris entre côtés égaux chacun à chacun. Donc on aura BD = DF = FH = HK, etc.

Cela posé, puisqu'on a AC > BD, soit la différence AC — BD = D, il est clair que 2 D sera la différence entre la ligne droite ACE égale à 2AC, et la ligne droite ou brisée BDF égale à 2BD. On aura de même AG — BH = 3D, AI — BK = 4D, et ainsi de suite. Or, quelque petite que soit la différence D, il est évident que cette différence, répétée un

nombre de fois suffisant, deviendra plus grande qu'une longueur donnée. On pourra donc supposer la suite des triangles prolongée assez loin pour qu'on ait $AP - BQ > 2AB$, et ainsi on aurait $AP > BQ + 2AB$. Or, au contraire, la ligne droite AP est plus courte que la ligne anguleuse ABQP qui joint les mêmes extrémités A et P, de sorte qu'on aura toujours $AP < AB + BQ + QP$, ou $AP < BQ + 2AB$. Donc l'hypothèse d'où l'on est parti est absurde; donc la somme des trois angles du triangle ABC ne peut être plus grande que deux angles droits.

3. Cette première proposition étant établie, il restait à prouver que la somme des angles ne peut être plus petite que deux angles droits; mais nous devons avouer que cette seconde proposition, quoique le principe de sa démonstration fût bien connu (*), nous a présenté des difficultés que nous n'avons pu entièrement résoudre.

C'est ce qui nous a déterminé à revenir, dans la 9e édition, à la marche d'Euclide, et plus tard, dans la 12e, à un autre genre de démonstration dont nous parlerons ci-après.

Ces considérations et beaucoup d'autres, qui naissent de différentes manières d'envisager le même sujet, laissaient peu d'espoir de parvenir à démontrer la théorie des parallèles ou le théorème sur la somme de trois angles du triangle, par des moyens aussi simples que ceux dont on fait usage pour démontrer les autres propositions des Éléments.

Il n'en est pas moins certain que le théorème sur la somme des trois angles du triangle doit être regardé comme l'une

(*) Voyez la note II, page 278, de la douzième édition des Éléments de Géométrie.

de ces vérités fondamentales qu'il est impossible de contester, et qui sont un exemple toujours subsistant de la certitude mathématique qu'on recherche sans cesse et qu'on n'obtient que bien difficilement dans les autres branches des connaissances humaines. C'est sans doute à l'imperfection du langage vulgaire et à la difficulté de donner une bonne définition de la ligne droite, qu'il faut attribuer le peu de succès qu'ont obtenu jusqu'ici les géomètres, lorsqu'ils ont voulu déduire ce théorème des seules notions sur l'égalité des triangles que contient le premier livre des Éléments.

Mais lorsqu'on a traduit la question en langage algébrique, lorsque, dans les rapports qui naissent de la considération des lignes et des angles, on a tenu compte de la loi des homogènes qui s'observe constamment dans toute relation entre des quantités de nature différente, toute difficulté a disparu et la démonstration du théorème dont il s'agit s'est réduite tout d'un coup au dernier degré de simplicité dont elle est susceptible.

Voici cette démonstration, en partie analytique, en partie synthétique, telle qu'elle a paru pour la première fois dans la première édition de ma Géométrie, publiée en 1794, et telle qu'elle a été reproduite dans les éditions suivantes.

4. Théorème. *Dans tout triangle rectiligne la somme des trois angles est égale à deux angles droits.*

Démonstration. On démontre immédiatement, par la superposition et sans aucune proposition préliminaire, que deux triangles sont égaux lorsqu'ils ont un côté égal adjacent à deux angles égaux chacun à chacun. Appelons p le côté dont il s'agit, A et B les deux angles adjacents, C le

troisième angle; il faut donc que l'angle C soit entièrement déterminé lorsqu'on connaît les angles A et B avec le côté p; car si plusieurs angles C pouvaient correspondre aux trois données A, B, p, il y aurait autant de triangles différents qui auraient un côté égal adjacent à deux angles égaux, ce qui est impossible; donc l'angle C doit être une fonction déterminée des trois quantités A, B, p, ce que j'exprime ainsi: $C = \varphi : (A, B, p)$.

Soit l'angle droit égal à l'unité, alors les angles A, B, C, pourront être exprimés par des nombres compris entre 0 et 2; et puisque $C = \varphi : (A, B, p)$, je dis que la ligne p ne doit point entrer dans la fonction φ. En effet, on a vu que C doit être entièrement déterminé par les seules données A, B, p; et si l'on avait une équation quelconque entre A, B, C, p, on en pourrait tirer la valeur de p en A, B, C; d'où il résulterait que le côté p est égal à un nombre, ce qui est absurde (*); donc p ne peut entrer dans la fonction φ, et on a simplement $C = \varphi : (A, B)$.

Cette formule prouve déja que si deux angles d'un triangle sont égaux à deux angles d'un autre triangle, le troisième doit être égal au troisième; et cela posé, il est facile de parvenir au théorème que nous avons en vue :

5. Soit d'abord ABC un triangle rectangle en A; du point A, abaissez AD perpendiculaire sur l'hypoténuse; les angles B et D du triangle ABD sont égaux aux angles B et A, du triangle BAC; donc, suivant ce qu'on vient de démontrer, le troisième BAD est égal au troisième C. Par la même Fig. 3.

(*) On donnera ci-après quelques développements sur l'absurdité de ce résultat.

raison l'angle DAC = B; donc, BAD + DAC ou BAC = B + C; or l'angle BAC est droit, donc *les deux angles aigus d'un triangle rectangle valent un angle droit.*

Soit ensuite BAC un triangle quelconque, et BC un côté qui ne soit pas moindre que chacun des deux autres. Si de l'angle opposé A on abaisse la perpendiculaire AD sur BC, cette perpendiculaire tombera au-dedans du triangle ABC, et le partagera en deux triangles rectangles BAD, DAC; or, dans le triangle rectangle BAD, les deux angles BAD, ABD, valent ensemble un angle droit; dans le triangle rectangle DAC, les deux angles DAC, ACD, valent aussi un angle droit. Donc les quatre réunis, ou seulement les trois BAC, ABC, ACB, valent ensemble deux angles droits. Donc, *dans tout triangle, la somme des trois angles est égale à deux angles droits.*

6. Cette démonstration, dont une partie est analytique et l'autre synthétique, ne laisse rien à désirer du côté de la rigueur géométrique; mais pour être admise dans les Éléments, il faudrait que l'étude de la géométrie fût précédée de notions générales sur les fonctions, ce qui exigerait des connaissances d'analyse assez étendues que l'usage n'a pas encore introduites dans l'enseignement des mathématiques.

Tout en respectant cet usage, j'ai été curieux de rechercher jusqu'à quel point la partie analytique de la démonstration précédente pourrait être traduite en langage ordinaire. Je vais donc exposer ici le résultat de cette recherche, qui pourra intéresser les géomètres sous plusieurs rapports. Mais, avant tout, il faut démontrer une seconde proposition auxiliaire assez remarquable, dont nous ferons usage concurremment avec la proposition A.

7. *Proposition* B. S'il existe un seul triangle dans lequel la somme des angles soit égale à deux angles droits, on en doit conclure que, dans un triangle quelconque, la somme des angles sera pareillement égale à deux angles droits.

Démonstration. Soit ABC le triangle donné dans lequel la somme des trois angles est égale à deux angles droits, je dis qu'on pourra construire, avec le même angle A, et sur les côtés AE et AF, doubles de AB et AC, un nouveau triangle AEF, dans lequel la somme des angles sera pareillement égale à deux angles droits. Fig. 5.

Sur le côté BC faites l'angle BCD=CBA, prenez CD =AB, et joignez BD, vous aurez le triangle BCD égal au triangle CBA, puisqu'ils ont un angle égal compris entre deux côtés égaux chacun à chacun; donc l'angle BDC=A, l'angle CBD=BCA, et le côté BD=AC.

Ayant déja pris BE égale à AB et CF égale à CA, si l'on joint DE et DF, je dis que EDF sera une ligne droite.

En effet, puisque ABE est une ligne droite, les trois angles ABC, CBD, DBE, pris ensemble, valent deux angles droits; mais par hypothèse les trois angles ABC, BAC, BCA, valent aussi deux angles droits; donc on a

$$ABC + CBD + DBE = ABC + BAC + BCA.$$

Retranchant de part et d'autre ABC commun et CBD =BCA, il restera l'angle DBE=BAC; on trouverait de même au point C l'angle DCF=BAC.

Cela posé, si l'on compare le triangle BDE au triangle ABC, on voit qu'ils ont un angle égal compris entre côtés égaux, savoir, l'angle DBE=CAB, le côté BD=AC, et le

côté BE = AB. Donc ces triangles sont égaux ; donc l'angle BDE = ACB.

On prouvera de même que le triangle DCF est égal au triangle BAC, et qu'ainsi on a l'angle CDF = ABC.

Il suit de là que la somme des trois angles au point D, savoir, BDE + BDC + CDF, est égale à la somme des trois angles ACB + BAC + ABC, et par conséquent égale à deux angles droits. Donc EDF est une ligne droite, et cette ligne forme le troisième côté du triangle AEF.

Maintenant, dans le triangle AEF, l'angle E, comme appartenant au triangle BED, est égal à l'angle B du triangle ABC; de même l'angle F, comme appartenant au triangle CFD, est égal à l'angle C du triangle ABC ; donc la somme des trois angles du triangle AEF est égale à la somme des trois angles du triangle ABC, et par conséquent est égale à deux angles droits.

Au moyen du triangle AEF, on construira semblablement sur le même angle A et avec des côtés doubles de AE et AF, un nouveau triangle dans lequel la somme des angles sera égale à deux angles droits.

Et si l'on continue indéfiniment la même construction, on voit qu'en partant du triangle donné ABC, on peut former sur le même angle A une suite de triangles, dont les côtés augmenteront en raison double, et dans chacun desquels la somme des angles sera égale à deux angles droits.

Fig. 6. Je dis maintenant que tout triangle AMN, dans lequel l'angle A est égal à l'angle BAC du triangle donné, aura la somme de ses angles égale à deux angles droits.

En effet, d'après ce que nous venons de démontrer, on peut construire sur l'angle A un triangle AGH, qui sera

équiangle au triangle BAC, et dont les côtés AG, AH, seront plus grands que les côtés AM, AN.

Si on tire la droite GN, on voit que la somme des angles des trois triangles AMN, GMN, GNH, est formée des angles du triangle AGH, des deux angles en M, et des trois angles dont le sommet commun est N. Cette somme équivaut donc à six angles droits, dont deux pour le triangle AGH, deux pour les angles en M, et deux pour les angles en N. Mais aucun des trois triangles AMN, GMN, GNH, ne peut avoir la somme de ses angles plus grande que deux angles droits; donc chacun d'eux, et particulièrement le triangle AMN, a nécessairement la somme de ses angles égale à deux angles droits.

Il reste enfin à démontrer que, dans tout triangle, la somme des angles est égale à deux angles droits.

7. Soit *abc* un triangle quelconque dont tous les angles soient différents des angles du triangle ABC, il faudra que l'un au moins des angles du triangle *abc* soit plus petit que l'angle désigné par une lettre semblable dans le triangle ABC; car s'ils étaient tous plus grands dans le premier triangle que dans le second, la somme des angles du triangle *abc* serait plus grande que la somme des angles du triangle ABC, et par conséquent plus grande que deux angles droits, ce qui est impossible par la proposition A. Nous pourrons donc supposer l'angle *a* du triangle *abc* plus petit que l'angle A du triangle ABC. Fig. 7.

Cela posé, tirez la droite indéfinie *af*, de manière que l'angle *baf* soit égal à BAC; et après avoir pris à volonté le point *f* sur la droite *af*, menez la droite *bf*, qui coupera

en *d* le côté *ac* prolongé, s'il est nécessaire. Le triangle *baf*, comme ayant un angle *baf* commun avec le triangle primitif BAC, aura la somme de ses angles égale à deux angles droits. Par la même raison le triangle *baf*, pouvant être considéré comme primitif à son tour, puisque la somme de ses angles est égale à deux angles droits, le triangle *bad*, qui a l'angle *b* commun avec le triangle *baf*, aura la somme de ses angles égale à deux angles droits; et puisque enfin le triangle *bac* a l'angle *a* commun avec le triangle *abd*, le triangle *bac* devra aussi avoir la somme de ses angles égale à deux angles droits. Donc, *s'il existe un seul triangle*, etc.

8. D'après cette démonstration, la question qui nous occupe est réduite à trouver un triangle, et un seulement, dans lequel la somme des angles soit égale à deux angles droits; or, il n'est personne qui, en essayant de se servir de la règle et du compas, n'ait réussi à former des triangles qui jouissent de cettte propriété. Car, en faisant un carré, par exemple, on voit manifestement que ses quatre angles sont droits, et qu'ainsi une diagonale divise ce carré en deux triangles qui auront chacun un angle droit et deux angles demi-droits; d'où il suit que la somme des trois angles est égale à deux angles droits. De même si, après avoir décrit un cercle, on remarque que le rayon peut se porter exactement six fois sur la circonférence, il s'ensuit qu'en tirant les six cordes qui joignent les points de division, et menant du centre des rayons à ces mêmes points, on formera six triangles équilatéraux, dont les six angles assemblés au centre valent quatre angles droits; donc les trois angles de chaque triangle valent deux angles droits. D'après ces résul-

tats, regardés comme des vérités constantes, le théorème général serait exactement démontré; mais la rigueur géométrique ne se contente pas d'une vérification faite ainsi par des constructions graphiques qui, en général, sont sujettes à quelque erreur, et c'est sur le raisonnement seul, guidé, si l'on veut, par une figure, que la théorie doit être établie.

9. Venons maintenant à notre objet, qui est de parvenir, par le simple raisonnement, au même résultat qu'on a obtenu ci-dessus par des considérations analytiques.

Puisque nous admettons la proposition A comme auxiliaire, il n'y a plus lieu de supposer que la somme des angles du triangle proposé est plus grande que deux angles droits, et il reste seulement à prouver que cette somme ne peut être plus petite que deux angles droits.

Soit donc ABC un triangle dans lequel on connaît le côté AB avec les deux angles adjacents A et B, et supposons que la somme des angles de ce triangle soit, s'il est possible, plus petite que deux angles droits. Fig. 8.

Nous représenterons les angles connus A et B par des nombres, en prenant l'angle droit pour l'unité; nous ferons, par exemple, $A=\frac{1}{2}$, $B=\frac{2}{3}$, ce qui signifie que l'angle A est la moitié d'un angle droit, et que l'angle B en est les deux tiers; on aura ainsi une notion parfaite de la grandeur des angles A et B, laquelle ne sera sujette à aucune incertitude.

Soit D un point quelconque pris sur le côté AB, si l'on fait, au point D, l'angle ADE égal à l'angle B, on aura un second triangle ADE, dans lequel l'angle E ne pourra être moindre que C; car s'il était moindre, les deux angles C et CED pris ensemble feraient une somme plus grande que la

somme CED + AED, et par conséquent plus grande que deux angles droits. Donc les quatre angles du quadrilatère BCED feraient une somme de plus de quatre angles droits; donc, en partageant ce quadrilatère en deux triangles par la diagonale BE, l'un au moins de ces deux triangles aurait la somme de ses angles plus grande que deux angles droits, ce qui est impossible par la proposition A. Donc l'angle AED ne peut être moindre que C.

Je dis de plus que l'angle AED ne peut pas être égal à l'angle C; car si cela était, il est aisé de voir que la somme des angles du quadrilatère BCED serait égale à deux angles droits; donc, en partageant ce quadrilatère en deux triangles par une diagonale, la somme des angles de chacun de ces triangles serait égale à deux angles droits, d'où il faudrait conclure, par la proposition B, que la somme des angles d'un triangle quelconque est égale à deux angles droits. Puis donc que l'on nie cette dernière proposition, il faudra que l'angle AED soit plus grand que l'angle C, et ne puisse jamais être égal à l'angle C.

Si l'on place d'abord le point D très-près de B, et qu'ensuite on le fasse mouvoir graduellement vers le point A, la droite AE, qui suivra ce mouvement en faisant toujours l'angle ADE égal à l'angle B, devra faire avec la droite immobile AC des angles AED, qui augmenteront continuellement; en sorte que la somme des angles du triangle ADE sera d'autant plus grande que ce triangle sera plus petit.

Et puisque les angles AED croissent continuellement à mesure que le côté AD diminue, il doit y avoir, pour chaque valeur déterminée du côté AD, une valeur particulière

de l'angle AED, plus grande que celle qui a lieu pour un côté plus grand que AD, et plus petite que celle qui a lieu pour un côté plus petit que AD; d'où il suit que *la grandeur absolue du côté* AD *sera entièrement déterminée, si l'on connaît à la fois les trois angles* A, D, E *du triangle ADE.* Ces trois angles ne peuvent être donnés que par des nombres qui expriment leur rapport avec l'angle droit pris pour unité. Par exemple, on peut supposer $A=\frac{1}{2}$, $B=\frac{2}{3}$, et $E=\frac{4}{5}$, auquel cas la somme des angles sera $\frac{59}{30}$, c'est-à-dire sera égale à deux angles droits moins $\frac{1}{30}$ d'angle droit; il faudra donc que la longueur absolue du côté AD soit déterminée par ces trois nombres. Or, l'absurdité d'un pareil résultat est manifeste; car la relation, quelle qu'elle soit, en vertu de laquelle on déterminerait le côté AD, par le moyen des trois nombres $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{5}$, ne peut donner pour AD qu'un nombre entier ou fractionnaire, rationnel ou irrationnel; si ce nombre est, par exemple, 12, il n'y a rien à en conclure pour la valeur absolue de AD, car il faudrait connaître quelles unités de longueur sont désignées par le nombre 12, si ce sont des millimètres, des mètres, des pieds, des toises, des lieues, etc. La nature de la question ne donne à cet égard aucune lumière, elle n'indique nullement quelle est l'unité de longueur; et c'est précisément cette absence de toute unité de longueur qui rend absurde le résultat dont nous parlons (*).

(*) On voit que par le moyen de notre hypothèse on pourrait conserver à jamais une mesure de longueur prise pour unité. Il suffirait pour cela de conserver le souvenir de trois nombres, ou seulement de deux si le triangle ADE était supposé isocèle, et même d'un seul s'il était supposé équilatéral.

Donc, dans tous les triangles AED, construits en prenant le côtés AD à volonté, et faisant l'angle ADE égal à l'angle B, le troisième angle AED doit être égal à l'angle C. C'est ce qu'exprime l'équation $C = \varphi(A, B)$, à laquelle nous sommes parvenu par des considérations analytiques très-simples. D'après ce résultat, les quatre angles du quadrilatère BCED font une somme égale à quatre angles droits; et si l'on divise ce quadrilatère en deux triangles par une diagonale, chacun de ces triangles devra avoir la somme de ses angles égale à deux angles droits. Donc, en vertu de la proposition B, la somme des angles de tout triangle est égale à deux angles droits. On parvient ainsi à la même conclusion, qui a été déduite ci-dessus de l'équation $C = \varphi(A, B)$, par d'autres considérations synthétiques.

Nous sommes donc parvenu à traduire en langage vulgaire la partie analytique de notre démonstration qui conduit à l'équation $C = \varphi(A, B)$, mais il nous a fallu pour cela user de beaucoup de détours et emprunter le secours des propositions A et B. Nous avons réellement obtenu par ces moyens réunis une démonstration entièrement rigoureuse du théorème sur la somme des trois angles du triangle; mais cette démonstration est évidemment trop compliquée pour être insérée dans les Éléments.

Nous allons maintenant passer en revue plusieurs autres démonstrations prises parmi celles que nous regardons comme les plus simples et les plus exactes, afin qu'on puisse, après l'examen qui en sera fait, choisir celle qui mérite d'être admise de préférence dans les livres d'Éléments.

Démonstration du théorème sur la somme des angles du triangle, fondée sur les mêmes principes que celle qui a été publiée en l'an VIII, *dans la* 2^e^ *édition des Éléments de Géométrie.*

10. Soit ABC le triangle proposé (*); au point C faites l'angle BCD égal à ABC, prenez CD = AB, et joignez BD, vous aurez le triangle BCD égal au triangle ABC, puisqu'ils ont par construction un angle égal compris entre côtés égaux, chacun à chacun. Donc le côté BD = AC et l'angle CDB = BAC. Au point D, faites semblablement l'angle CDE = ABC, le côté DE = BC, et joignez CE; vous aurez un nouveau triangle CDE égal au triangle ABC. Continuez ainsi à construire les triangles DEF, EFG, FGH, etc., égaux au triangle proposé ABC, avec la condition que tous les côtés égaux AC, BD, CE, DF, etc., soient situés alternativement de part et d'autre de la chaîne indéfinie ABPQ. Cela posé, la question est de savoir de quelle nature seront les deux contours ACEGILNP.., BDFHEMOQ..., qui terminent la chaîne de part et d'autre, c'est-à-dire s'ils seront des lignes droites ou des lignes anguleuses. Fig. 2.

Remarquons d'abord que les trois angles ACB, BCD, DCE, qui se réunissent au point C, sont égaux aux trois angles du triangle proposé ABC; il en est de même des trois

(*) La construction que l'on donne ici est différente de celle qui a été employée ci-dessus pour la démonstration de la proposition A, mais la même figure est le résultat de l'une et de l'autre. C'est la nature des choses qui le veut ainsi, puisqu'il est démontré impossible que les deux contours extérieurs de la chaîne ne soient pas des lignes droites.

angles qui se réunissent successivement aux points D, E, F, G, H, etc. Supposons donc 1° que la somme des angles du triangle ABC soit plus petite que deux angles droits, alors l'angle ACE, formé par les côtés AC, CE, ainsi que tous les autres angles BDF, CEG, DFH, etc., pris alternativement dans le contour supérieur de la chaîne et dans son contour inférieur, seront égaux à la somme des angles du triangle ABC, et seront par conséquent tous moindres que deux angles droits.

Il en résulte que les deux contours ACEP, BDFQ, qui terminent de part et d'autre la chaîne des triangles dans notre hypothèse, ne seraient point des lignes droites, mais que, s'ils étaient considérés indépendamment des triangles qui les lient entre eux, ils présenteraient le même aspect que
Fig. 2 a. deux arcs de cercle décrits de rayons égaux, qui auraient leurs convexités tournées de deux côtés opposés. Ces arcs se rencontreraient nécessairement, et termineraient la chaîne dans leurs deux intersections, ce qui ne peut s'accorder avec la figure réelle de cette chaîne qui doit évidemment s'étendre à l'infini; ainsi notre construction a rendu manifeste, autant qu'il est possible, l'absurdité de la supposition sur laquelle elle est appuyée. Il faut donc en tirer la conséquence que la somme des angles du triangle ABC ne peut être moindre que deux angles droits.

Supposons 2° que la somme de ces angles est plus grande que deux angles droits. Alors les trois angles réunis autour du point C étant égaux aux trois angles du triangle ABC, ce qui restera de ces trois angles en les retranchant de quatre angles droits, sera un angle intérieur ou rentrant, ACE, plus petit que deux angles droits; il en sera de même des angles

extérieurs BDF au point D, CEG au point E, DFH au point F, et ainsi en passant alternativement du contour supérieur au contour inférieur, tous ces angles extérieurs seront égaux au complément à quatre angles droits de la somme des angles du triangle ABC. Il s'ensuit que les deux contours ACEP, BDFQ, qui terminent de part et d'autre la chaîne des triangles, dans la seconde hypothèse, ne sont point encore des lignes droites, mais que s'ils étaient considérés indépendamment des triangles qui les lient entre eux, ils présenteraient le même aspect que deux arcs de cercle décrits d'un même rayon, qui s'opposeraient mutuellement leur convexité. Alors la chaîne des triangles s'élargirait de plus en plus à partir du point moyen où les deux arcs sont le plus rapprochés, mais elle n'aurait toujours qu'une longueur déterminée, ce qui ne peut s'accorder avec l'état réel des choses qui exige que la chaîne soit d'une longueur infinie. Donc la seconde hypothèse ne peut pas plus avoir lieu que la première; donc la somme des angles du triangle ABC est égale à deux angles droits.

11. Cette démonstration est le résultat d'une construction fort simple; elle a l'avantage de rendre sensible l'impossibilité qu'il y aurait à ce que la chaîne des triangles eût des deux côtés la figure, soit convexe, soit concave, qu'elle devrait avoir s'il existait la plus petite inégalité, en moins ou en plus, entre la somme des angles du triangle et deux angles droits. Elle est d'ailleurs conforme à la rigueur géométrique, dans ce sens que, si l'inégalité dont nous parlons avait lieu, les deux contours de la chaîne ABPQ pourraient réellement être inscrits dans des circonférences dont les rayons seraient

égaux, mais d'une grandeur finie et déterminée, ce qui ne peut s'accorder avec la longueur infinie de la chaîne. Nous observerons encore que les deux hypothèses sont combattues successivement dans la démonstration par des raisonnements entièrement semblables; et puisque la seconde de ces hypothèses est démontrée impossible par la proposition A, cette circonstance ajoute beaucoup de force au raisonnement employé pour démontrer l'impossibilité de la première hypothèse.

Démonstration du théorème sur la somme des trois angles du triangle, telle qu'elle a été insérée dans la 12^{e} *édition des Éléments de Géométrie, et dans les éditions subséquentes.*

12. Soit ABC le triangle proposé, dans lequel AB représente le plus grand côté, BC le plus petit, et AC le côté moyen qui peut accidentellement être égal à l'un des deux autres.

Par le point A et par le point I, milieu du côté opposé BC, menez la droite AI que vous prolongerez en C$'$ jusqu'à ce que AC$'$ = AB; prolongez de même AB en B$'$, jusqu'à ce que AB$'$ soit double de AI, et joignez C$'$B$'$.

Les angles du triangle ABC étant désignés, suivant l'ordre de leur grandeur, par A, B, C, si on désigne semblablement par A$'$, B$'$, C$'$, les angles du triangle AB$'$C$'$ (le point A étant le même que A$'$), je dis qu'on aura l'angle C$'$ = B + C et l'angle A = A$'$ + B$'$.

Pour le prouver, faites AK = AI et joignez C$'$K, vous aurez le triangle AC$'$K égal au triangle ABI. Car dans ces deux

triangles l'angle commun A est compris entre deux côtés égaux, chacun à chacun, savoir $AC' = AB$ et $AK = AI$. Donc le troisième côté $C'K$ est égal au troisième BI; donc aussi l'angle $AC'K = ABI$, et l'angle $AKC' = AIB$.

Je dis maintenant que le triangle $B'C'K$ est égal au triangle ACI; car la somme des deux angles adjacents $AKC' + C'KB'$ est égale à deux angles droits, ainsi que la somme des deux angles $AIB + AIC$; retranchant de part et d'autre les angles égaux AKC', AIB, il restera l'angle $C'KB' = AIC$. Ces angles égaux dans les deux triangles sont compris entre deux côtés égaux chacun à chacun, savoir, $C'K = BI = CI$ et $KB' = AK = AI$, puisqu'on a supposé $AB' = 2AI = 2AK$. Donc les deux triangles $B'C'K$, ACI sont égaux; donc le côté $B'C' = AC$, l'angle $B'C'K = ACB$ et l'angle $KB'C' = IAC$.

Il suit de là, 1° que l'angle $AC'B$, désigné par C', est composé de deux angles égaux aux angles B et C du triangle ABC, et qu'ainsi on a $C' = B + C$; 2° que l'angle A du triangle ABC est composé de l'angle A' ou $C'AB'$ qui appartient au triangle $AB'C'$ ou $A'B'C'$, et de l'angle CAI égal à l'angle B' du même triangle, ce qui donne $A = A' + B'$.

Donc on a $A + B + C = A' + B' + C'$, c'est-à-dire que la somme des angles est la même dans le triangle $A'B'C'$ que dans le triangle proposé ABC.

D'ailleurs puisqu'on a, par hypothèse, $AC < AB$ et par conséquent $C'B' < A'C'$, on voit que dans le triangle $AB'C'$ ou $A'B'C'$, l'angle A' est moindre que B'; et comme la somme des deux est égale à l'angle A, il s'ensuit qu'on a l'angle $A' < \frac{1}{2}A$, tandis que l'angle B' est à la fois $> \frac{1}{2}A$ et $< A$.

Si on applique la même construction au triangle $A'B'C'$ pour en former un troisième $A^2B^2C^2$ dont les angles, désignés suivant l'ordre de leur grandeur, sont A^2, B^2, C^2, on aura les deux égalités $C^2 = B' + C'$, $A' = A^2 + B^2$, d'où résulte $A^2 + B^2 + C^2 = A' + B' + C'$. Donc la somme des trois angles est la même dans les trois triangles; on aura en même temps l'angle $A^2 < \frac{1}{2}A'$, par conséquent $A^2 < \frac{1}{4}A$, et $B^2 < A'$ ou $B^2 < \frac{1}{2}A$. Continuant indéfiniment la suite des triangles $A'B'C'$, $A^2B^2C^2$, $A^3B^3C^3$, etc., on parviendra à un triangle $A^nB^nC^n$, dans lequel la somme des angles sera la même que dans le triangle proposé ABC et qui aura l'angle $A^n < \frac{A}{2^n}$ et l'angle $B^n < \frac{A}{2^{n-1}}$.

On pourra supposer que n est assez grand pour que ces deux derniers angles, exprimés par $\frac{A}{2^n}$ et $\frac{A}{2^{n-1}}$, soient plus petits que tout angle donné, et ainsi puissent être considérés comme nuls; alors la somme des angles du triangle $A^nB^nC^n$ se réduira au seul angle C^n.

Fig. 10. Mais si on considère un triangle abc dont les deux angles a et b, sont très-petits, tant que ces angles ne sont pas nuls, le troisième angle acb devra être joint à l'angle extérieur bcd, pour que la somme des deux fasse deux angles droits; mais si l'on suppose que les deux angles a et b diminuent de plus en plus, de manière que les côtés ac et bc tournent autour de leurs sommets a et b, pour se rapprocher continuellement du côté immobile ab, alors on voit que, lorsque ces angles deviendront tout-à-fait nuls, les deux droites acd et bc se confondront avec la droite ab; en même temps l'angle extérieur bcd deviendra nul, et par conséquent l'angle

acb, dont les côtés ac, cb se placeront bout à bout sur la ligne droite ab, sera égal à deux angles droits.

Ce que nous venons de dire du triangle abc, lorsque les angles a et b seront diminués progressivement, jusqu'à devenir nuls, s'applique au triangle transformé $A^nB^nC^n$, lorsque le nombre n des termes de la suite $A^1B^1C^1$, $A^2B^2C^2 \ldots A^nB^nC^n$, sera assez grand pour que les angles A^n et B^d deviennent plus petits que tout angle donné. Alors la somme des angles du dernier triangle $A^nB^nC^n$ se réduira au seul angle C^n, et par conséquent sera égale à deux angles droits. Donc la somme des angles d'un triangle quelconque, représenté par ABC, est égale à deux angles droits.

13. Cette démonstration a l'avantage d'être rigoureuse et de n'exiger aucun *postulatum*, avantage qu'on n'a trouvé jusqu'ici dans aucun des livres élémentaires publiés depuis Euclide, c'est-à-dire depuis près de deux mille ans. On peut faire voir d'ailleurs qu'elle n'est pas aussi compliquée que quelques personnes semblent le croire. En effet la partie de la démonstration où l'on établit les relations diverses qui existent entre le triangle $A^1B^1C^1$ et le triangle proposé ABC, n'est pas plus difficile à concevoir que plusieurs des autres démonstrations des éléments; ensuite la même construction ayant lieu pour passer du triangle $A^1B^1C^1$ au triangle $A^2B^2C^2$, de celui-ci au triangle $A^3B^3C^3$, etc., on parvient, sans aucune difficulté nouvelle, au triangle $A^nB^nC^n$, dont les deux angles A^n et B^n font une somme plus petite que l'angle primitif A divisé par la puissance 2^{n-1}. Or il est évident qu'en prenant le nombre n suffisamment grand, on est maître de rendre l'angle $\frac{A}{2^{n-1}}$ plus petit que tout angle donné; alors le triangle

$A^nB^nC^n$ se trouve dans le cas d'un triangle dont les deux angles, d'abord très-petits, sont diminués progressivement jusqu'à devenir nuls; les trois angles A^n, B^n, C^n, se réduiront au seul angle C^n, qui devra être égal à deux angles droits. Donc la somme des angles de ce triangle, et par conséquent la somme des angles du triangle proposé ABC, est égale à deux angles droits.

En analysant ainsi les trois parties de la démonstration, on trouvera que sa difficulté, si elle existe, peut au moins être fort atténuée.

Calculs relatifs à la démonstration précédente.

Pour mieux faire apprécier la démonstration exposée dans cet article, nous avons pensé qu'il serait utile de rechercher l'expression générale des côtés d'un triangle quelconque $A^nB^nC^n$, pris à volonté dans la suite des triangles transformés $A'B'C'$, $A^2B^2C^2$, etc.; car connaissant les côtés on connaîtra les angles et particulièrement l'angle C^n qui, d'après notre démonstration, doit différer aussi peu qu'on voudra de deux angles droits, en prenant le nombre n d'une grandeur suffisante. Voici la solution de ce problème.

Dans la désignation du triangle $A^nB^nC^n$, les angles A^n, B^n, C^n, sont rangés par ordre de grandeur, A^n étant le plus petit et C^n le plus grand; désignons semblablement les côtés opposés par a_n, b_n, c_n, rangés aussi par ordre de grandeur; la question est de trouver l'expression de ces dernières quantités en fonctions des côtés a, b, c, du triangle proposé ABC.

Or en vertu de la construction qui nous a servi à former le triangle $A'B'C'$ par le moyen du triangle donné ABC, on a $a_1 = B'C' = AC = b$, $b_1 = A'C' = AB = c$, $c_1 = A'B' = 2AK = 2AI$. D'ailleurs AI étant une droite menée de l'angle A du triangle ABC au milieu du côté opposé, on a, par un théorème connu, $\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = 2\overline{AI}^2 + 2\overline{BI}^2$, donc $4\overline{AI}^2$ ou $(c_1)^2 = 2c^2 + 2b^2 - a^2$. On voit donc qu'avec les carrés a^2, b^2, c^2, des côtés

du triangle donné, on formera les carrés des côtés a_1, b_1, c_1, du triangle transformé $A^1 B^1 C^1$, au moyen des équations

$$(a_1)^2 = b^2, (b_1)^2 = c^2, (c_1)^2 = 2c^2 + 2b^2 - a^2;$$

on formera semblablement les carrés des côtés a_2, b_2, c_2, du second triangle transformé $A^2 B^2 C^2$, au moyen des équations

$$(a_2)^2 = (b_1)^2 = c^2, (b_2)^2 = (c_1)^2 = 2c^2 + 2b^2 - a^2$$
$$(c_2)^2 = 2(c_1)^2 + 2(b_1)^2 - (a_1)^2 = 6c^2 + 3b^2 - 2a^2.$$

Éliminant a^2 des deux dernières équations, on en tire

$$(c_2)^2 - 2(c_1)^2 = 2c^2 - b^2.$$

On aura donc semblablement

$$(c_3)^2 - 2(c_2)^2 = 2(c_1)^2 - (b_1)^2,$$

ou, en mettant c^2 à la place de $(b_1)^2$,

$$c^2 - 2(c_1)^2 - 2(c_2)^2 + (c_3)^2 = 0.$$

Cette équation entre quatre valeurs consécutives de c^2, prises dans quatre triangles consécutifs A B C, $A^1 B^1 C^1$, $A^2 B^2 C^2$, $A^3 B^3 C^3$, aura lieu également pour les valeurs du carré du grand côté, prises partout où l'on voudra dans quatre triangles consécutifs de la même suite, c'est-à-dire que dans l'équation précédente on peut mettre c_n, c_{n+1}, c_{n+2}, c_{n+3}, à la place de c, c_1, c_2, c_3, respectivement, et on aura l'équation générale

$$(c_n)^2 - 2(c_{n+1})^2 - 2(c_{n+2})^2 + (c_{n+3})^2 = 0,$$

au moyen de laquelle la suite des carrés c^2, $(c_1)^2$, $(c_2)^2$, $(c_3)^2$, etc., peut être prolongée, par un calcul numérique fort simple, aussi loin qu'on voudra. On voit de plus que comme les trois premiers termes de cette suite c^2, $(c_1)^2$, $(c_2)^2$, sont les mêmes que $(a_2)^2$, $(b_2)^2$, $(c_2)^2$, c'est-à-dire sont les carrés des trois côtés d'un même triangle $A^2 B^2 C^2$, trois autres termes consécutifs quelconques

$$(c_{n-3})^2, (c_{n-1})^2, (c_n)^2$$

seront les carrés des trois côtés du triangle $A^n B^n C^n$, au moyen desquels on détermine l'angle C^n par la formule

$$\cos. C^n = \frac{(c_{n-2})^2 + (c_{n-1})^2 - (c_n)^2}{2 c_{n-1} c_{n-2}}.$$

Mais on peut déterminer cet angle par une formule plus simple et qui donnera un résultat numérique plus exact, en partant du principe que l'aire du triangle $A^n B^n C^n$ doit être égale à celle du triangle primitif ABC. C'est ce qui sera démontré si on fait voir que l'aire du triangle $A^1 B^1 C^1$ est égale à celle du triangle ABC.

Fig. 9. Or puisque la base $A^1 B^1$ est double de AK, le triangle $A^1 B^1 C^1$ est double du triangle $A^1 C^1 K$ ou de son égal AIB; mais puisque CB est double de BI, le triangle ABC est aussi double de AIB; donc les deux triangles ABC, $A^1 B^1 C^1$ ont des aires égales. Il en est de même de deux triangles consécutifs quelconques dans la suite $A^1 B^1 C^1$, $A^2 B^2 C^2$, etc. Donc l'aire du triangle $A^n B^n C^n$ est égale à celle du triangle donné ABC.

Cela posé on aura l'équation $\frac{1}{2} a_n b_n \sin. C = {}^n \frac{1}{2} ab \sin. C$, d'où résulte

$$\sin. C^n = \frac{ab \sin. C}{a_n b_n}.$$

Le numérateur de cette quantité est constant, tandis que le dénominateur est le produit de deux côtés a_n, b_n qui augmentent très-rapidement à mesure que n augmente, ainsi on voit que $\sin. C^n$ deviendra bientôt plus petit que toute quantité donnée; et comme la valeur de $\cos. C^n$ se réduit en même temps à -1, sans aucune différence sensible, on en conclura qu'arrivé à ce point l'angle $C^n = \pi$, c'est-à-dire que la somme des angles du triangle proposé est égale à deux angles droits.

Appliquons maintenant le calcul numérique à un exemple particulier, et pour en prendre un très-simple, supposons que le triangle ABC est équilatéral et que ses côtés a, b, c, sont égaux à l'unité. On déduira d'abord des résultats précédents les trois premiers termes $c^2 = 1$, $(c_1)^2 = 3$, $(c_2)^2 = 7$; ensuite, pour continuer la série indéfiniment, on a l'équation

$$(c_{n+3})^2 = 2(c_{n+2})^2 + 2(c_{n+1})^2 - (c_n)^2.$$

C'est de cette manière qu'on a calculé les valeurs de $(c_n)^2$ jusqu'à $n=20$, comme elles sont dans le tableau suivant :

n	$(c_n)^2$	n	$(c_n)^2$
0	1	11	41473
1	3	12	108577
2	7	13	284259
3	19	14	744199
4	49	15	1948339
5	129	16	5100817
6	337	17	13354113
7	883	18	34961521
8	2311	19	91530451
9	6051	20	239629831
10	15841		

Si on s'arrête au 10^e triangle transformé $A^{10}B^{10}C^{10}$, les carrés de ses côtés sont, comme on voit,

$$2311,\ 6051,\ 15841,$$

De là on tire

$$\cos. C^{10} = \frac{2311 + 6051 - 15841}{2\sqrt{[(2311)(6051)]}} = -\frac{3739.5}{\sqrt{[(2311)(6051)]}},$$

$$\log. \cos.(\pi - C^{10}) = 9.99999\ 99884.$$

Ce log. cos. répond à un angle plus petit que 1′ et qui ne peut pas être déterminé bien exactement par cette valeur. Mais on obtiendra plus de précision par l'autre formule qui donne

$$\sin.(\pi - C^{10}) = \frac{ab \sin. C}{a_{10} b_{10}} = \frac{\frac{1}{2}\sqrt{3}}{\sqrt{[(2311)(6051)]}}$$

$$\log.\sin.(\pi - C^{10}) = 6.36471\,70825$$
$$R'' \ldots \quad 4.31442\,51332$$
$$1.67914\,22157$$
$$\text{Nombre} \quad 47.76856\,729$$
$$\text{Correction} \quad + \quad 43$$
$$\pi - C^{10} = 47''.76856\,772$$

Ainsi dès le dixième terme l'angle C^{10} ne diffère de deux angles droits que de $47''$ et une fraction déterminée jusqu'au huitième rang de décimales.

Si l'on pousse la série jusqu'au 20^e terme, on aura

$$\sin.(\pi - C^{20}) = \frac{\frac{1}{2}\sqrt{3}}{\sqrt{[(34961521)\,(91530451)]}}$$
$$\log.\sin.(\pi - C^{20}) = 2.18495\,26714$$
$$R'' \quad 5.31442\,51332$$
$$7.49937\,78046$$
$$\pi - C^{20} = 0''.00315\,77504$$

Ainsi la différence de l'angle C^{20} à 180° n'est plus que de trois millièmes de seconde à peu près. Alors le grand côté du triangle est de 15480 unités, car ce nombre est la racine approchée 23962983 1.

Il nous reste à trouver l'expression générale de $(c_n)^2$; pour cela j'observe que $(c_n)^2$ est une fonction de n qu'on peut désigner par $\varphi(n)$, l'équation entre quatre valeurs consécutives de $(c_n)^2$ se mettra donc sous cette forme,

$$\varphi(n) - 2\varphi(n+1) - 2\varphi(n+2) + \varphi(n+3) = 0,$$

ainsi nous avons à intégrer une équation aux différences finies et à coefficients constants; soit pour cet effet $\varphi(n) = Lp^n$, p étant une constante ainsi que L, on aura $\varphi(n+1) = Lp^{n+1}$, $\varphi(n+2) = Lp^{n+2}$, $\varphi(n+3) = Lp^{n+3}$, et la substitution de ces valeurs dans l'équation à résoudre donnera pour déterminer p l'équation

$$1 - 2p - 2p^2 + p^3 = 0.$$

Cette équation a les trois racines $p = 1$, $p = \frac{3+\sqrt{5}}{2}$, $p = \frac{3-\sqrt{5}}{2}$,

et si l'on fait $\alpha = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$, $6 = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$, ces trois valeurs seront

$$p = -1, p = \alpha^2, p = 6^2;$$

cela posé, l'intégrale complète de l'équation proposée sera

$$\varphi(n) \text{ ou } (c_n)^2 = L\alpha^{2n} + M6^{2n} + N(-1)^n.$$

Pour déterminer les coefficients L, M, N, il faut faire successivement $n=0$, $n=1$, $n=2$, ce qui donne les valeurs $(c_0)^2 = c^2$, $(c_1)^2 = 2c^2 + 2b^2 - a^2$, $(c_2)^2 = 6c^2 + 3b^2 - 2a^2$; on aura donc à résoudre les équations

$$\begin{aligned} c^2 &= L + M + N \\ 2c^2 + 2b^2 - a^2 &= L\alpha^2 + M6^2 - N \\ 6c^2 + 3b^2 - 2a^2 &= L\alpha^4 + M6^4 + N, \end{aligned}$$

et il en résulte les valeurs suivantes des coefficients

$$L = \frac{1}{5}(c^2\alpha^3 + b^2\alpha^2 - a^2\alpha)$$

$$M = \frac{1}{5}(c^2 6^3 + b^2 6^2 - a^2 6)$$

$$N = \frac{1}{5}(c^2 - 3b^2 + a^2).$$

On connaîtra donc le carré du côté c_n du triangle $A^n B^n C^n$, par la formule

$$(c_n)^2 = L\alpha^{2n} + M6^{2n} + N(-1)^n.$$

Les deux autres côtés b_n et a_n du même triangle se trouveront par les valeurs $b_n = c_{n-1}$, $a_n = c_{n-2}$, qui donnent

$$\begin{aligned} (b_n)^2 &= L\alpha^{2n-2} + M6^{2n-2} - N(-1)^n \\ (a_n)^2 &= L\alpha^{2n-4} + M6^{2n-4} + N(-1)^n. \end{aligned}$$

Si on veut ensuite connaître l'angle C^n du triangle $A^n B^n C^n$, on aura la formule

$$\cos. C_n = \frac{(a_n)^2 + (b_n)^2 - (c_n)^2}{2 a_n b_n}.$$

Substituant les valeurs des quantités qui forment le numérateur et faisant les réductions nécessaires au moyen des équations $\alpha+6=1$, $\alpha 6=-1$, on aura

$$\cos.(\pi-C_n)=\frac{L\alpha^{2n-3}-M6^{2n-3}+\frac{1}{2}N(-1)^n}{a_n b_n}.$$

Si de là on tire la valeur de $\sin.^2(\pi-C^n)$, on trouvera, après un grand nombre de réductions, la formule

$$\sin.^2(\pi-C^n)=\frac{5LM-\frac{5}{4}N^2}{(a_n)^2(b_n)^2}.$$

Mais la constante $5LM-\frac{5}{4}N^2$, se réduit à

$$\frac{1}{4}(2a^2b^2+2b^2c^2+2a^2c^2-a^4-b^4-c^4),$$

ou à $4S^2$, en désignant par S l'aire du triangle ABC; donc on aura

$$\frac{1}{2}a_n b_n \sin.(\pi-C_n)=S=\frac{1}{2}ab\sin.C,$$

ce qui signifie que l'aire du triangle $A^nB^nC^n$ est égale à celle du triangle primitif ABC. On parvient ainsi à un résultat déja connu, ce qui est une preuve de l'exactitude de nos formules.

Si on suppose comme ci-dessus que le triangle primitif ABC est équilatéral, et que son côté est pris pour unité, on trouvera les valeurs suivantes pour les carrés des trois côtés du triangle A^nB^nC:

$$(c_n)^2=\frac{2}{5}(\alpha^{2n+2}+6^{2n+2})-\frac{1}{5}(-1)^n$$

$$(b_n)^2=\frac{2}{5}(\alpha^{2n}+6^{2n})\qquad+\frac{1}{5}(-1)^n$$

$$(a_n)^2=\frac{2}{5}(\alpha^{2n-2}+6^{2n-2})-\frac{1}{5}(-1)^n,$$

formules où l'on pourra substituer pour α et 6 leurs valeurs $\alpha=2\cos.36°$. $6=-2\sin.18°$.

Si on fait $n=10$, on trouvera $c_{10}=15841$, et si on fait $n=20$, on

trouvera $c_{20} = 2396\ 29831$, ce qui s'accorde avec les résultats déja trouvés.

En général, quel que soit le triangle proposé ABC, si on suppose le nombre n fort grand, la valeur de $(c_n)^2$ se réduira au seul terme $L\alpha^{2n}$, de sorte qu'on aura $c_n = L^{\frac{1}{2}}\alpha^n$; on aura semblablement $b^n = L^{\frac{1}{2}}\alpha^{n-1}$, $a_n = L^{\frac{1}{2}}\alpha^{n-2}$; donc les trois côtés c_n, b_n, a_n, du triangle $A^n B^n C^n$, seront entre eux comme les nombres α^2, α, 1; or on a $\alpha^2 = \alpha + 1$; donc le plus grand côté c_n sera égal à la somme des deux autres b_n, a_n; ainsi l'angle opposé C_n sera égal à deux angles droits, ce qui est le résultat de la démonstration.

Démonstration fondée sur la considération de certaines quantités infinies du premier et du second ordre.

14. Il nous reste à parler d'un autre genre de démonstrations, dans lequel on emploie avec succès la considération de certaines quantités dont la grandeur est infinie. Sur quoi nous observerons d'abord que l'idée de l'angle se lie naturellement avec celle de l'espace infini compris entre ses côtés; cet espace a toujours un rapport déterminé avec la superficie entière du plan; car les quatre angles droits formés par l'intersection de deux droites perpendiculaires entre elles, comprennent toute la superficie du plan. Donc un angle quelconque renferme entre ses côtés un espace qui est à la superficie du plan, comme l'angle lui-même est à quatre angles droits.

Le plan étant étendu à l'infini, tant en longueur qu'en largeur, sa superficie est considérée comme un infini du second ordre; ainsi un angle quelconque, s'il est mesuré par l'espace compris entre ses côtés, sera considéré comme un infini du second ordre.

Or l'espace infini compris dans tout angle donné peut se diviser en une infinité de parties égales, qui seront elles-mêmes infinies, mais du premier ordre seulement.

Fig. 11. En effet, soit A un angle donné ; si sur un de ses côtés AP on prend des parties égales AC, CE, EG, etc., en nombre quelconque, et que des points C, E, G, etc., on mène des parallèles CD, EF, GH, etc., à l'autre côté AB, ou, ce qui revient au même, des droites qui fassent avec AP des angles DCP, FEP, HGP, etc., égaux à l'angle A, on formera ainsi dans l'angle BAP tant d'espaces qu'on voudra BACD, DCEF, FEGH, etc., qui sont tous égaux entre eux ; car il est visible qu'ils peuvent être superposés de la même manière que cela se fait pour deux triangles qui ont un côté égal adjacent à deux angles égaux chacun à chacun.

15. Nous appellerons *biangle* l'un de ces espaces formés par deux droites indéfinies AB, CD, qui, étant situées dans un même plan, font, avec une troisième AC, deux angles intérieurs BAC, ACD, dont la somme est égale à deux angles droits. Il y a, comme on voit, une infinité de biangles égaux dans l'espace que contient un angle donné ; c'est pourquoi le biangle est un infini du premier ordre seulement et l'angle un infini du second ordre, quand on convient de mesurer ces deux quantités par l'espace superficiel compris entre leurs côtés.

Fig. 1. Ces notions une fois établies, il est très-facile de démontrer le *postulatum* d'Euclide.

« Soient BD, AX deux droites, qui font, avec une troi-« sième AB, deux angles intérieurs dont la somme est moin-« dre que deux angles droits, je dis que ces deux droites,

« prolongées suffisamment dans le sens BD, devront se ren-
« contrer. »

Par le point A menez la droite AC, de manière que la somme des deux angles intérieurs BAC + ABD soit égale à deux angles droits; puisque, par hypothèse, la somme des deux angles XAB+ABD est moindre que deux angles droits, il faudra que l'angle BAX soit moindre que l'angle BAC.

Mais l'angle CAX, mesuré par l'espace compris entre ses côté, est un infini du second ordre, tandis que le biangle CABD, mesuré semblablement par l'espace compris entre ses côtés, n'est qu'un infini du premier ordre; il est donc impossible que le premier espace soit contenu dans le second; donc la droite AX prolongée suffisamment, devra rencontrer la droite BD également prolongée, afin que l'espace contenu dans l'angle CAX s'étende infiniment au-delà du biangle terminé par les droites AC, BD.

C'est en cela que consiste le *postulatum* d'Euclide, d'où l'on peut déduire ensuite le théorème sur la somme des angles du triangle. Mais ce théorème peut aussi se démontrer directement et d'une manière très-simple, comme il suit.

16. Soit ABC un triangle proposé; prolongez le côté CA vers D, le côté AB vers E, et le côté BC vers F. L'aire entière du plan se compose visiblement de l'aire comprise par l'angle DAE, de l'aire comprise par l'angle EBF, de l'aire comprise par l'angle FCD, et enfin de l'aire du triangle ABC. Cette dernière aire, qui est une quantité finie, disparaît devant l'aire entière du plan, qui est un infini du second ordre; ainsi nous n'en tiendrons pas compte. Il reste les trois aires comprises par les angles DAE, EBF, FCD, dont Fig. 12.

la somme doit être égale à l'aire comprise par quatre angles droits. Appelons D l'angle droit; nous aurons l'angle DAE $= 2D - A$, l'angle EBF $= 2D - B$ et l'angle FCD $= 2D - C$. La somme de ces trois angles est $6D - A - B - C$; en l'égalant à $4D$, on aura l'équation

$$4D = 6D - A - B - C,$$

d'où résulte $A + B + C = 2D$. Donc, la somme des angles d'un triangle quelconque est égale à deux angles droits.

17. On ne peut disputer à ces démonstrations le mérite d'être simples et rigoureuses. M. Bertrand, de Genève, est le premier qui en ait fait mention dans son ouvrage intitulé : *Développement de la partie élémentaire des mathématiques :* mais jusqu'à présent personne ne les a introduites dans les livres élémentaires.

Démonstration rendue plus simple par la considération des seuls biangles.

18. Les idées que nous venons de développer sont les premières qui se présentent à l'esprit lorsqu'on considère les angles et les biangles comme représentant les espaces superficiels compris entre leurs côtés. Mais cette théorie peut se simplifier beaucoup, en la réduisant à la considération des seuls biangles; on évite alors l'inconvénient assez grave d'admettre des infinis de deux ordres différents, et on obtient la démonstration de la théorie des parallèles, plus simple, si je ne me trompe, que toutes celles qui ont été insérées jusqu'ici dans les éléments.

Observons d'abord que tout biangle oblique, c'est-à-dire tout biangle CABD dont l'angle n'est pas droit, peut se transformer en un biangle droit qui lui sera équivalent. En effet, si du milieu F de la base AB on abaisse FG perpendiculaire sur AC, et FH perpendiculaire sur la parallèle BD prolongée vers H, il est facile de prouver que les triangles rectangles AFG, BFH, sont égaux, et qu'ainsi GFH est une seule ligne droite, perpendiculaire à la fois aux deux parallèles AC, BD, et divisée en deux parties égales au point F. Fig. 13.

Nous aurons donc, par cette construction, un biangle droit CGHD, qui sera équivalent au biangle oblique CABD; car on voit qu'il suffit d'ajouter le triangle BFH au biangle oblique et d'en retrancher le triangle égal AGF, pour changer le biangle oblique en biangle droit. On voit de plus qu'en menant la droite FE perpendiculaire à GH, le biangle droit CGHD sera partagé en deux parties égales par la droite FE; car les deux biangles CGFE, EFHD, qui ont des bases égales GF, FH, peuvent être superposés et sont par conséquent égaux. Cela posé, nous allons commencer par démontrer le théorème suivant, d'où l'on peut aisément déduire toute la théorie des parallèles.

19. Théorème. Soient AC, BD deux droites perpendiculaires à une troisième AB et par conséquent parallèles entre elles; si par un point quelconque M pris sur AC, on mène la droite MN perpendiculaire à AC et terminée à sa parallèle BD, je dis 1° que la droite MN sera égale à AB; 2° que cette même droite MN, perpendiculaire à AC, sera aussi perpendiculaire à sa parallèle BD. Fig. 14.

Démonstration. Du point N menez au point I milieu de AB, la droite NI que vous prolongerez jusqu'à ce qu'elle rencontre AC, pareillement prolongée, au point P; les deux triangles BIN, AIP seront égaux comme ayant un côté égal BI = AI, adjacent à deux angles égaux chacun à chacun, savoir l'angle BIN = AIP comme opposés au sommet et l'angle B = A comme étant tous deux droits. Donc le côté IN = IP, et l'angle BNI = API. Cela posé, la somme des deux angles CPN, PND, est égale à celle des deux angles INB, IND, et par conséquent vaut deux angles droits. Nous avons donc un biangle oblique CPND qui sera équivalent au biangle droit CABD dont la base est AB; or, on peut trouver une seconde valeur du biangle oblique CPND.

Prolongez PN d'une quantité NQ égale à PN, et par le point Q menez la droite GQY qui fasse avec NQ l'angle GQN = QND. Alors la somme des deux angles DNQ, NQY sera égale à la somme des deux angles GQN, NQY, et par conséquent sera égale à deux angles droits; on aura donc un second biangle DNQY, qui sera égal au biangle CPND; car ces deux biangles peuvent être superposés, comme cela se ferait pour deux triangles qui auraient un côté égal, PN = NQ, adjacent à deux angles égaux, chacun à chacun.

D'un autre côté, les deux mêmes biangles, pris ensemble, forment un seul biangle CPQY dont la base est PQ; et puisque le point N est le milieu de PQ, les triangles GNQ, MNP sont égaux comme ayant un côté égal adjacent à deux angles égaux chacun à chacun, savoir, NQ = PN, angle GNQ = PNM, angle GQN = QND = NPM. Donc le côté GN = MN, et l'angle NGQ sera droit, ainsi que l'angle NMP. Donc le biangle oblique CPQY, double du biangle CPND, sera équivalent au biangle droit CMGY, dont la

base est MG, et par conséquent serait double du biangle droit dont la base est MN, moitié de MG. Il suit de là que le biangle oblique CPND, qui est équivalent au biangle droit dont la base est AB, est équivalent aussi au biangle droit dont la base est MN. Or, deux biangles droits égaux doivent avoir des bases égales. Donc 1° la perpendiculaire MN est égale à AB.

Nous avons élevé MN perpendiculaire à AC jusqu'à la rencontre de BD, et nous avons prouvé que MN doit être égale à AB; si par le point N nous élevions de même une perpendiculaire à BD jusqu'à la rencontre de AC, il faudra que cette perpendiculaire, que nous désignerons par NM′, soit égale aussi à AB; mais il est visible que cette seconde droite NM′, si elle ne se confondait pas avec la perpendiculaire NM, serait une oblique plus grande que NM, et par conséquent plus grande que AB. Donc, pour qu'elle soit égale à AB il faut nécessairement qu'elle se confonde avec NM; donc 2° la même droite MN est perpendiculaire à la fois aux deux parallèles AC, BD.

20. Cette démonstration établit d'une manière très-simple et très-rigoureuse une propriété essentielle des parallèles dont on a naturellement l'idée sans aucune étude préliminaire; car on ne peut guère concevoir deux parallèles sans se les représenter comme deux lignes qui conservent la même distance entre elles, quand même elles seraient prolongées à l'infini; et on conçoit en même temps que cette distance, qui est partout la même, est mesurée par une droite perpendiculaire à la fois aux deux parallèles.

Ce principe étant une fois démontré, toute la théorie des

parallèles ainsi que le théorème sur la somme des angles du triangle en sont des conséquences très-faciles à déduire par la méthode ordinaire des Éléments. C'est pourquoi nous pourrions nous dispenser d'ajouter ici des développements ultérieurs. Cependant nous allons faire voir comment de la proposition précédente on peut déduire le théorème sur la somme des trois angles du triangle.

21. Puisque nous avons trouvé que le rectangle ABNM a ses quatre angles droits, il s'ensuit qu'une diagonale BM, menée dans ce rectangle, le divisera en deux triangles, dans lesquels la somme des angles est égale à deux droits; et dès lors, par l'application des propositions A et B, il sera démontré que, dans tout triangle, la somme des angles est égale à deux angles droits. Mais cette conséquence peut maintenant être obtenue sans avoir recours aux propositions A et B.

Fig. 15. En effet, soit BAC un triangle quelconque, dont le plus grand côté soit BC; du sommet A abaissez la perpendiculaire AD sur BC, par le même point A menez la droite EF perpendiculaire à AD, enfin par les points B et C élevez sur BC les perpendiculaires BM et CN, terminées aux points M et N sur la droite EF.

Par cette construction les droites BC, EF, perpendiculaires à une même droite AD, sont parallèles; ensuite la droite CN perpendiculaire à BC sera, suivant la proposition précédente, perpendiculaire à EF et en même temps égale à AD. Donc les triangles rectangles ACD, CAN sont égaux, comme ayant une hypoténuse commune AC, et le côté AD égal au côté CN. Donc les angles opposés à ces

côtés égaux, savoir, ACD, CAN sont égaux; il en sera de même des deux angles ABD, BAM; donc les trois angles du triangle ABC font la même somme que les trois angles CAN, CAB, BAM; cette dernière somme est égale à deux angles droits, puisque MAN est une ligne droite. Donc la somme des angles du triangle ABC est égale aussi à deux angles droits.

22. Toute difficulté est ainsi résolue, et nous avons trouvé enfin une demonstration de la théorie des parallèles, aussi simple que rigoureuse, et très-propre à être insérée dans les éléments. Cependant nous ne devons pas dissimuler qu'il y a une objection à faire contre les propriétés des biangles, sur lesquelles la démonstration de notre proposition principale est appuyée.

Nous avons supposé que deux biangles droits sont équivalents, c'est-à-dire égaux en surface, si leurs bases sont égales. En effet, si l'on compare entre eux les deux biangles droits CABD, PMNQ, dont les bases AB, MN sont égales, Fig. 16. on voit que ces deux biangles peuvent être superposés, et qu'ainsi ils sont égaux.

Mais ce qui a lieu pour deux biangles droits ainsi isolés semble ne plus être vrai pour deux biangles droits qui ont deux bases égales, mais qui sont enclavés l'un dans l'autre. Tels sont les deux biangles droits CMND, CABD (fig. 14), dont les deux bases MN et AB sont égales en vertu de la proposition citée.

Il est évident en effet que ces deux biangles sont inégaux, puisque leur différence est égale au rectangle ABNM, qui peut être d'une grandeur quelconque finie.

Le principe que deux biangles droits sont égaux lorsque leurs bases sont égales est donc ici en défaut, ou du moins exige une modification. Voici maintenant l'explication qu'on peut donner de cette difficulté.

23. L'égalité entre deux quantités de grandeur finie exige que leur différence soit absolument nulle ; mais si les deux quantités que l'on compare sont infinies, telles que deux biangles qui sont supposés représenter l'étendue superficielle infinie comprise entre leurs côtés, il n'est pas absolument nécessaire que leur différence soit nulle; il suffit que le rapport de cette différence à l'une des deux quantités comparées, soit plus petit que toute fraction donnée de l'unité.

Or le rectangle AMNB dont nous parlions tout à l'heure, ne peut être considéré que comme une partie infiniment petite de chacun des biangles dont il est la différence. En effet on peut porter 100 fois, par exemple, la longueur AM sur la droite MC indéfiniment prolongée, et si on élève par ces points de division autant de perpendiculaires à MC, on forme ainsi 100 rectangles égaux au rectangle AMNB; on en peut former de même 1000, 10000, 100000, etc., et il restera toujours dans le biangle CMND un espace superficiel infini, non occupé par les rectangles, lequel pourra être superposé sur le biangle CABD. Donc le rectangle, dans son rapport avec le biangle, est moindre qu'un terme quelconque de la série décroissante $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{1000}$, $\frac{1}{10000}$, etc. Donc, quand il ne s'agira que du rapport de grandeur entre deux biangles droits dont les bases sont égales, comme cela a lieu dans la démonstration de notre proposition, on pourra sup-

poser que ce rapport est rigoureusement égal à l'unité, et qu'ainsi ces deux biangles sont égaux.

La difficulté que nous venons de résoudre tient à la nature de la question où l'idée de l'infini semble inséparable de l'idée des parallèles; mais il est bien constaté maintenant que l'emploi des biangles ne peut entraîner aucune erreur dans la démonstration que nous avons donnée de la proposition principale, et qu'ainsi cette démonstration réunit à la rigueur géométrique toute la simplicité désirable.

CONCLUSION.

24. Le désir de perfectionner mes *Éléments de Géométrie*, en mettant à l'abri de tout reproche la théorie des parallèles, m'a fait revenir plusieurs fois sur le même sujet, et essayer, dans différentes éditions, des démonstrations différentes du théorème sur la somme des trois angles du triangle, qui offre le même point de difficulté que la théorie des parallèles. Des mémoires assez nombreux, qui m'ont été adressés sur ces démonstrations, ne m'ont fourni aucune lumière, mais m'ont donné lieu de réfléchir de nouveau sur les moyens de parvenir enfin à une démonstration qui réunirait tous les suffrages. Instruit en dernier lieu que la démonstration insérée dans la 12^{e} édition, et qui n'a pas été changée depuis, n'avait pas obtenu l'assentiment de quelques professeurs qui, sans contester son exactitude, la trouvaient trop difficile à comprendre pour leurs élèves, j'ai voulu faire une revue générale des diverses démonstrations que j'avais proposées à diverses époques, en y comprenant des démonstrations d'un autre genre dont je n'avais pas fait

mention, afin de pouvoir choisir moi-même, après un examen approfondi, celle qui me paraîtrait devoir être préférée aux autres. Il est résulté de cet examen et des nouvelles idées qu'il m'a suggérées, que j'ai été conduit, d'une manière imprévue, à une nouvelle démonstration, qui ne le cède en rigueur géométrique à aucune autre, et qui paraît pouvoir être choisie comme la plus simple et la plus propre à être insérée dans les Éléments. Cependant, comme cette démonstration repose sur les propriétés d'une figure qui n'a pas encore été considérée dans les Éléments, il serait possible que cette innovation ne fût pas généralement approuvée. Quel que soit au reste le jugement qu'on en portera, j'aurai toujours à me féliciter de l'espèce de hasard qui m'a permis de présenter au choix des géomètres, deux démonstrations également rigoureuses de la *Théorie des Parallèles* (*); l'une (celle de la 12e édition) plus directe et plus conforme aux méthodes ordinaires; l'autre, fondée sur un principe nouveau, mais dont l'application rentre dans les formes élémentaires les plus simples.

Ayant ainsi terminé, d'une manière satisfaisante, la discussion d'une question célèbre, agitée si long-temps dans la géométrie élémentaire, qu'il me soit permis de rappeler, à cette occasion, quelques-uns des travaux par lesquels j'ai tâché, dans ces dernières années, de perfectionner et de compléter mes deux principaux ouvrages.

La troisième édition de la *Théorie des nombres*, que j'ai

(*) Car avant que je publiasse mon ouvrage, il n'existait aucun livre élémentaire où la démonstration de la théorie de parallèles pût être regardée comme absolument rigoureuse.

publiée en mai 1830 (*), contient, entre autres additions, des résultats nouveaux sur la résolution des équations à deux termes, et un essai sur la résolution algébrique d'une classe d'équations de tous les degrés, lequel tend à prouver la vérité d'une proposition avancée par M. Abel, savoir qu'il existe plusieurs classes d'équations résolubles algébriquement, et que hors de ces classes, dont les caractères peuvent être déterminés, il n'y a point d'équation résoluble; ce qui prouve l'impossibilité de trouver une formule générale de résolution au-delà du quatrième degré. L'ouvrage est terminé par une addition devenue nécessaire pour rectifier et compléter l'article relatif à la résolution de l'équation $4X = Y^2 \pm nZ^2$, n étant un nombre premier $4i \pm 1$ et X un polynôme égal au quotient de $x^n - 1$ divisé par $x - 1$.

Enfin, j'ai publié tout récemment, en mars 1832, un troisième et dernier supplément, de 192 pages d'impression, qui complète et termine le troisième tome de mon *Traité des fonctions elliptiques* (**). C'est dans ce supplément qu'on trouve les premières notions qui aient été publiées jusqu'à présent, d'une nouvelle branche d'analyse très-étendue, à laquelle j'ai donné le nom de *Théorie des fonctions ultra-elliptiques*, et dont les propriétés ont une grande analogie avec celles des fonctions elliptiques. Cette théorie, déduite d'un beau théorème de M. Abel, et appuyée d'un grand nom-

(*) Théorie des nombres, troisième édition, 2 vol. in-4°, maison Firmin Didot, à Paris, rue Jacob, n° 24.

(**) Traité des fonctions elliptiques, 3 vol. in-4°, maison Treuttel et Wurtz, à Paris, rue de Lille, n° 17, à Londres et Strasbourg, même maison.

bre de calculs numériques exécutés avec beaucoup de précision, intéressera sans doute les géomètres, en leur ouvrant une nouvelle et vaste carrière, restée jusqu'ici entièrement inconnue.

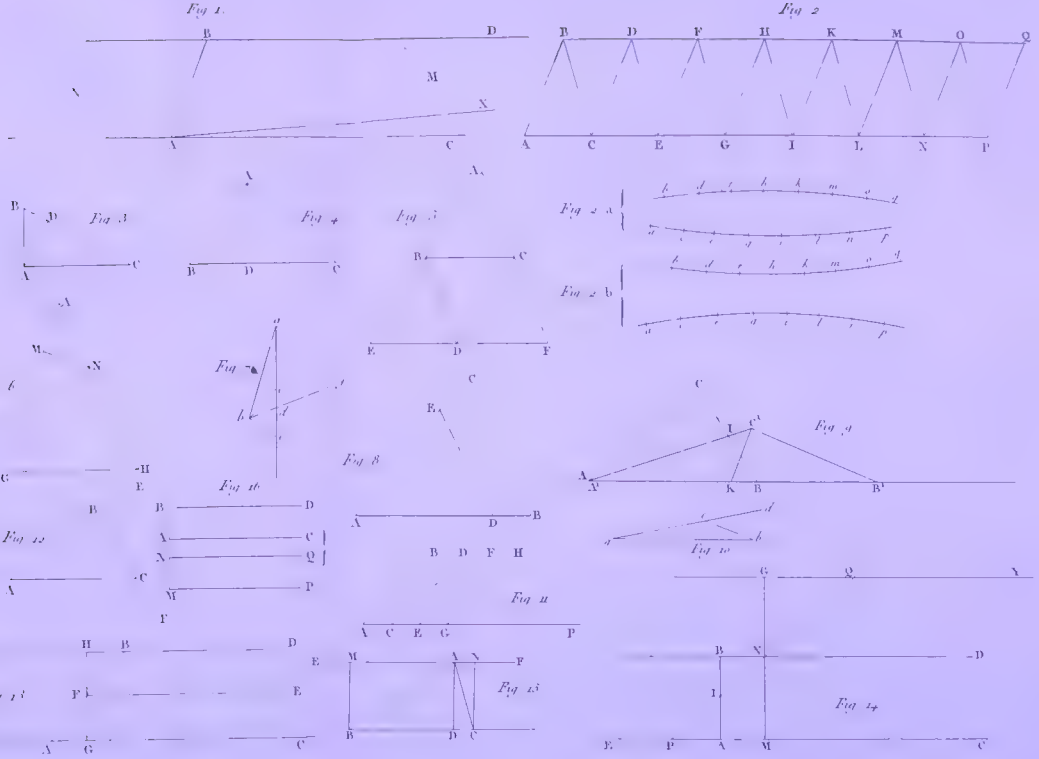


Fig 1.
Fig 2
Fig 3
Fig 4
Fig 5
Fig 6
Fig 7
Fig 8
Fig 9
Fig 10
Fig 11
Fig 12
Fig 13
Fig 14
Fig 15
Fig 16

RECHERCHES

SUR

LES ÉTABLISSEMENTS DE BAINS PUBLICS

A PARIS,

DEPUIS LE VI^e^ SIÈCLE JUSQU'A PRÉSENT,

PAR P. S. GIRARD;

Lues à l'Académie royale des Sciences, les 3 et 10 octobre 1831.

L'emploi que l'on fait d'une partie des eaux publiques d'une grande ville, pour rendre l'usage des bains plus général et plus fréquent parmi ses habitants, est incontestablement un des emplois les plus utiles que l'on puisse faire de ces eaux. Au point où notre civilisation est parvenue par l'accroissement d'aisance auquel toutes les classes de la société se sont accoutumées, graces enfin aux notions d'hygiène populaire qui se sont de plus en plus répandues, il a suffi, dans ces derniers temps, de porter l'eau dans quelques quartiers de Paris, qui en avaient manqué jusqu'alors, pour qu'aussitôt on ait vu s'y établir une ou plusieurs maisons de bains; et comme la plupart de ces établissements

ont prospéré, il faut en conclure qu'ils ont satisfait à de véritables besoins. Ces besoins ont-ils toujours été aussi vivement ressentis? et par quels changements survenus dans nos mœurs et nos habitudes, le nombre de ces maisons, eu égard à la population de la capitale, s'est-il, en différents temps, étendu ou restreint? Telles sont les questions que j'ai souvent eu occasion de me faire, en m'occupant du service dont je suis chargé. Le désir de les résoudre m'a entraîné dans des recherches qui ne seront peut-être pas dénuées d'intérêt pour l'histoire et la statistique de la ville de Paris. Je me propose aujourd'hui d'en rendre compte à l'Académie.

L'usage des bains dans certains établissements publics appropriés à cette destination, paraît avoir été connu de temps immémorial dans les grandes cités de l'Orient. Il passa de l'Asie en Grèce, et de la Grèce en Italie. Car ce ne fut pas seulement pour procurer aux habitants de Rome une boisson salubre que l'on y fit venir, par de nombreux aquéducs, l'immense volume d'eau que l'on distribua successivement dans ses différentes régions; ce fut encore pour y entretenir une multitude de bains publics et particuliers. On sait, par la description que Vitruve nous a laissée de ces établissements, que les personnes qui les fréquentaient ne se bornaient pas à de simples ablutions dans des piscines remplies d'eau froide ou élevée à un certain degré de température; elles y prenaient aussi, dans des salles construites exprès, des bains de vapeurs d'eau plus ou moins chaude. Le docteur Burette, médecin de la Faculté de Paris, et l'un des premiers membres de l'Académie des Inscriptions, a dé-

crit avec beaucoup de détails, il y a déja plus de 150 ans (1), la série des procédés hygiéniques et gymnastiques dont se composait, chez les anciens, ce qu'on pouvait appeler un bain complet : mais cette espèce de bains que pouvaient exiger alors les raffinements du luxe et de la sensualité, n'était réservée qu'à l'opulence; il en fallait de plus simples pour le peuple. Cependant les édifices où il était admis à se baigner présentaient toujours, par leur étendue et leurs dispositions, des monuments du premier ordre. On cite parmi ces monuments, les thermes d'Auguste; ceux d'Agrippa son gendre, et ceux dans lesquels Néron fit venir des eaux de la mer, afin que l'on pût se baigner à volonté dans de l'eau douce ou dans de l'eau salée. On cite encore les thermes de Caracalla, et ceux de Dioclétien. Il était pourvu à l'entretien journalier de ces établisements et aux salaires des différents serviteurs qui y étaient employés, au moyen d'une légère rétribution payée par ceux qui venaient s'y baigner. Les Romains attachaient un si grand prix à la facilité qu'on leur en procurait, que les empereurs crurent toujours se rendre plus populaires en construisant de nouveaux thermes, auxquels on donnait leurs noms. Quelquefois même ils s'y baignaient publiquement avec le peuple pour se populariser davantage. Enfin, dans les réjouissances publiques, les bains donnés gratuitement étaient mis au nombre de leurs largesses.

Le moment de la journée où les bains étaient le plus fréquentés à Rome, correspondait à la huitième ou à la neu-

(1) *Mémoires de l'Académie royale des Inscriptions et Belles-Lettres*, t. I^er^, p. 89 et suiv.

vième heure du jour, c'est-à-dire à celle qui précédait immédiatement le souper. Le son d'une espèce de cloche annonçait alors que les bains chauds allaient être fermés, et qu'il n'y aurait plus que des bains froids à donner à ceux qui se présenteraient après cet avertissement.

Les Romains, qui naturalisèrent leurs mœurs dans toutes les contrées conquises par leurs armes, y introduisirent l'usage des bains publics. C'est en effet du temps où les Gaules étaient devenues une province romaine, que datent les aquéducs dont on retrouve des vestiges aux abords de la plupart de nos anciennes villes. Comme ceux de Rome, ces aquéducs avaient la double destination d'alimenter des fontaines d'eau vive, et d'entretenir soit des bains publics, soit des bains plus recherchés qui formaient alors une dépendance obligée de l'habitation des empereurs, ou de ceux qui en exerçaient l'autorité. En preuve de ce que nous avançons ici, il nous suffira de citer l'édifice connu sous le nom de *Thermes de Julien*, le plus ancien des monuments romains qui aient été retrouvés à Paris (1); et de faire remarquer que ces thermes étaient alimentés par les eaux d'un

(1) Tous les historiens de la ville de Paris s'accordent à dire que les Thermes dont il s'agit, situés entre les rues de la Harpe et des Mathurins, faisaient partie d'un palais que l'empereur Julien habita souvent; et qui, avec ses jardins, occupait un très-vaste espace sur la rive gauche de la Seine, entre ce fleuve et la butte Sainte-Geneviève.

Ceci explique pourquoi la rue des Mathurins, avant que les religieux dont elle porte le nom y fussent établis, ce qui eut lieu vers 1158, s'appelait encore la rue des Bains-de-César. (*Mémoire de M. Bonami, Académie des Inscriptions*, t. XV, p. 679.)

aquéduc qui venait des environs de Rungis; aquéduc dont on voit encore la section transversale parfaitement conservée le long du chemin par lequel on descend de la route d'Orléans au village d'Arcueil (1).

L'usage des bains publics se maintint dans les Gaules après l'établissement du christianisme; c'est du moins ce qu'il est permis de conclure de l'habitude où l'on était de construire des bains dans les cloîtres. Nous apprenons en effet, de Grégoire de Tours (2), que des religieuses de Poitiers quittèrent leur couvent, alléguant, entre autres griefs, que leur abbesse avait permis que des étrangers se baignassent *incongrûment* dans les bains de la maison. Nous apprenons aussi qu'à la fin du huitième siècle, le pape Adrien I^er^ recommandait au clergé des paroisses d'aller se baigner processionnellement en chantant des psaumes, tous les jeudis de chaque semaine (3).

Vers l'époque des croisades, à laquelle remonte, comme on sait, l'institution de la plupart des ordres de chevalerie, on n'était armé chevalier qu'après des ablutions plus ou moins complètes. Des bains disposés à cet effet, et administrés avec certaines formalités par certains officiers, semblaient être une espèce de baptême, qui, en purifiant le récipiendaire, le préparait à passer de son état actuel à un état plus parfait. Ce qui n'était qu'une cérémonie prépara-

(1) Presque vis-à-vis la porte d'entrée de l'ancienne habitation de M. Berthollet.

(2) *Sancti Gregorii, episcopi Turonensis, Historia Francorum, lib.* 10, p. 506 et 507; *Lutetiæ Parisiorum, anno* 1699.

(3) *Essais sur Paris*, de Saint-Foix, t. II, p. 222 et suiv.

toire pour être admis dans un ordre de chevalerie quelconque, devint l'acte principal de la réception des chevaliers de l'ordre du Bain. Cet ordre, qui, après avoir été longtemps en honneur en France, en Italie et dans presque tous les pays de l'Europe, ne se retrouve plus aujourd'hui qu'en Angleterre, doit la dénomination qu'il porte à ce que le récipiendaire restait plongé dans un bain plus ou moins richement orné, pendant que des chevaliers chargés de cet office lui donnaient des instructions, et lui enseignaient les pratiques de l'ordre dans lequel il allait être admis. L'ouvrage du P. Hélyot, sur les ordres religieux, contient la description, traduite d'un auteur anglais, des différentes cérémonies qui se pratiquaient pour la réception d'un chevalier du Bain (1). Il n'est point de notre sujet de les rappeler ici.

Il est probable qu'à partir du XII^e^ siècle l'usage des bains de vapeurs, avec lequel les croisés avaient eu le temps de se familiariser pendant leur séjour en Palestine, devint, à leur retour en France, plus général qu'il n'avait été jusqu'alors. On prenait ces bains de vapeurs, à prix d'argent, dans des *étuves* publiques, qui avaient remplacé les anciens thermes. Ces *étuves* (2) s'étaient multipliées à Paris ; et quoiqu'il soit impossible d'assigner aujourd'hui ni leur nombre, ni tous les emplacements qu'elles occupaient, on peut du moins indiquer les endroits où les principales étaient situées.

Ainsi, en commençant par la Cité, on sait qu'il y en avait

---

(1) *Histoire des Ordres religieux*, par le P. Hélyot, picpus, t. VII, p. 266 et suiv.

(2) Du mot latin, *stuffæ*.

d'établies dans une ruelle qui portait le nom des *Étuves Saint-Michel*, et qui aboutissait dans la rue de la Barillerie, vis-à-vis le Palais (1).

Les Juifs, dont la loi prescrit aux femmes l'usage du bain au moins une fois par mois (2), avaient en 1248, dans la rue de la Pelleterie, une maison d'étuves à leur usage exclusif (3).

La petite île de la Seine qu'occupait l'ancienne *Lutèce*, ne s'étendait pas autrefois jusqu'à l'emplacement actuel du Pont-Neuf. Elle se terminait au couchant vers l'endroit où se trouve aujourd'hui la rue du Harlay; mais à la suite de cette île, il s'était formé dans la rivière un atterrissement que les grandes eaux pouvaient submerger. Cet atterrissement, qui, par l'effet de son exhaussement naturel, était devenu une prairie couverte de saules, fut plus tard mis en culture, et transformé en jardins dépendants de l'habitation ordinaire des rois de la deuxième race, laquelle occupait une partie de l'emplacement actuel du Palais de Justice et de la Conciergerie. Ces princes firent bâtir à l'extrémité occidentale de ces jardins, de grandes étuves réservées pour eux et les seigneurs de leur cour. Cet *hôtel des Étuves* subsista jusqu'au règne de Henri II, lequel en fit don aux entrepreneurs de la monnaie, les premiers qui firent usage

(1) *Recherches sur Paris*, par Jaillot, *quartier de la Cité*, p. 26.

(2) *Lévitique*, ch. xv.

(3) En 1248, les Juifs avaient une maison d'étuves dans la rue de la Pelleterie; *Domus quæ fuit stuffæ Judæorum.* (*Recherches sur Paris*, par Jaillot, *quartier de la Cité*, p. 155.)

des laminoirs mis en mouvement par des moulins sur bateau (1).

En passant sur la rive droite de la Seine, on retrouve, dans la petite rue de Marivaux, qui communique de la rue des Lombards à celle des Écrivains, un cul-de-sac appelé des *Vieilles-Étuves* (2).

Une autre rue qui va de la rue Saint-Honoré à celle des Deux-Écus, a jusqu'à présent conservé le même nom ; elle était autrefois beaucoup plus longue, mais Catherine de Médicis en prit une partie pour la construction de l'hôtel de Soissons, qu'elle fit bâtir sur l'emplacement que la Halle aux Blés occupe maintenant. Cette rue qui portait, en 1300, le nom de *rue des Étuves*, avait pris, en 1350, celui des *Vieilles-Étuves* (3) ; d'où il paraîtrait que pendant la première moitié du XIV^e^ siècle, il se serait opéré quelques changements dans le mode d'administrer ces sortes de bains. Il convient de remarquer que les étuves dont il s'agit ici, étaient spécialement consacrées à l'usage des femmes ; car dans ce temps-là, la rudesse des mœurs, le défaut de réglements de police, ou l'insuffisance des moyens propres à en assurer l'exécution, ne permettaient pas d'admettre les deux sexes à prendre des bains sous le même toit.

---

(1) Cet atterrissement se nommait l'*Isle des Bureaux*. (*Recherches* de Jaillot *sur Paris*, *quartier de la Cité*, p. 185.)

L'île des Bureaux était en pré et en saussaie, en 1250. (*Traité de la Police*, t. I^er^, p. 82.)

(2) *Recherches sur Paris*, par Jaillot, *quartier Saint-Jacques de la Boucherie*, p. 65.

(3) *Recherches sur Paris*, par Jaillot, *quartier Saint-Eustache*, p. 22.

C'est encore à l'usage exclusif des femmes qu'étaient destinées d'autres étuves établies dans une rue *des Étuves*, qui conduit de la rue Saint-Martin à la rue Beaubourg. Elle est désignée sous ce nom (1) par Guillot, auteur d'une pièce de vers techniques sur les rues de Paris, composée dans le XIII^e^ siècle. La maison où ces bains de femmes étaient établis, portait pour enseigne le *Lion d'Argent*, et il en est fait mention dans des lettres de Philippe-le-Bel, de l'an 1313. Cette même rue avait aussi porté le nom de *Geoffroy des Bains*, vers le milieu du XIII^e^ siècle; plus tard elle fut appelée rue des *Vieilles-Étuves*, qu'elle a conservé. Il est certain, au surplus, que les établissements de bains auxquels elle dut successivement ses diverses dénominations, y existaient encore en 1578 (2).

La rue actuelle de l'Arche-Marion, qui forme le prolongement de la rue Thibautodé jusqu'au quai de la Mégisserie, doit le nom qu'elle porte à une femme qui y tenait des étuves vers le milieu du XVI^e^ siècle. Cette rue s'appelait auparavant *ruelle des Étuves;* et Corrozet, dont l'ouvrage sur les antiquités de Paris parut pour la première fois en 1550, la désigne sous le nom de rue des *Étuves aux Femmes* (3).

L'impasse de la *Porte aux Peintres*, qui existe encore rue Saint-Denis, précisément au point où cette rue était tra-

---

(1) Ledit, *des rues de Paris.*

(2) *Recherches sur Paris*, par Jaillot, *quartier Saint-Martin des Champs*, p. 15.

(3) *Recherches sur Paris*, par Jaillot, *quartier Sainte-Opportune*, n. 9 et 10.

... Corrozet, *Antiquités de Paris*, feuillet 212, *verso*, édit. de 1686.

versée par l'enceinte de murailles dont Philippe-Auguste fit entourer les quartiers septentrionaux de Paris, s'appelait en 1365 *cul-de-sac des Étuves*, à cause des étuves pour hommes qui y étaient situées (1).

Il y avait aussi, vers la même époque, des étuves pour hommes, dans la rue de l'Arbre-Sec (2).

De l'autre côté de la rivière et presque sur ses bords, il existait un établissement semblable dans une ruelle qui portait encore, en 1540, le nom de *ruelle des Étuves*. Ces bains ayant été supprimés, elle prit le nom de *ruelle de Gloriette*, qu'elle a conservé jusqu'à ces derniers temps (3): c'était un petit passage tortueux qui allait obliquement de la rue Saint-Jacques à la rivière.

Des étuves pour hommes et des étuves pour femmes se trouvaient presque contiguës dans la rue de la Huchette. Les premières occupaient une maison dite *de l'Arbalêtre*, les secondes en occupaient une autre dite *des Deux-Bœufs*. A cette époque, les maisons des rues de Paris n'étant point numérotées, l'usage était de les désigner par les enseignes qu'elles portaient (4), et qui restaient toujours les mêmes en quelques mains que ces propriétés passassent.

D'autres étuves existaient encore dans le voisinage des deux établissements dont nous venons de parler. Elles étaient situées, vers le milieu du XVI^e^ siècle, dans une petite rue qui portait alors le nom de *ruelle des Étuves*, et qui fut

(1) *Recherches sur Paris*, par Jaillot, *quartier Saint-Denis*, p. 37.

(2) *Antiquités de Paris*, par Sauval, t. III, p. 311.

(3) *Recherches sur Paris*, par Jaillot, *quartier Saint-Benoît*, p. 103.

(4) Sauval, *Antiquités de Paris*, t. III, p. 315 et 336.

ensuite appelée rue *du Chat qui pêche;* c'était une communication fort resserrée de la rue de la Huchette à la Seine (1).

Un grand hôtel de la rue de Bièvre, près la rue Saint-Nicolas du Chardonnet, servait à l'usage d'étuves publiques, en 1427 (2).

Il y en avait d'autres dans une rue qui n'existe plus aujourd'hui, et par laquelle on communiquait de la rue des Cordeliers à la rue Mignon; elle s'appelait *rue aux Étuves,* et se terminait au-delà de celle du Paon, près d'une des portes de l'enceinte méridionale de Philippe-Auguste (3).

Enfin on apprend, par un titre de l'année 1256, qu'un particulier, appelé *Pierre Sarrasin,* tenait des étuves dans la rue qui a conservé son nom jusqu'à présent, entre celles de la Harpe et Haute-Feuille (4).

Quoique nous venions de citer bon nombre de rues qui devaient le nom qu'elles portaient aux étuves publiques qu'on y tenait, on ne peut néanmoins mettre en doute, malgré le silence des historiens et des topographes, l'existence d'établissements semblables dans beaucoup d'autres endroits.

Leur seule dénomination est une indication positive de l'espèce de bains qu'on y prenait; c'était évidemment, ainsi

---

(1) *Recherches sur Paris*, par Jaillot, *quartier Saint-André-des-Arcs*, p. 46.

(2) Sauval, *Antiquités de Paris*, t. III, p. 315.

(3) *Recherches sur Paris*, par Jaillot, *quartier Saint-André-des-Arcs*, p. 47 et 48.

(4) *Preuves et pièces justificatives de l'Histoire de la ville de Paris*, par dom Félibien, t. III, p. 210.

que nous l'avons déja dit, des bains de vapeurs tels, ou à peu près, qu'ils étaient usités dans l'ancienne Rome, et que l'usage s'en est conservé en Orient. Quant à la position la plus ordinaire de ces établissements dans les différents quartiers de la capitale, on a pu conclure de ce que nous en avons rapporté, qu'en général ils étaient situés sur le bord de la Seine, ou près des portes de la ville, dans des impasses, ou dans de petites rues peu fréquentées.

Il est encore digne de remarque que, malgré l'extension que prirent les faubourgs de Paris, au-delà de l'enceinte de Philippe-Auguste, aucun témoignage historique ni aucune tradition ne prouvent qu'il y ait eu des étuves établies au-delà de cette enceinte : était-ce parce que la population des faubourgs ne connaissait point un besoin, que le peu d'aisance dont elle jouissait ne lui permettait pas de satisfaire? Ou plutôt n'était-ce pas à cause de l'impossibilité où l'autorité se trouvait de surveiller, au dehors de la ville, des établissements qui, par leur nature, ne peuvent s'exploiter qu'à huis clos? Ce qui est constant, c'est qu'il existait à Paris, sous le règne de saint Louis, un nombre d'*étuves publiques* assez grand, pour qu'on eût déja réuni en un corps de métier ceux qui, sous le nom d'*Estuveurs* ou d'*Estuviers*, exploitaient ces établissements. On doit à Étienne Boileau, qui exerça la charge de prévôt de Paris, sous le règne de ce prince, la rédaction du *Livre des Métiers* (1), où sont conservés les statuts d'après lesquels chaque corporation se régissait. Il nous a transmis la connaissance des us et

(1) *Établissement des métiers de Paris*, d'Étienne Boileau. (Manuscrit de la Bibliothèque du Roi, n° 259.)

coutumes des *estuveurs*, et l'indication de quelques mesures de police auxquelles on les avait assujettis.

Il leur était enjoint : premièrement, de ne faire annoncer, par des crieurs, l'ouverture de leurs étuves, que lorsqu'il était jour, afin d'éviter à ceux qui se lèveraient pour s'y rendre, les accidents auxquels l'obscurité de la nuit les aurait exposés dans des rues où la sûreté de la circulation n'était point alors garantie par l'éclairage public. Il leur était défendu, en second lieu, de tenir dans leurs étuves, soit de jour, soit de nuit, réunion de messieurs et de demoiselles, c'est-à-dire, d'en faire des lieux de prostitution. Enfin, il leur était interdit de chauffer leurs étuves les dimanches et autres jours de fêtes.

Le prix à payer par chaque personne qui allait aux étuves est fixé par ces mêmes statuts ; ceux qui s'étuvaient seulement, devaient payer deux deniers *parisis*, ce qui équivaut à 0 fr, 196 de notre monnaie actuelle (1) ; s'ils se baignaient

(1) Sous le règne de saint Louis, on taillait 221 deniers parisis dans un marc d'argent, au titre de 4 deniers 12 grains. (*Traité historique des Monnaies de France*, par Le Blanc, p. 190 et 191.)

Le kilogramme d'argent pur, c'est-à-dire au titre de 12 deniers, vaut aujourd'hui 222 fr. 22 c.

Par conséquent, le kilogramme d'argent, au titre de 4 deniers 12 grains, vaudrait, non compris l'alliage, 83 fr. 33 c., et le marc, 20 fr. 395.

Divisant cette valeur du marc d'argent au titre de 4 deniers 12 grains, par le nombre de 221 deniers *parisis* que l'on y taillait, on trouve, pour la valeur de ce denier, 0 fr., 0923, à quoi il faut ajouter les droits de monnayage et les frais de fabrication.

Or, sous le règne de saint Louis, le marc d'argent, au titre de 11 deniers 12 grains, qui valait 54 sous 7 deniers tournois, comptait pour 58

après s'être étuvés, ils devaient payer 4 deniers, ou o^fr, 392.

Cette distinction prouve que parmi les personnes qui fréquentaient les étuves, les unes se bornaient à prendre un simple bain de vapeurs, tandis que pour d'autres, ce premier acte n'était qu'une préparation à passer dans un bain d'eau chaude : c'est encore ce qui se pratique dans les bains publics de l'Orient.

Les habitants de Paris, sous le règne de Louis IX, étaient si bien accoutumés à aller aux étuves, qu'il n'eût point été sans inconvénient de laisser diminuer le nombre de ces établissements.

Ainsi, dans l'intention de prévenir le cas où l'on aurait été forcé d'en fermer quelques-unes à cause de la cherté du bois ou du charbon nécessaires à leur chauffage, le prévôt de Paris admettait les réclamations des *estuveurs*, et après avoir entendu les *bonnes gens*, c'est-à-dire les plus habiles et les mieux famés du métier, il augmentait le prix de l'*étuvage*, proportionnellement à celui auquel le combustible était monté (1).

---

sous étant monnayé, puisque l'on y taillait ce nombre de sous ou de *gros* tournois. Les droits de monnayage et les frais de fabrication étaient, par conséquent, de 3 sous 5 deniers tournois (*Traité historique des Monnaies de France*, par Le Blanc, p. 191), c'est-à-dire précisément $\frac{1}{17}$. Évaluant, dans la même proportion, les droits de monnayage et les frais de fabrication du denier *parisis*, on les trouve de o fr., 0057; par conséquent le denier *parisis*, sous saint Louis, équivalait à o fr., 098 de notre monnaie actuelle.

Le prix de l'étuvage, fixé à deux deniers, était donc de o fr., 196; et celui d'un bain complet, de o fr., 392.

(1) *Livre des Métiers*, d'Étienne Boileau, cité ci-dessus.

Les *estuveurs* et *estuveresses*, au moment d'être reçus, juraient de maintenir, en ce qui les concernait, les statuts de leur corporation, sous peine d'une amende de dix sous *parisis*, dont six pour le roi et quatre pour les prud'hommes ou gardes du métier. Ceux-ci, au nombre de trois, prêtaient serment entre les mains du prévôt de Paris, de le tenir exactement informé des *mesprentures*, c'est-à-dire des contraventions dont la connaissance leur parviendrait, afin qu'il pourvût à y mettre ordre (1).

Les mesures de police prescrites dans les statuts qui furent donnés, pour la première fois, aux *étuveurs* ou *étuviers*, sous le règne de Louis IX, ne reçurent pas toujours leur exécution rigoureuse : des maisons d'étuves se trouvèrent, par abus, transformées en maisons de débauche; il y avait des filles publiques dans quelques-uns de ces établissements destinés aux hommes; et quelques autres destinés aux femmes, étaient pour elles des lieux de rendez-vous; c'est du moins ce qu'attestent les sermons du prédicateur Maillard, contre les mœurs de son temps (2). Il prêchait au commencement du XVI^e^ siècle.

L'usage général, au XIII^e^ et au XIV^e^ siècle, était de se baigner avant le repas. Les grands seigneurs et les particuliers opulents avaient chez eux des salles de bain décorées avec plus ou moins de magnificence. Le luxe de ce temps-là consistait à compléter la bonne réception que l'on faisait à ses

(1) *Livre des Métiers*, d'Étienne Boileau, cité ci-dessus.

(2) « *Mesdames*, dit Maillard, *n'allez-vous pas aux étuves, et n'y faites-vous pas ce que vous sçavez?* » (*Histoire de Paris*, par Dulaure, t. IV, p. 39.)

hôtes, en mettant à leur disposition un bain plus ou moins recherché. En sortant de la salle où ils l'avaient pris, ils passaient dans celle du festin.

« Le roi et la reine, dit la *Chronique de Louis XI*, firent « de grandes chères dans plusieurs hôtels de leurs servi- « teurs et officiers de Paris : le 10 septembre 1467, la reine, « accompagnée de madame de Bourbon, de mademoiselle « de Savoie, et de plusieurs autres dames, soupa en l'hôtel « de Me Jean Dauvet, premier président au parlement, où « elles furent reçues et festoyées très-noblement. On y fit « quatre beaux bains richement ornés, croyant que la reine « s'y baignerait, ce qu'elle ne fit pas, étant un peu mal « disposée; mais les dames qui l'accompagnaient se bai- « gnèrent (1). »

« Le mois suivant, dit encore la même Chronique, le roi « soupa à l'hôtel de sire Denis Hasselin, son pannetier, où « il fit grande chère, et y trouva trois beaux bains riche- « ment tendus, pour y prendre le plaisir de se baigner; ce « qu'il ne fit pas, parce qu'il était enrhumé, et qu'aussi le « temps était dangereux (2). »

Quand on n'était pas assez riche pour avoir des salles de bain chez soi, on allait aux étuves publiques. Ces établissements étaient ainsi des lieux de réunion, où les maladies contagieuses pouvaient se propager plus facilement qu'en tout autre endroit. Dans ces circonstances, le prévôt de Paris ne se bornait pas à défendre aux habitants de fré-

(1) *Chronique du roi Louis XI*, p. 132 (imprimée sur le vrai original, 1620).

(2) *Ibid.*, p. 131.

quenter les étuves, il en ordonnait la fermeture pendant un temps déterminé. Nous apprenons par une ordonnance de ce magistrat, du 16 novembre 1510, époque à laquelle régnait une maladie contagieuse, que les étuves furent fermées, pour n'être de nouveau ouvertes qu'après Noël (1).

Les mêmes mesures furent ordonnées, lors d'une semblable contagion, par un arrêt du parlement, du 13 septembre 1533, qui fixait aussi à Noël la réouverture des étuves (2).

Elles étaient alors fréquentées non-seulement dans la vue d'entretenir la santé et la propreté du corps, mais encore parce que l'on y trouvait les moyens de satisfaire, à peu de frais, les exigences de la mode sur quelques habitudes extérieures qui ont toujours été soumises à son caprice. Ainsi les *estuveurs* ou *estuviers* coupaient les cheveux, faisaient le poil, rasaient et ajustaient la barbe, opérations qui établissaient, sinon de droit, du moins par le fait, entre leur profession et celle des barbiers, une sorte de confusion : il est certain néanmoins qu'à la fin du XVI^e^ siècle les deux professions avaient continué de rester distinctes.

En effet Henri III, voulant établir dans tout le royaume les corporations que Louis IX n'avait établies que dans la capitale, rendit, le 1^er^ décembre 1581 (3), un édit portant

(1) *Traité de la Police*, t. I^er^, p. 628.

(2) *Preuves de l'Histoire de la ville de Paris*, par dom Félibien, t. III, p. 608.

(3) *Édit du Roi*, portant l'établissement des Maîtrises de tous arts et métiers, ès villes et lieux de son royaume, non jurez, à l'instar de la ville de Paris et autres villes jurées, avec l'ordre que Sa Majesté veut être dores

établissement des maîtrises d'arts et métiers dans toutes les villes de France, et prescrivant l'ordre à tenir pour la réception des compagnons qui aspiraient à ces maîtrises. Cet édit, enregistré au parlement le 7 mars 1583, est terminé par une liste générale de tous les arts et métiers exercés tant à Paris et ses faubourgs que dans les villes et autres lieux du royaume. D'après cette liste, ces arts et métiers étaient divisés en cinq classes, suivant la valeur et l'importance qu'on leur attribuait; les *étuviers d'étuves* étaient compris dans la quatrième, tandis que les *barbiers* faisaient partie de la seconde.

La réunion qui s'opéra plus tard des deux professions, ayant singulièrement contribué, comme on le verra, à faire abandonner l'usage des bains de vapeurs dans des étuves publiques, nous devons exposer, avant d'aller plus loin, par quelles causes les *barbiers* et les *étuveurs* se trouvèrent définitivement confondus dans une seule et même corporation. Cette digression est nécessaire, mais nous allons tâcher de la rendre la plus courte possible.

Les valets de chambre barbiers des rois ont toujours eu le privilége de les approcher de plus près qu'aucun de leurs courtisans. Admis pour l'ordinaire sans témoins à l'exercice de leurs fonctions, ils ont souvent fini par les remplir avec une sorte de familiarité qui trouvait son excuse dans la nature même des services quotidiens qu'ils rendaient, et le plus ou moins d'importance qu'on y attachait. On conçoit

---

en avant tenu à la réception des compagnons artisans auxdites maîtrises. *Du 1^er^ décembre* 1581, *publié en Parlement, le Roi y séant, le septième jour de mars* 1583.

qu'ils ne négligèrent point les avantages de cette position pour l'accroissement de leur fortune et de leur crédit. Aussi quelques-uns furent-ils de puissants personnages. Olivier le Dain, barbier de Louis XI, fut, comme on sait, ministre et ambassadeur sous le règne de ce prince (1). Il est vrai qu'il paya de sa vie, sous le règne suivant, la haute faveur dont il avait joui, et que le genre de mort qui termina la disgrace où il était tombé, le place dans un cas d'exception. Quoi qu'il en soit, si l'on considère que le premier barbier du roi devait être un des plus habiles de sa profession, on sera moins surpris de l'autorité qu'on lui attribua sur les autres barbiers, et des droit utiles dont sa charge lui procurait le revenu.

Les statuts que Charles V donna, au mois de décembre 1371 (2), à la communauté des maîtres barbiers de Paris, consacrèrent, pour la première fois, les droits et priviléges du premier barbier valet de chambre du roi. En vertu de ces statuts, il fut créé garde perpétuel et juge du métier des barbiers de la ville de Paris, avec faculté de faire exercer les droits de sa charge par un lieutenant de son choix.

Ce que l'histoire nous apprend des mœurs efféminées de

---

(1) « Olivier le Dain, de basse extraction, et qui, de barbier de Louis XI, « était parvenu, par ses intrigues, à la plus haute faveur, finit malheureu- « sement sous le règne suivant. Il fut pendu en 1484. » (*Abrégé chronologique de l'Histoire de France*, du président Hénault.)

(2) « Le premier barbier et valet de chambre du roi est garde et juge du « métier des barbiers *de la ville de Paris*, et il a droit de se choisir un « lieutenant. » (*Statuts pour la communauté des Barbiers de la ville de Paris. Trésor des Chartres.* Rég. 102, pièce 86.)

la cour de Henri III explique la faveur singulière dont le premier barbier valet de chambre de ce prince paraît avoir été l'objet. Les droits honorifiques et les revenus utiles que Charles V avait attribués à son premier barbier valet de chambre, sur la corporation des maîtres barbiers de Paris, reçurent sous le règne de Henri III une grande extension. Il ordonna, par un édit du mois de mai 1575 (1), que son premier barbier valet de chambre ordinaire serait maître et garde de l'état de *barbier-chirurgien*, non-seulement à Paris, mais dans toutes les villes, terres et seigneuries du royaume; qu'il aurait à cet effet, plein pouvoir, puissance et faculté de mettre et ordonner, en chaque endroit, un lieutenant commis par lui, lequel aurait charge de surveiller les barbiers et chirurgiens de ces bonnes villes et de leur banlieue, non-seulement sous le rapport de leur capacité dans la profession qu'ils exerçaient, mais encore sous le rapport de leurs bonnes vies et mœurs, et de la décence avec laquelle leurs maisons seraient tenues.

Cet édit de Henri III, dont Henri IV confirma les dis-

(1) « Ordonnons que notre premier barbier et valet de chambre ordinaire et ses successeurs, est et sera maître et garde de l'état de maître « *barbier-chirurgien* par toutes les villes et endroits de cestui royaume; lui « donnant plein pouvoir, puissance et faculté de mettre et ordonner en « chacune des bonnes villes de notre royaume, pays, terres et seigneuries « de notre obéissance, un lieutenant, commis par lui, qui aura regard et « visitation sur tous les barbiers et chirurgiens desdites bonnes villes et « banlieues, etc.

« Les barbiers et chirurgiens et leurs veufves seront de bonnes vies et « conversation, sans tenir en leur hôtel bourdellerie, maquerellerie ou « autres choses diffamantes. » (*Édit de Henri III, du mois de mai* 1575.)

positions en 1592 (1), est remarquable, d'abord parce qu'il établit la suprématie et la juridiction du premier barbier du roi sur tous les barbiers du royaume ; en second lieu, parce qu'il soumet les chirurgiens à cette juridiction. Voilà ce qui explique pourquoi il n'est pas fait mention de la profession de chirurgien dans la liste générale des corps et métiers annexée à l'édit de 1581 ; elle y est implicitement comprise dans celle de barbier; d'où l'on voit que les deux professions n'en faisaient alors qu'une seule.

Cette confusion ordonnée, selon toute apparence, dans les intérêts du premier barbier, et pour étendre sa suprématie sur un plus grand nombre d'individus, n'en était pas moins une véritable innovation; car on vient de voir que les deux professions étaient tout-à-fait distinctes sous le règne de Charles V ; et en remontant à celui de Louis IX, l'on apprend, par le Livre des Métiers, que si quelques barbiers s'entremettaient dès lors de chirurgie, c'était en contravention des réglements (2), à moins qu'ils n'eussent été préa-

(1) *Dictionnaire raisonné des arts et métiers*, par l'abbé Jaubert, au mot *Barbier.*

(2) « L'an de grâce 1301, le lundi après la mi-août, furent sémons tous « les barbiers qui s'entremettent de chirurgie, dont les noms sont ci-des- « sous escrits, et leur fut défendu sus peine de cors et de avoir, que cils « qui se disent *chirurgiens-barbiers*, que ils ne ouvreront de l'art de chi- « rurgie devant ce que ils soient examinés des mestres de chirurgie, savoir « si il est suffisant au dict métier faire.

« *Item.* Que nul barbier, si ce n'est en aucun besoin d'estancher le « blessé, il ne s'en pourra entremettre dudit mestier, et sitôt qu'il aura « estanché ou arresté, il le fera savoir à justice, c'est à savoir au prévôt « de Paris ou à son lieutenant, sus la peine dessus dicte. » (*Livre des Métiers.*)

lablement examinés et reconnus capables par des maîtres chirurgiens. En un mot, il n'était permis aux barbiers de ces temps-là que d'étancher le sang des blessés, après quoi ils devaient informer la justice, c'est-à-dire le prévôt de Paris, de l'accident auquel ils avaient été requis de porter secours.

L'innovation qui confondait les chirurgiens et les barbiers, sous la garde et l'inspection du premier barbier valet de chambre du roi, excita une multitude de réclamations et de plaintes, dont retentirent, pendant plusieurs années, la plupart des tribunaux du royaume.

Estienne Pasquier, qui a consacré un chapitre entier de ses Recherches à faire le récit des contestations survenues au commencement du XVII^e^ siècle entre les médecins et les chirurgiens, par suite des prétentions de ces derniers à faire partie de la faculté de médecine, s'est amusé, dans le chapitre suivant, à raconter les querelles qui s'élevèrent à la même époque, et selon lui, à l'instigation des médecins, entre les chirurgiens et les barbiers, par suite des prétentions de ceux-ci à faire partie du collége de chirurgie (1). Enfin des lettres patentes du roi, enregistrées en parlement le 7 septembre 1613, unirent le collége des chirurgiens à la communauté des maîtres barbiers-chirurgiens de Paris, pour ne faire qu'un seul et même corps (2).

---

(1) *Des Recherches de la France*, par Estiene Pasquier, liv. IX, ch. 31 et 32.

(2) *Lettres patentes du roi, registrées en parlement, le 7 septembre* 1613, qui unissent le collége des chirurgiens à la communauté des maîtres barbiers de Paris, pour ne faire qu'un seul et même corps. (*Voyez* les Statuts

Les *estuveurs* ou *estuviers*, que l'on commençait alors à désigner sous le nom d'*étuvistes*, auraient pu demeurer étrangers à ces contestations, en continuant d'exercer un métier à part; mais les opérations épilatoires, la façon des cheveux et de la barbe, qu'on ne leur avait jamais contesté le droit de compter parmi leurs fonctions habituelles, établissaient réellement quelque chose de commun entre leur profession et celle de barbier; et comme en général les baigneurs-étuvistes, propriétaires d'établissements importants, étaient plus en état que de simples barbiers d'acquitter les charges et les redevances qu'on pouvait leur imposer, on comprend que le premier barbier du roi, au profit duquel se percevaient quelques-unes de ces redevances, se trouva naturellement disposé à augmenter le nombre de ses contribuables, c'est-à-dire à admettre dans la communauté des *barbiers-chirurgiens*, tous les baigneurs-étuvistes qui voudraient s'y faire recevoir, en s'assujettissant d'ailleurs aux formalités prescrites par les statuts qui la régissaient.

On en comptait soixante et treize à Paris et dans ses faubourgs, en 1634; mais sur ce nombre, quarante seulement souscrivirent à la réunion qu'on venait d'opérer (1), les trente-

---

et Réglements pour les chirurgiens des provinces, établis ou non établis en corps de communauté, avec une table chronologique de tous les édits, déclarations, lettres patentes et arrêts du conseil, concernant les médecins, chirurgiens, accoucheurs, apothicaires, herbiers, sages-femmes, nourrices, barbiers, perruquiers, baigneurs et estuvistes du royaume. *A Paris, chez Prault*, MDCCXXXV.)

(1) *Arrêt du conseil privé et lettres patentes sur icelui, du même jour, 11 avril* 1634, *registrées au parlement, le* 26 *août suivant*, qui restreint à trente-trois le nombre de ceux qui se sont ingérés, jusqu'à ce jour,

trois autres s'y refusèrent : ce qui indisposa leurs confrères, et provoqua contre eux des mesures de rigueur. On commença par leur défendre de tenir boutique, d'avoir des apprentis, et de faire aucun acte de chirurgie ; il leur fut même interdit plus tard de prendre le titre de barbier (1) ; et cependant ils n'en continuèrent pas moins, à ce titre, d'être soumis à la juridiction du premier barbier valet de chambre du roi ; de sorte qu'il exerçait cette juridiction en même temps sur des *chirurgiens-barbiers* qui étaient aussi *baigneurs-étuvistes*, et sur des *baigneurs-étuvistes* qui n'étaient

---

de tenir *bains et étuves*, sans être maîtres *barbiers-chirurgiens*, leur défend néanmoins de tenir boutique, de faire aucun acte de chirurgie, pendre bassins, prendre apprentis, et faire aucun exercice et fonctions en la ville et faubourgs de Paris; permet aux maîtres *barbiers-chirurgiens*, de faire des visites dans les maisons desdits trente-trois, et attribue au lieutenant civil du Châtelet, et par appel au parlement, les contraventions au présent arrêt.

Arrêt du conseil privé, du 5 *mai* 1634, qui ordonne que les quarante particuliers y nommés, tenant *bains et étuves* et faisant le poil, autres que les trente-trois compris dans l'arrêt du 11 avril 1634, feront ensemble lesdites fonctions, à la charge que les places qui vaqueront dans lesdits trente-trois, seront remplacées par lesdits quarante, lequel nombre ne pourra être augmenté.

Arrêt du conseil privé, du 6 *août* 1638, qui défend *aux étuvistes* de mettre enseignes portant marque de *barberie*, ni d'avoir boutiques et apprentis, et d'être *étuvistes* et *perruquiers* conjointement.

(1) *Arrêt du parlement, du* 2 *septembre* 1650, qui défend aux *baigneurs-étuvistes* de prendre la qualité de *barbier*, faire demande ou parler en justice, soit en titre de communauté ou autrement, concernant la *barberie*, et règle la manière dont les visites seront faites par les *barbiers-chirurgiens*, chez les *baigneurs-étuvistes*.

point *barbiers-chirurgiens*. La rivalité et les prétentions mutuelles de ces deux classes d'une même corporation excitèrent entre elles des contestations et des procès, que jugèrent tantôt le parlement, tantôt le conseil privé (1). Il n'est point de notre sujet de faire ici l'énumération de leurs décisions; nous nous bornerons à dire qu'elles furent souvent contradictoires, et que le titre de *barbier*, qui avait été enlevé aux *baigneurs-étuvistes* par un arrêt du parlement du 2 septembre 1650, leur fut restitué par une ordonnance du roi du 14 juin 1655, qui en même temps fixa leur nombre à quarante-huit (2).

Quelques-uns des établissements qu'ils exploitaient étaient alors des lieux de plaisirs et de débauche, où les jeunes gens de la cour et des hautes classes de la ville (3) se rassemblaient fréquemment. Il est même probable que le patronage de cette jeunesse déréglée ne fut pas toujours sans utilité pour les *barbiers-étuvistes*, dans les démêlés qu'ils eurent à soutenir contre les *barbiers-chirurgiens*.

---

(1) Voyez le recueil intitulé *Statuts et Réglements pour les chirurgiens des provinces*, établis ou non établis en corps de communauté, avec une table chronologique de tous les édits, déclarations, lettres patentes et arrêts du conseil, concernant les médecins, chirurgiens, accoucheurs, apothicaires, herbiers, sages-femmes, nourrices, barbiers, perruquiers, baigneurs et étuvistes du royaume. *A Paris, chez Prault*, MDCCXXXV.

(2) *Déclaration du roi, registrée au parlement, le 14 juin* 1655, qui fixe à quarante-huit le nombre des particuliers, pour exercer l'art de *barberie*, avec la qualité de *baigneurs-étuvistes*, sous la dépendance de la communauté des maîtres *barbiers-chirurgiens;* défend aux *perruquiers* de prendre le nom de *baigneurs-étuvistes*.

(3) *Histoire de Paris*, par Dulaure, tom. IV, pag. 64 et 65.

On sait que, vers le milieu du XVII^e^ siècle, l'usage de porter de grandes perruques devint général en France et dans presque toute l'Europe. L'art de préparer ces chevelures artificielles était évidemment du ressort des barbiers, puisque la façon des cheveux, comme ornement de la tête, avait toujours été une des parties les plus importantes de leurs attributions. Le nouveau genre d'industrie que la mode venait d'y ajouter exigeait une extension de travail, et par conséquent l'emploi d'un plus grand nombre de mains. Cette espèce de révolution, car c'en était une, amena la nécessité d'augmenter, sous la nouvelle dénomination de *perruquiers*, le nombre des membres de l'ancienne communauté, qui ne fut désignée dans la suite que sous le nom de *Communauté des barbiers-perruquiers-baigneurs-étuvistes* (1).

Cependant, en devenant plus riche et plus productive par l'accroissemement du nombre des individus qui la composaient, cette communauté assurait un accroissement de droits utiles au profit de celui qui était appelé à exercer sur elle les prérogatives d'une sorte de magistrature. Elle fixa, sous ce

---

(1) *Édit du roi, du mois de décembre* 1659, portant création de deux cents maîtres *barbiers-baigneurs-étuvistes-perruquiers*, en la ville de Paris, faubourgs, banlieue, etc. Défend aux *chirurgiens*, *barbiers d'office*, de faire le poil et perruque, et de tenir bains et étuves. Leur permet de faire la barbe seulement, ordonne que, pour distinguer les deux communautés, lesdits *barbiers-étuvistes* auront pour enseignes des bassins blancs.

Édit du roi, du mois de novembre 1664, qui ordonne que le nombre des *barbiers-baigneurs* demeure fixé à quarante-huit, et défend à tous autres qu'aux chirurgiens des maisons et familles royales, de tenir bains et étuves.

point de vue, l'attention du premier chirurgien du roi, qui sans doute jouissait à la cour de Louis XIV d'une plus grande considération et de plus de crédit que son premier valet de chambre barbier; en conséquence, ce premier chirurgien obtint, par un arrêt et des lettres patentes qui furent enregistrées au grand conseil, le 28 août 1668 (1), que les droits et priviléges concernant l'art de *barberie et de chirurgie* dans tout le royaume, attribués ci-devant à la charge de premier barbier du roi, en seraient désunis pour être attribués désormais à la charge de son premier chirurgien.

Peu de temps après l'entrée en fonctions de ce nouveau titulaire, les barbiers-chirurgiens obtinrent de former une classe distincte et séparée des *barbiers-perruquiers-baigneurs-étuvistes;* le nombre de ces derniers, à Paris et ses faubourgs, fut fixé à deux cents par un édit du mois de mars 1673 (2),

---

(1) *Arrêts et lettres patentes, du 6 août* 1668, *registrées au grand conseil,* le 28 du même mois et an, portant désunion des droits et priviléges sur et concernant l'état et l'art de *barberie-chirurgie* dans tout le royaume, ci-devant attribués à la charge de premier barbier du roi, et union d'iceux, à la charge de son premier chirurgien.

Arrêt du conseil, du 5 décembre 1672, qui ordonne que tous particuliers baigneurs-étuvistes, faisant le poil et perruques à Paris, même ceux se disant du nombre des quarante-huit, représenteront leurs titres au premier chirurgien du roi.

(2) *Édit du roi, du mois de mars* 1673, registré au parlement et à la chambre des comptes, le 23 mars 1673, qui fixe à deux cents les barbiers, perruquiers, baigneurs, étuvistes, pour être érigés en corps de communauté à Paris, ainsi que dans les autres villes du royaume.

Déclaration du Roi, du 14 décembre 1673, registrée en parlement, le 17 août 1674, pour l'établissement de deux cents *barbiers-baigneurs-étuvistes*

et pour rendre cette séparation apparente par des signes extérieurs qui prévinssent les méprises du public, une déclaration du roi, du 14 décembre de la même année, statua que les *chirurgiens-barbiers* tiendraient boutiques et enseignes avec bassins jaunes, tandis que les *barbiers-perruquiers-baigneurs-étuvistes* tiendraient boutiques et enseignes avec bassins blancs. Malgré ces précautions, les uns et les autres n'empiétaient pas moins, dans l'occasion, sur leurs attributions respectives, ce qui obligea de les placer sous leur surveillance réciproque. Ainsi les maîtres barbiers-chirurgiens eurent le droit de faire des visites chez les barbiers-étuvistes, qui, de leur côté, eurent aussi le droit d'en faire chez les chirurgiens-barbiers. Les contraventions dans lesquelles ils se surprenaient tour à tour, étaient constatées et dénoncées au premier chirurgien du roi, qui, en sa qualité de chef, garde des chartes, statuts et réglements de la communauté, était le premier des barbiers, et présidait, ou faisait présider par son lieutenant, la chambre de sa juridiction (1).

---

en corps de communauté, dans la ville et faubourgs de Paris, lesquels tiendront boutiques et enseignes avec bassins blancs, pour les distinguer des *chirurgiens-barbiers*, qui les ont et les auront jaunes, avec cette inscription : *Barbiers-Baigneurs-Étuvistes et Perruquiers, céans on fait le poil.* Leur permet de vendre des cheveux en gros et en détail, ensemble de faire des savonnettes, pommades, essences, poudres de senteur, pâtes et autres choses semblables, pour l'usage de leur profession ; leur défend de faire aucun acte de chirurgie ; et permet aux maîtres *chirurgiens-barbiers* de faire des visites chez les *barbiers-baigneurs*, et aux *barbiers-baigneurs* de faire pareillement des visites chez les *barbiers-chirurgiens.*

(1) *Lettres patentes, du 21 janvier 1710; Arrêts du conseil qui les confirment, des 24 mars et 16 septembre 1716. Lettres patentes des 25 août*

Par l'effet de ces dispositions, les professions de barbiers-perruquiers-baigneurs-étuvistes, et celle de barbier-chirurgien, ne s'exerçaient pas comme les autres, en vertu de simples lettres de maîtrise obtenues après un certain temps d'apprentissage; elles s'exerçaient comme des charges ou offices dont les provisions étaient délivrées par le premier chirurgien du roi, sur le rapport de ses lieutenants dans les différentes villes de France. Ces offices étaient héréditaires, et leurs possesseurs pouvaient en disposer à prix d'argent, moyennant le paiement de certains droits. Cette assimilation des charges de barbier à des charges d'un ordre plus relevé, put quelquefois flatter la vanité de leur corporation; mais elle les exposa souvent aux mêmes chances de pertes et d'exigences extraordinaires auxquelles furent exposés, de temps à autre, les titulaires de certaines charges de magistrature. Ainsi, pendant l'embarras des finances qu'occasionèrent les événements de la guerre de 1689 (1), il fut proposé au con-

---

1715, *et* 21 *janvier* 1716 par lesquelles le premier chirurgien du roi est maintenu dans la qualité de chef et garde des chartres, statuts et priviléges de la *barberie*, sur les maîtres *barbiers-perruquiers-baigneurs-étuvistes*, et tous autres exerçant la même profession.

Il a sa chambre de juridiction, tant chez lui qu'au bureau des perruquiers où il préside, et en son absence son lieutenant.

Cette communauté est composée du premier chirurgien, de son lieutenant et greffier, de six prévôts-syndics et gardes, du doyen, des anciens syndics sortis de charge, et de tous les maîtres. (*Encyclopédie, par ordre de matières; arts et métiers mécaniques, tom. VI*, au mot *Perruquier.*)

(1) *Arrêt du conseil, du* 10 *mai* 1689, qui ordonne qu'en payant par la communauté des deux cents barbiers-perruquiers-baigneurs-étuvistes, la somme de 100,000 livres, ils seront déchargés de la création des deux

seil du roi, d'augmenter de deux cents membres la communauté des barbiers-perruquiers-baigneurs-étuvistes, qui, comme on vient de le voir, était déja composée de pareil nombre. Ceux-ci, craignant les suites de la concurrence qu'une nouvelle création d'offices occasionerait, crurent devoir s'en racheter en payant une contribution volontaire de cent mille livres.

On ne leur tint pas grand compte de ce sacrifice, car au mois de février 1692 (1), un nouvel édit du roi créa, pour Paris, cinquante nouveaux offices de *barbiers-perruquiers-baigneurs-étuvistes*. La peine qu'on éprouva à vendre ces offices (2), était une preuve évidente qu'il n'en existait déja que trop. Cependant la guerre de la succession ayant rendu le besoin d'argent encore plus pressant, il fallut faire ressource de tout : un édit du mois de juillet 1706 (3) créa deux cents nouvelles charges de *barbiers-baigneurs-étuvistes,*

---

cents barbiers, dont la proposition avait été faite au conseil. *Édit du roi*, portant création, par augmentation, de cent offices de *barbiers-perruquiers-baigneurs-étuvistes*, à Paris, décembre 1691.

(1) *Édit du roi, du mois de février* 1692, portant augmentation de cinquante offices de *barbiers-perruquiers-baigneurs-étuvistes*, dans la ville de Paris.

(2) *Arrêt du conseil, du 22 février* 1695, qui dispense ceux qui acquerront les places de *barbiers-perruquiers-baigneurs-étuvistes*, créées par l'édit du mois de novembre 1691, dont la finance sera au-dessous de 300 livres, de prendre des lettres de provision, et qui règle les droits de réception et prestation de serment, à la somme de 4 livres pour tous frais.

(3) *Édit du roi, du mois de juillet* 1706, portant création de deux cents nouvelles places de *barbiers-perruquiers-baigneurs-étuvistes*, dans la ville de Paris, et aussi dans les autres villes du royaume.

dans la ville de Paris; et deux cents autres furent encore créées par un édit du mois d'août de l'année suivante. Ces créations arbitraires d'offices, de quelque forme légale dont on prît soin de les revêtir, n'en étaient pas moins de véritables avanies tout-à-fait semblables à celles que les agents du pouvoir en Orient font quelquefois subir à certains corps de métiers, en exigeant d'eux, par la force, de l'argent ou des marchandises.

La communauté des maîtres barbiers-perruquiers-baigneurs-étuvistes, effrayée du nouveau désastre dont elle se voyait menacée par la création de tant d'offices inutiles, offrit de payer comptant une certaine somme pour obtenir la réunion de ces nouvelles charges aux anciennes; mais ces offres, acceptées par un arrêt du conseil du 24 avril 1708(1), n'ayant point été réalisées, l'augmentation du nombre des offices de barbiers-perruquiers-baigneurs-étuvistes reçut son exécution. On réduisit toutefois à cent soixante le nombre de deux cents porté par le premier édit de création; de sorte que la communauté se trouva, en 1712, composée de six cent dix titulaires d'offices (2).

---

(1) *Arrêt du conseil, du 24 avril* 1708, qui accepte les offres de la communauté des *barbiers-perruquiers-baigneurs-étuvistes* de Paris, de réunir les charges créées par les édits de juillet 1706 et août 1708, en payant les sommes portées au présent arrêt.

(2) *Arrêt du conseil d'état privé du roi, du 29 novembre* 1712, qui ordonne la répartition de la rente de 5000 livres, sur tous les six cent dix *barbiers-perruquiers-baigneurs-étuvistes* de la ville, faubourgs et banlieue de Paris; laquelle n'était ci-devant payée que par les deux cents premiers créés pour un emprunt de 100,000 livres, par eux remis dans les coffres

Nous n'avons pas besoin de dire que si tous ces titulaires avaient les mêmes droits, tous n'avaient pas les mêmes moyens d'en user d'une manière profitable. Les impôts ruineux dont on les avait grevés n'en laissèrent qu'un fort petit nombre en état de subvenir aux frais de l'exploitation d'étuves publiques, à une époque où la civilisation plus avancée exigeait qu'elles fussent tenues avec des soins plus recherchés. Cette cause eût suffi pour faire tomber une grande partie de ces établissements. Ceux qui se maintinrent, devenus l'objet d'entreprises dispendieuses, se trouvèrent réservés à l'usage exclusif des personnes riches et sensuelles.

On voit dans la pièce de vers de Voltaire, intitulée *le Mondain*, et qui porte la date de 1736, que le bain pris chez les étuvistes, entrait dans les mœurs de ce temps-là, comme un complément des jouissances du luxe (1), à l'éloge duquel cette pièce est consacrée.

---

du roi, pour éviter la création des quatre cent dix nouveaux confrères qu'il a plu au roi de leur donner par augmentation.

(1) Mais du logis j'entends sortir le maître ;
Un char commode avec graces orné,
Par deux chevaux rapidement traîné,
Paraît aux yeux une maison roulante,
Moitié dorée, et moitié transparente :
Nonchalamment je l'y vois promené :
De deux ressorts la liante souplesse,
Sur le pavé le porte avec mollesse.
Il court au bain ; les parfums les plus doux
Rendent sa peau plus fraîche et plus polie ;
Etc.

(*Œuvres de Voltaire*, édit. de Kehl, t. XIV, p. 113.)

Le haut prix de ces bains de luxe ne laissait au peuple que l'usage des bains froids, pris pendant l'été sur la rivière; aussi était-il devenu plus général. Chacun des établissements où les baigneurs se réunissaient, consistait en un de ces grands bateaux appelés *toues*, auquel une grande toile à voile servait de toiture. Cette toile s'étendait au dehors du bateau et le long de ses bords, jusqu'à des pieux battus dans la rivière, auxquels elle venait s'attacher. Elle formait ainsi une espèce d'appentis ou de galerie extérieure, sous laquelle le fond de la Seine était sablé, et dressé de telle sorte que l'on pouvait s'y baigner sans danger (1).

C'était dans l'intérieur même du bateau que les baigneurs déposaient leurs vêtements, et les confiaient aux soins d'un gardien.

La faible rétribution à laquelle était fixé le prix de ces bains les mettait à la portée d'un trop grand nombre de personnes, pour appeler à les fréquenter cette classe moyenne des habitants de Paris, qui tient autant à jouir des aises de la vie qu'à s'en procurer la jouissance aux moindres frais possibles. Il était probable qu'en entrant dans les convenances de cette classe, on ferait une spéculation utile. Un baigneur-étuviste nommé *Poithevin*, qui demeurait sur le quai d'Orsay, en conçut le projet vers l'année 1760. Il imagina de transporter sur un grand bateau construit exprès, un établissement à peu près semblable à celui qu'il exploitait

(1) *Dictionnaire raisonné universel des arts et métiers.* Voy. nouvelle édition, revue et mise en ordre par l'abbé Jaubert de l'Académie royale des sciences de Bordeaux, au mot *Baigneur.* (Paris, Didot jeune, 1773.)

déjà (1). Il trouvait à cela l'avantage de se procurer, à beaucoup meilleur marché et avec bien plus d'abondance, l'eau dont il avait besoin. Des rapports favorables du lieutenant-général de police, du prévôt des marchands et des échevins, de l'Académie des sciences, de la Faculté de médecine, et du premier chirurgien du roi, ayant unanimement fait valoir l'utilité de l'établissement projeté, on en autorisa l'exécution par des lettres patentes, qui furent enregistrées en parlement, le 13 mars 1761.

En conséquence, le sieur *Poithevin* fit construire deux bateaux d'environ quarante-sept mètres de long et de huit mètres de largeur, sur chacun desquels il éleva un corps de bâtiment en charpente.

L'un de ces bâtiments était composé d'un rez-de-chaussée et d'un étage au-dessus. Le bateau qui le soutenait fut placé à demeure au-dessous du Pont-Royal, du côté du faubourg Saint-Germain.

On n'avait établi qu'un simple rez-de-chaussée sur le second bateau, et celui-ci n'avait point de position fixe comme le premier. Pendant l'hiver, on le faisait stationner aussi près du Pont-Royal; mais depuis le commencement d'avril jusqu'à la fin de septembre, il était fixé à la pointe de l'île Saint-Louis, vis-à-vis des Célestins.

Ces corps de bâtiment sur bateau étaient divisés, suivant leur longueur, par une galerie d'environ deux mètres de large, de chaque côté de laquelle étaient disposées douze ou

---

(1) Voyez l'*Encyclopédie méthodique; arts et métiers*, tom. VI, au mot *Perruquier*, § *Bains sur la rivière.*

quinze chambres de bain, dont chacune était éclairée par une fenêtre donnant sur la rivière.

L'abondance de l'eau dont il disposait permit au propriétaire de ces bains d'en assurer la salubrité par le lavage fréquent de toutes les cellules, et du corridor ménagé entre elles.

Le succès de cet établissement surpassa les espérances qui l'avaient fait entreprendre. Il a servi de modèle à tous ceux de la même nature qu'on a formés depuis sur la Seine; l'un d'entre eux a même conservé jusqu'à présent le nom de *Poithevin*, quoique les premiers bateaux qu'il fit construire aient été depuis long-temps démolis et remplacés par d'autres.

La vogue qu'avaient acquise les bains établis sur la Seine fit encore tomber quelques-uns des établissements tenus par d'anciens *baigneurs-étuvistes* dans le voisinage de la rivière. Ces baigneurs toujours compris dans la communauté des maîtres *barbiers-perruquiers*, participèrent avec eux, sous les auspices du premier chirurgien du roi, et à l'aide de son crédit, au privilége d'échapper en 1776 (1) à la destruction des jurandes. Cependant on ne trouvait plus à Paris, vers l'année 1789, que huit ou dix établissements de *baigneurs-étuvistes*.

---

(1) « La communauté des *barbiers-perruquiers-étuvistes* diffère des autres « corporations de ce genre, en ce que ses maîtrises ont été créées en titre « d'office, dont les finances ont été reçues aux parties casuelles, avec fa- « culté aux titulaires d'en conserver la propriété, par le paiement du cen- « tième denier; en conséquence elle a été nommément exceptée dans l'édit « de suppression des autres communautés, publié le 23 août 1776. » (*Encyclopédie méthodique; arts et métiers*, tom. VI, au mot *Perruquier*, § *Bains sur la rivière.*)

Il y en avait un dans le passage du Petit-Saint-Antoine, qui communique de la grande rue de ce nom à celle du Roi-de-Sicile.

On en comptait deux dans la rue de Richelieu.

Il y en avait un autre dans la rue Saint-Thomas du Louvre.

Enfin un cinquième dans la rue d'Orléans-Saint-Honoré.

De l'autre côté de la rivière, il existait toujours un établissement de baigneur-étuviste dans la rue Pierre-Sarrazin.

Très-près de là, il y en avait un autre dans la rue du Paon, à l'hôtel de Tours.

Un troisième dans la rue Guénégaud, et un quatrième sur le quai d'Orsay.

Chacun des établissements dont nous venons d'indiquer l'emplacement, ne contenait au plus que douze ou quinze chambres de bain. Ainsi, à cette époque, et en comprenant au nombre de ces établissements ceux de *Poithevin* sur la Seine, on ne comptait guère à Paris que *deux cent cinquante baignoires publiques.*

Vers le même temps, un sieur *Barthélemy Turquin* obtint l'autorisation d'établir dans un bateau couvert, placé en avant de l'estacade de l'île Louviers, un certain nombre de baignoires qui, soutenues sur un plancher solide, à une certaine profondeur, dans le lit même de la rivière, avaient leurs parois percées de telle sorte que le courant pouvait les traverser. Quoique ces bains d'eau courante, auxquels on donna le nom de *Bains chinois,* n'eussent véritablement rien d'analogue aux bains chauds de Poithevin, celui-ci prétendit qu'ils avaient été établis en violation de son privilége, et sa

prétention ayant été accueillie, les bains à eau courante furent supprimés par l'autorité (1).

Quoique les bains chauds sur bateaux prospérassent de plus en plus, cependant leur éloignement de certains quartiers de Paris ne permettait pas aux habitants de ces quartiers de profiter de ces établissements; et le besoin d'en former de semblables qui fussent plus à leur portée se faisait vivement sentir au moment où la compagnie des frères Périer commença la distribution des eaux élevées de la Seine par les machines à vapeur de Chaillot et du Gros-Caillou.

Une des principales conduites de cette distribution ayant été posée de 1784 à 1786, le long des anciens boulevarts, depuis la rue du faubourg Saint-Honoré, jusqu'à la porte Saint-Antoine, il fut aisé d'en tirer le volume d'eau nécessaire pour entretenir deux nouveaux établissements de bains publics, qui se formèrent l'un au Waux-Hall d'Été, et l'autre dans l'enclos du Temple.

Ces entreprises furent encore faites par d'anciens baigneurs-étuvistes, et sous le patronage du premier chirurgien du roi. Mais l'étuvage ou bain de vapeurs était passé de mode; de simples ablutions exigeaient bien moins de préparatifs, et surtout moins d'espace. On avait d'ailleurs appris, par le succès des bains sur bateau de Poithevin, que les chambres de bain pouvaient être, sans inconvénient, réduites à de simples cellules; cette réduction de dimensions simplifiait beaucoup, et rendait par conséquent bien moins

(1) Je dois la connaissance de ce fait, dont on ne trouve de traces ni dans les archives de la ville, ni dans celles de la préfecture de police, à notre savant confrère, M. Walkenaer.

dispendieuses les constructions à faire pour l'exploitation des nouveaux établissements dont nous venons de parler. On les distribua donc de la même manière que les bâtiments de bains sur bateau; et depuis lors jusqu'à présent, on s'est rarement écarté de ce système de distribution des chambres de bain dans les divers locaux qui ont été consacrés à cet usage.

Les deux derniers établissements de bains que nous venons d'indiquer mirent à la disposition du public trente ou quarante baignoires de plus qu'il n'en avait eu jusqu'alors, de sorte que leur nombre total se trouvait de *trois cents* environ en 1789.

Deux ans auparavant, le même *Barthélemy Turquin*, dont nous venons de parler, forcé, comme nous l'avons dit, de renoncer à ses *bains d'eau courante*, avait obtenu, en dédommagement, le privilége exclusif d'établir sur la rivière de Seine une ou plusieurs écoles de natation, qui seraient tenues dans des enceintes séparées pour les deux sexes.

Ce privilége, qui date du 1^er^ juillet 1787, fut accordé aux conditions, 1° de donner gratuitement, chaque année, des leçons de natation à vingt-cinq jeunes mariniers qui seraient désignés par le prévôt des marchands et les échevins; 2° de laisser aux officiers et aux soldats invalides la faculté de se baigner une fois par semaine dans l'intérieur de l'école. Le titulaire était d'ailleurs autorisé, sous l'agrément du bureau de la ville, à prendre des associés et à céder son privilége à qui bon lui semblerait.

La natation est une partie de la gymnastique, dont les avantages étaient dès lors si généralement reconnus que l'établissement d'une école où elle serait enseignée, n'eut

besoin de l'appui ni des Académies, ni de la Faculté de médecine, ni du premier chirurgien du roi; c'est à son administration municipale seule que la ville de Paris est redevable du premier établissement de ces écoles, dont le nombre s'est successivement accru.

La communauté des barbiers-baigneurs-étuvistes, sauvée en 1776, par le crédit du premier chirurgien du roi, de la destruction dont elle avait été menacée par l'édit portant suppression des jurandes, se trouva sans appui contre les lois de l'assemblée constituante. Elle partagea le sort commun, et fut définitivement supprimée, avec toutes les autres communautés d'arts et métiers, par la loi du 17 mars 1791.

Au milieu des événements de la révolution, qui semblaient devoir suspendre une multitude d'entreprises industrielles, la libre concurrence vint encourager les spéculateurs, et provoqua de nouveaux établissements de bains. Ceux de l'hôtel de La Rochefoucauld, rue de Seine Saint-Germain, furent ouverts en 1791. Les bains Chinois sur le boulevart des Italiens, et ceux de la rue Saint-Joseph, dans le quartier Montmartre, datent de 1792. Ceux du quai de Billy, entretenus par les eaux chaudes de la pompe à feu de Chaillot, sont de 1797. Trois ans plus tard se forma, sur une plus grande échelle que tous les autres, l'établissement de Tivoli, rue Saint-Lazare : c'est le premier où l'on ait donné des bains d'eaux minérales factices.

On ouvrit, en 1802, de nouveaux bains dans la rue Saint-Thomas du Louvre.

Ceux de la rue du Bac, près de la rue de la Planche, et ceux de la rue Taranne, furent établis en 1804 et en 1805.

En 1806, de l'autre côté de la Seine, s'élevèrent les bains

de la rue de Louvois, et ceux de la rue Saint-Denis, sur l'emplacement de l'ancienne église Saint-Sauveur.

En 1808, furent établis ceux de la rue Montesquieu;

En 1810, ceux de la cour des Coches, rue du faubourg Saint-Honoré;

Enfin, en 1816, ceux de la rue Chantereine, n° 36, quartier de la Chaussée-d'Antin.

On voit par cette énumération que, depuis 1789, le nombre des établissements de bains s'était accru de quatorze, de sorte qu'en 1816 on pouvait compter environ *cinq cents baignoires publiques* dans les différents quartiers de Paris.

Jusqu'à cette époque tous les établissements dont il vient d'être fait mention étaient entretenus avec de l'eau de Seine. Les bornes-fontaines destinées au lavage des rues de Paris avec des eaux du canal de l'Ourcq, ayant commencé à se multiplier en 1817, la distribution de ces nouvelles eaux prit une nouvelle extension, et l'on s'empressa de la faire servir à l'exploitation de nouveaux bains. Les entrepreneurs de ces établissements y trouvaient l'avantage de ne payer que mille francs par an la fourniture quotidienne de vingt mètres cubes d'eau, tandis que le prix d'un même volume d'eau de Seine était fixé à sept mille deux cents francs : c'en était assez pour justifier leurs espérances, et rendre l'usage des bains plus général, par l'abaissement du prix auquel ils avaient été fixés jusqu'alors.

La première maison de bains qui ait été entretenue par les eaux de l'Ourcq est celle de la rue Culture-Sainte-Catherine, au Marais; elle fut établie en 1817.

L'année suivante, quatre nouvelles maisons de bains alimentées des mêmes eaux s'élevèrent dans les rues de Chartres,

du Faubourg-Poissonnière, n° 99, du Mail, et des Colonnes près le théâtre Feydeau.

Une autre maison de bains s'éleva en 1820, dans la rue Tiquetonne.

Deux autres, en 1821, dans les rues Saint-Louis, au Marais, et du faubourg Montmartre, n° 10.

On vit se former, en 1823, cinq nouveaux établissements de bains dans les rues de Vendôme, de Bondy, du faubourg Saint-Antoine, du Bouloy et du cloître Saint-Jacques de l'Hôpital.

Quatre autres s'ouvrirent en 1824, rue des Fossés-Saint-Bernard, rue de Beaujolais, rue Saint-Lazare, et rue du faubourg Montmartre, n° 18.

Il s'en forma de nouveau six autres en 1825, dans la Vieille-Rue et sur le boulevart du Temple, dans les rues Neuve-Saint-Jean, Notre-Dame-des-Victoires, des Boucheries-Saint-Honoré, et Croix-des-Petits-Champs.

En 1826, le nombre de ces établissements s'accrut encore de cinq; ils se formèrent dans les rues Saint-Martin, n° 112, et du faubourg Saint-Antoine, n° 123; dans l'impasse des Bourdonnais, dans la rue de Beaujolais et celle du faubourg Poissonnière, n° 28.

En 1827, deux nouveaux établissements furent ouverts, le premier dans la rue de la Fidélité, près de l'église Saint-Laurent; le second dans la rue Saint-Antoine.

Trois autres s'ouvrirent en 1828, dans la rue Saint-Martin, n° 231, dans la rue de la Pépinière, et dans le passage du Saumon.

Il s'en forma aussi trois nouveaux en 1829, l'un dans la rue Mouffetard, l'autre dans le passage Brady, qui commu-

nique du faubourg Saint-Denis au faubourg Saint-Martin; le troisième dans la rue Haute-Ville. Nous devons dire que les deux premiers de ces établissements n'ont point prospéré : celui de la rue Mouffetard n'a été ouvert que pendant quelques mois, et celui du passage Brady a été fermé au commencement de 1830.

Pendant cette même année, il s'est établi encore trois nouvelles maisons de bain dans les rues de Marivaux, quartier des Arcis, de Popincourt, n° 53, et du faubourg Montmartre, n° 4.

Enfin pendant le premier semestre de 1831, de nouveaux bains ont été établis dans la rue du Bouloy, n° 8; et depuis, des bains médicinaux, remarquables par les soins recherchés avec lesquels on les a construits, ont été ouverts au public dans la rue Chantereine.

Il résulte des indications qui précèdent que depuis 1817 jusqu'en 1831 inclusivement, il s'est formé à Paris trente-sept établissements de bains, où l'on ne reçoit que des eaux du canal de l'Ourcq; on y entretient *onze cents baignoires.*

Tandis que l'usage de ces eaux se propageait aussi rapidement pour alimenter de nouveaux bains publics, d'anciens établissements, qui n'avaient été alimentés qu'avec des eaux de la Seine, ont reçu en supplément un volume beaucoup plus considérable des nouvelles eaux, ce qui, sans altérer la qualité des bains qu'on y prend, a diminué d'une manière notable leurs frais d'approvisionnement d'eau.

Ainsi, à partir de 1818 jusqu'à présent, les bains Turcs qui ont remplacé ceux de l'enclos du Temple, les bains du Waux-Hall et de Tivoli, de la rue Chantereine, du passage Sainte-Croix de la Bretonnerie, de la rue du faubourg Saint-

Denis, n° 36, et de la rue Saint-Avoye, reçoivent en même temps des eaux de la Seine et des eaux du canal de l'Ourcq; il est même arrivé que deux des plus anciennes maisons de Paris, celle de la rue Saint-Antoine, n° 79, qui remonte à 1776, et celle de la rue Saint-Joseph, qui fut ouverte en 1792, ne reçoivent plus maintenant que de l'eau du canal.

Les sept établissements que nous venons de citer comme faisant usage, concurremment, d'anciennes et de nouvelles eaux, contiennent *deux cent quatre-vingts baignoires.*

Au surplus, ce n'est pas seulement à la facilité de se procurer à bon marché des eaux du bassin de la Villette, qu'il faut attribuer l'augmentation du nombre des maisons de bain depuis 1817; cette augmentation est due aussi à un goût de propreté personnelle, qui se propage de plus en plus, et à une tendance à jouir des commodités de la vie, qui devient plus générale à mesure que l'aisance se répand dans toutes les classes de la population; ainsi, pendant la même période de 1817 à 1831, on a vu se former de nouveaux établissements, uniquement entretenus par les eaux de la Seine, quoique beaucoup plus chères; ce sont les bains du marché Saint-Honoré et du quai de Gèvres, qui datent de 1818; ceux qui furent ouverts dans la rue de Grammont en 1819, dans la grande rue de Chaillot, en 1820; dans la rue du Mont-Blanc, en 1824; dans la rue Saint-Honoré, n° 357, en 1826; enfin ceux de la rue de Courcelles et de la rue Tirechappe, que l'on ouvrit en 1828. Ces établissements, au nombre de huit, contiennent ensemble *cent soixante dix-huit baignoires.*

De l'autre côté de la rivière, il s'est établi huit nouvelles maisons de bain, qui ne reçoivent également que des eaux de la Seine. Ce sont, par ordre de dates, les bains de la pompe à feu du Gros-Caillou, qui furent établis en 1817; ceux de la rue de Babylone, en 1819; on ouvrit, en 1823, ceux de la rue de la Bûcherie, près de l'Hôtel-Dieu, et ceux du passage Sainte-Marie, dans la rue du Bac; on ouvrit, en 1826, ceux de la rue des Quatre-Vents, près de Saint-Sulpice; en 1828, ceux de la rue Saint-Pierre, à Chaillot; enfin, en 1830, ceux de la rue de la Licorne, dans la Cité, et ceux de la rue Saint-Dominique, au Gros-Caillou.

Il faut ajouter à tous ces bains ceux qu'on a établis en 1819 dans l'impasse des Feuillantines, rue du faubourg Saint-Jacques. Ce sont les seuls qui soient alimentés par les eaux d'Arcueil.

Les neuf dernières maisons de bain dont nous venons de faire mention contiennent ensemble *deux cent trente et une baignoires.*

En résumé, les établissements de bains publics exploités à Paris, dans le moment actuel, sont au nombre de soixante-dix-huit, et l'on y compte *deux mille trois cent soixante-quatorze baignoires en place.*

Indépendamment de ces baignoires auxquelles on peut appliquer la dénomination de *baignoires fixes*, parce qu'elles sont à demeure dans les divers établissements que nous venons d'énumérer, il faut encore compter les *baignoires mobiles*, que les entrepreneurs de la plupart de ces établissements entretiennent pour être transportées au domicile des particuliers qui ne peuvent ou qui ne veulent point aller

se baigner hors de chez eux. La facilité qu'on leur en a procurée depuis environ vingt ans (1) est une heureuse innovation dont une multitude de personnes profitent, et qui a singulièrement accru les produits de l'exploitation des maisons de bain, si l'on en juge par le nombre de ces maisons qui donnent des bains à domicile.

En effet, sur les soixante-dix-huit établissements existants aujourd'hui, on en compte cinquante-huit d'où l'on peut faire transporter des baignoires chez soi, avec l'eau chaude qui sert à les remplir; le nombre de ces baignoires mobiles dans les différents quartiers de Paris est en tout de *mille cinquante-neuf*, c'est-à-dire, en nombre à peu près égal à la moitié du nombre des baignoires fixes.

Il nous reste maintenant à parler des bains sur bateau, établis pour la première fois, comme nous l'avons dit, par le baigneur-étuviste *Poithevin*, en 1766. Ils obtinrent un succès trop remarquable pour qu'on ait désormais à craindre d'en voir l'exploitation négligée. Tout le monde sait que, sous le nom de *Bains Vigier*, ils ont été pour l'un des successeurs de *Poithevin* la source d'une des plus grandes fortunes industrielles de notre temps. Il a fait construire des bateaux beaucoup plus grands, et dont les chambres ou

(1) L'idée de transporter des bains chauds au domicile des particuliers est depuis long-temps mise en pratique dans plusieurs villes d'Allemagne, et notamment à Berlin. C'est au sieur Valette, qui exploite encore aujourd'hui plusieurs maisons de bain à Paris, que l'on doit l'introduction, dans cette capitale, des bains à domicile. MM. Gay-Lussac et Percy, nommés par l'Académie des Sciences pour faire l'examen des procédés qu'il comptait employer, en rendirent un compte très-avantageux, le 23 mai, 1819.

cellules sont bien mieux appropriées aux habitudes de la population aisée qui les fréquente aujourd'hui.

Ces bateaux sont au nombre de cinq.

Le premier, auquel on a conservé le nom de *Bains de Poithevin*, est placé sur le quai d'Orsay : il contient *quarante-cinq baignoires.*

Le second est placé immédiatement au-dessus du Pont-Royal, sur la rive droite de la Seine; on y compte *cent dix-huit baignoires;* c'est le plus grand de tous.

Le troisième, qui n'en contient que *cent huit*, stationne à la pointe de l'île du Palais, contre le terre-plein du Pont-Neuf.

Le quatrième, destiné spécialement aux habitants de l'île Saint-Louis et des quartiers voisins, est fixé sur la rive droite de la Seine, au-dessous du *Pont-Marie;* il n'y a que *cinquante-quatre baignoires.*

Enfin, un cinquième établissement de bains sur bateau est placé au débouché du Pont-au-Change, sur la rive droite de la Seine. Celui-ci, affecté spécialement à l'usage des Israélites, contient *dix baignoires* seulement.

On voit, d'après ces indications, que les baignoires sur bateau sont au nombre de *trois cent trente-cinq*, lesquelles, ajoutées au nombre de celles tant fixes que mobiles, que nous avons comptées dans les soixante-dix-huit maisons de bain ouvertes sur différents points de Paris, donnent en somme *trois mille sept cent soixante-huit baignoires,* exploitées à prix d'argent.

Nous laisserions incomplets les documents que nous mettons sous les yeux de l'Académie, si nous ne faisions pas ici mention des bains simples et médicinaux, dont l'adminis-

tration éclairée et véritablement philanthropique des hospices civils de Paris, procure gratuitement le secours aux indigents, dans l'intérieur de l'hôpital Saint-Louis : les malades externes y sont admis comme ceux de la maison. *Soixante-douze baignoires* y sont consacrées à leur usage, ce qui porte définitivement à *trois mille huit cent quarante* le nombre de celles que les habitants de la capitale ont maintenant à leur disposition, dans quelque état de fortune qu'ils se trouvent.

Indépendamment des établissements de bains chauds dont l'énumération vient d'être faite, il existe sur la rivière divers emplacements couverts, plus ou moins spacieux, où le public est admis à prendre des bains froids. Ces emplacements sont au nombre de vingt-deux, dont seize à l'usage des hommes, et six à l'usage des femmes. Le plus grand de ces emplacements occupe, à l'aval de la pompe Notre-Dame, un espace de soixante-quatre mètres de longueur, sur vingt mètres de large. Le plus petit, situé auprès du pont de la Concorde, sur la rive droite de la Seine, n'a que vingt mètres de long sur quatre de largeur.

On doit ajouter à ces établissements de bains froids sur la rivière, trois écoles de natation, dont la première est située à la Garre des bateaux vides de l'île Saint-Louis; la deuxième près le Pont-Royal; la troisième au-dessous du pont de la Concorde : ces trois écoles contiennent ensemble sept cent huit cabinets.

A mesure que l'on s'est pénétré davantage de la nécessité de comprendre la natation au nombre des exercices qui complètent une éducation libérale, les écoles où l'on enseigne cette partie de la gymnastique ont été de plus en plus fréquentées.

Ici se terminent les recherches dont je me suis occupé sur les établissements de bains publics à Paris, depuis les premiers temps de la monarchie. Elles prouvent que les Romains introduisirent dans les Gaules l'usage de bains semblables à ceux des anciens *thermes*, et que celui des *bains de vapeurs*, tels qu'on les prend encore aujourd'hui en Orient, s'y propagea tellement, pendant et après les croisades, que, sous le règne de saint Louis, on put réunir en un corps de métier ceux qui exploitaient les étuves publiques. Les réglements de cette corporation et les mesures de police auxquelles elle était assujettie pour le maintien de la sûreté et de la salubrité publiques, nous ont été conservés dans le Livre des Métiers d'*Etienne Boileau*, qui était alors prévôt de Paris.

La corporation des *étuviers* se maintint distincte de toutes les autres jusqu'au commencement du XVII^e^ siècle. Elle fut alors réunie à celle des *barbiers-perruquiers*, non pas dans l'intérêt commun des deux professions, mais dans l'intérêt personnel du premier barbier du roi, et pour étendre sur un plus grand nombre d'individus la juridiction qu'il exerçait sur tous les barbiers du royaume. Les prérogatives honorifiques et les droits utiles dont il jouissait lui formaient un apanage assez beau pour n'être dédaigné de personne : aussi passa-t-il tout-à-fait intact, en 1668, entre les mains du premier chirurgien du roi. Sous le patronage de ce nouveau chef, les membres de la communauté des *barbiers-perruquiers-baigneurs-étuvistes* exercèrent leur profession comme une charge héréditaire à titre d'office. Malheureusement, si leur vanité fut quelquefois flattée de cette distinction, elle les exposa aussi quelquefois à se voir dépossédés

de leur état par des créations successives de nouvelles charges, qu'on motivait toujours sur les besoins du fisc. Les longs revers des dernières guerres de Louis XIV portèrent, au commencement du XVIII^e^ siècle, la misère du peuple à son comble; et comme on ne pense pas à se procurer le superflu quand on manque du nécessaire, la mode des bains d'étuves se passa; le plus grand nombre de ces établissements se fermèrent, et il ne resta ouverts que ceux dont les exploitants eurent assez de moyens pour les entretenir avec une sorte de luxe. Par cela seul ils furent obligés d'en élever le prix. Il fallut être riche pour aller au bain. Voilà pourquoi le nombre des *baigneurs-étuvistes* se trouvait réduit à huit ou neuf vers l'année 1760, lorsque l'un d'eux imagina d'établir des bains chauds sur la rivière, dans un bateau construit exprès. Par cette innovation, qui mit les bains publics à la portée d'un plus grand nombre d'individus, l'usage de ces bains commença à se renouveler, et ce fut une première amélioration introduite dans nos habitudes.

La distribution des eaux de la compagnie *Perier* en produisit une seconde quelques années après, par la facilité qu'elle procura d'établir de nouveaux bains dans différents quartiers de Paris.

Leur nombre s'accrut encore dès que la suppression des communautés d'arts et métiers, en 1791, eut permis à l'industrie de s'exercer librement.

Mais c'est à dater du commencement de ce siècle, et surtout depuis que les eaux du canal de l'Ourcq ont pu être mises en distribution sur une partie de la surface de Paris, que les maisons de bain se sont multipliées : car il ne faut pas oublier qu'en 1816 on n'y comptait que *cinq cents bai-*

gnoires publiques, et que leur nombre s'y élève aujourd'hui à près de *quatre mille*.

L'abondance et le bas prix de l'eau amèneront toujours l'abaissement du prix des bains. Il n'y a guère d'établissements où l'on ne puisse maintenant en prendre au prix de 75 centimes. Le prix en est porté à 1 franc et à 1 franc 25 centimes dans un petit nombre de maisons; enfin il n'en existe plus que trois où le prix de certains bains se maintienne encore au-dessus de 2 francs.

Cependant, est-ce uniquement à l'abaissement du prix de l'eau que l'abaissement du prix des bains doit être attribué? Cette question mérite d'être examinée; nous allons essayer de la résoudre.

Comparons d'abord les prix actuels de nos bains publics aux prix auxquels ils étaient fixés sous le règne de Louis IX.

Nous avons dit plus haut qu'à cette époque le prix du simple *étuvage* était de 2 deniers, et celui du bain complet de 4 deniers *parisis*. Nous avons ajouté que ce denier équivalait à 9 centimes 8/10.

Cela signifie que, si dans un marc d'argent au titre de 4 deniers 12 grains, qui vaudrait aujourd'hui 20 fr. 39 centimes, on taillait, comme au temps de Louis IX, deux cent vingt-une pièces de billon qui seraient des deniers *parisis*, chacune de ces pièces vaudrait 9 centimes 8/10, et par conséquent que le prix du bain de 4 deniers équivaudrait à 39 centimes 2/10.

Mais cela ne veut pas dire qu'avec 39 centimes 2/10 de notre monnaie d'aujourd'hui on puisse se procurer la même quantité de certaines denrées de première nécessité qu'on pouvait s'en procurer, dans le XIII^{e} siècle, avec 4 deniers

parisis. Car depuis la découverte de l'Amérique, la valeur échangeable de l'argent a considérablement diminué eu égard à ces mêmes denrées. On peut au contraire regarder la valeur absolue de celles-ci comme fixe, puisqu'on en a toujours le même besoin, quelques variations que subissent les valeurs relatives des espèces métalliques.

Par exemple, le même nombre de mesures de blé étant toujours nécessaire pour nourrir le même nombre d'hommes, c'est évidemment au blé considéré comme matière d'échange, c'est-à-dire comme monnaie, qu'il faut comparer un même objet à deux époques différentes, si l'on veut assigner à ces deux époques la véritable valeur de cet objet.

Or, nous savons (1) que, sous le règne de saint Louis, le blé valait 5 sous ou 60 deniers *parisis* le setier de douze boisseaux, ce qui mettait le prix de l'hectolitre à 38 deniers 1/2, ou, en nombre rond, à 40 deniers.

On pouvait donc alors échanger un hectolitre de blé contre dix bains complets, pris aux étuves publiques, à raison de 4 deniers l'un.

L'hectolitre de blé vaut aujourd'hui 22 francs; mais nous sommes en un temps de cherté. Si donc cette mesure de blé se réduisait au prix moyen de 19 francs, on pourrait l'échanger contre dix-huit bains d'un franc, ou contre vingt-cinq de 75 centimes.

La valeur des bains, comparée à celle du blé, n'est donc aujourd'hui qu'environ la moitié de ce qu'elle était au milieu du XIII^e^ siècle.

---

(1) *Essai sur les Monnoies, ou Réflexions sur le rapport entre l'argent et les denrées*, pag. 80. Paris, 1746.

Tous les objets dont l'usage habituel contribue aux commodités de la vie, ont éprouvé une diminution analogue. On ne pouvait, sous le règne de saint Louis, se procurer pour un hectolitre de blé que deux aunes de toile à chemises, telles qu'on les portait dans les couvents de femmes (1); et, maintenant, pour la même quantité de blé, on aurait six ou sept aunes de toile d'une plus grande largeur, probablement mieux fabriquée, et qui aurait la même destination pour les religieuses de nos hôpitaux. Ainsi l'intelligence de l'homme, appliquée à satisfaire ses besoins à l'aide d'instruments et de machines qui se perfectionnent de plus en plus, rend de plus en plus productif le travail de ses mains, et toutes les classes de la société, quand le repos n'en est pas troublé, trouvent constamment un accroissement d'aisance et de bien-être dans les progrès de l'industrie.

---

(1) *Pro 24 ulnis telæ ad camisias Dominarum Pissiaci*, 40 s. (Dames ou religieuses de l'abbaye de Poissy). *Variations arrivées dans le prix de diverses choses pendant le cours des cinq derniers siècles*, par Dupré de Saint-Maur, pag. 4, à la suite de son *Essai sur les Monnoyes*.

MÉMOIRE

Sur les avantages d'un procédé opératoire particulier que nous avons imaginé au commencement de ce siècle pour la cure radicale de l'hydrocèle, suivi d'une notice sur une autre maladie analogue que nous désignerons sous le nom d'hydrocèle vésiculeuse ou hydatique.

PAR M. LARREY;

Lu à l'Académie royale des Sciences, le 3 octobre 1831.

QUELQUE parfaite que soit une méthode qui a pour objet la guérison d'une maladie qu'on reconnaît être souvent rebelle à tous les moyens usités, on ne peut l'apprécier qu'autant qu'elle a reçu l'assentiment des corps savants, ou qu'une expérience consommée en a fait reconnaître tous les avantages. Dédaignant de me servir de ces moyens de publicité que des vues exclusives d'intérêt personnel font mettre journellement en usage, et n'ayant d'autre but que d'être utile à l'humanité, j'ai lieu d'espérer que l'Académie, à qui j'ai l'honneur de communiquer ce travail, voudra bien l'accueillir avec quelque intérêt, et en accorder l'insertion dans le Recueil des Mémoires de l'Institut.

L'hydrocèle par épanchement, objet du premier Mémoire, l'une des maladies les plus communes, surtout chez les hommes de guerre, est aussi l'une de celles qui ont le plus occupé les praticiens dans le dernier siècle, soit à cause du peu de succès qu'on a obtenu des divers procédés opératoires employés pour la guérir, soit à cause des accidents qui ont généralement accompagné chacun de ces procédés. Celui de l'injection est sans contredit le plus doux, et offre plus d'avantages que les autres; mais il n'est pas exempt d'accidents. J'en ai vu même survenir de funestes à la suite de cette injection, bien qu'elle fût faite par d'habiles chirurgiens et avec des liqueurs peu irritantes, telles que le vin pur.

Ce sont ces inconvénients qui ont porté vraisemblablement la plupart des hommes atteints d'hydrocèle, surtout ceux qui sont un peu sensibles et irritables, ou d'un âge déja avancé, à garder cette maladie tout le cours de leur vie, quelque incommode qu'elle puisse être, plutôt que de subir une opération douloureuse, dont le succès est incertain. Ces sujets se bornent à se faire évacuer l'eau périodiquement par la ponction. Mais cette maladie, par suite de la gêne et des effets sympathiques qu'elle occasione, n'en porte pas moins atteinte à l'intégrité des organes de la vie intérieure; d'où résultent la maigreur, l'anxiété des sujets et l'abréviation de leur existence. Ainsi nous avons eu à regretter que notre procédé ne fût pas plus connu à une époque où nous aurions pu prolonger les jours de l'un de nos anciens et plus intègres ministres de l'administration de la guerre. Avec plus de confiance, d'autres personnages, également recommandables, ont su profiter de cette découverte; et nous pensons qu'à leur exemple on n'hésitera plus à donner la préférence à un procédé opéra-

toire aussi simple et d'une exécution aussi sûre que facile, puisqu'on le modifie à volonté.

Quel doit être en effet le but du chirurgien qui désire guérir l'hydrocèle, sans troubler les fonctions du malade, ni porter atteinte à l'intégrité du testicule baigné dans le liquide qui forme la maladie ? C'est, après avoir évacué ce liquide par le moyen le plus simple, de prévenir son retour et une nouvelle collection aqueuse. Or, il suffit pour cela de conserver à ce fluide une issue libre et permanente, et d'irriter graduellement, tout le temps nécessaire, l'organe membraneux qui le sécrète. Les vaisseaux exhalants s'enflamment, s'oblitèrent; la source aqueuse se tarit : une légère lamine albumineuse se forme entre la tunique vaginale et celle albuginée du testicule, d'où résulte l'adhésion réciproque de ces deux membranes ou leur recollement; effets dépendants de l'inflammation adhésive qui produit la cure radicale de la maladie. Et c'est ce but que notre procédé, j'ose le dire, a nécessairement atteint.

Pour l'exécuter avec toute la facilité et tout le succès désirables, nous avons imaginé un trois-quarts, dont la tige est aplatie et dont la pointe a la forme d'une lance. (*Voyez* le dessin.) La ponction, pratiquée avec ce trois-quarts, est plus sûre et plus aisée; néanmoins, pour en préciser davantage l'exécution, nous la faisons précéder d'une légère incision à la peau des bourses, qu'on opère en un clin d'œil, en faisant faire un pli à cette enveloppe tégumenteuse, au point le plus déclive de la tumeur. Cette petite incision préliminaire permet de préciser la ponction, ainsi que nous l'avons dit, et prévient la restriction prématurée de la simple ouverture faite aux téguments avec le trois-quarts lorsqu'on retire la

sonde, ce qui fermerait prématurément cette ouverture. Le liquide totalement évacué, l'on introduit, à la faveur de la canule du trois-quarts, restée en place, une portion de sonde de gomme élastique, longue d'environ quatre ou cinq pouces, et percée à son extrémité de plusieurs ouvertures. On retire aussitôt la canule du trois-quarts, et l'on fixe la sonde à un bandage-suspensoir bien serré. Le malade observe le repos et un régime approprié.

La présence de ce corps étranger dans la tunique vaginale cause très-peu de gêne et de douleur. Pendant les premières vingt-quatre heures, la sérosité s'écoule par la sonde; mais ensuite la sécrétion diminue par degrés, se supprime, et disparaît entièrement. Alors l'inflammation commence, et l'adhérence s'opère en même temps sur tous les points de la périphérie du testicule, si l'on en excepte ceux qui sont occupés par la sonde, que l'on peut et que l'on doit retirer aussitôt après la cessation de l'écoulement séreux, signe certain du premier degré de l'inflammation.

Il est rare que cette phlegmasie légère, mais suffisante pour l'adhésion, soit établie avant le troisième jour : cela dépend de l'âge, de l'irritabilité du sujet. Lorsqu'il est jeune et très-irritable, que l'hydrocèle est récente, et que le malade n'a jamais subi d'autre opération, les premières vingt-quatre heures suffisent pour obtenir ce résultat. Il faut alors retirer la sonde, car si on la laissait plusieurs heures au-delà du moment où la sécrétion séreuse s'est arrêtée, l'inflammation traumatique adhésive pourrait devenir trop forte, et être suivie de suppuration ou de petits abcès, ainsi que nous l'avons vu chez un très-petit nombre de sujets, chez lesquels cette circonstance avait eu lieu, parce qu'en effet on avait

négligé d'extraire la sonde à l'époque indiquée. Cependant si l'hydrocèle était ancienne, ou que le malade eût déja subi d'autres opérations, il faudrait la laisser plus long-temps. Elle est restée chez plusieurs jusqu'au 5e, 6e et 7e jour.

En observant attentivement les effets de cette irritation mécanique, le chirurgien saura l'arrêter à propos et en faire cesser immédiatement la cause par l'extraction de la sonde. Le testicule est alors légèrement tuméfié et douloureux; mais la résolution s'en opère promptement, et sans qu'on ait besoin d'appliquer aucun topique. Si par la suite il restait dans cet organe la moindre induration, quelques frictions mercurielles locales suffiraient pour la fondre. Tous les malades que nous avons opérés ainsi ont été guéris, sans récidive, avant le 25e jour; il ne s'est jamais manifesté d'accidents notables, rarement quelques abcès : ce qui prouve que cette méthode est aussi douce que certaine.

Il arrive quelquefois que l'eau épanchée dans la tunique vaginale communique, par un canal non interrompu, dans la cavité formée par le péritoine, ce qui constitue l'hydrocèle congéniale; et dans ce cas surtout, l'injection serait dangereuse et même funeste (1). Ici l'on doit ajouter à l'usage de la sonde de gomme élastique, pendant son séjour dans la tunique vaginale, une compression exacte, exercée sur le trajet de l'anneau inguinal, au moyen d'un brayer élastique qui ferme parfaitement cette ouverture. Par là on intercepte le passage de la sérosité péritonéale, et l'on fait oblitérer les parois du

(1) On en conçoit facilement la raison; c'est que le liquide entrerait par l'anneau inguinal dans la cavité du bas-ventre, et y provoquerait immédiatement une inflammation dangereuse.

canal qui établissait une communication entre les deux membranes séreuses. Cette variété d'hydrocèle a été découverte et décrite pour la première fois par l'un de nos célèbres professeurs de Toulouse, M. Viguerie (Jacques), chirurgien en chef de l'Hôtel-Dieu de cette ville.

Nous ne rapporterons pas les succès nombreux que nous avons obtenus de l'opération de l'hydrocèle, pratiquée d'après cette nouvelle méthode, soit à l'hôpital militaire du Gros-Caillou, soit en ville. Nous nous bornerons à l'exposé des observations suivantes, qui nous ont paru les plus remarquables.

Le sujet de la première observation était un nommé Willi (Joseph), grenadier au 8^{e} régiment de l'ex-garde (2^{e} régiment suisse.) Il entra à l'hôpital dans les premiers jours de juin 1824, affecté d'une double hydrocèle, ayant acquis le volume de la tête d'un enfant. Les deux poches, transparentes, étaient séparées, à leur surface extérieure, par un léger sillon. Nous étant assuré que l'hydrocèle par épanchement dans les tuniques séreuses des deux testicules était bien caractérisée, nous profitâmes d'un jour de clinique pour pratiquer en même temps les deux opérations.

Après avoir fait les deux incisions préliminaires et parallèles à la peau des deux points déclives des deux tumeurs, nous plongeâmes d'abord le trois-quarts dans la tunique vaginale droite. Le liquide, dont la quantité s'élevait à 8 ou 10 onces, ayant été évacué, nous substituâmes à la canule du trois-quarts une sonde de gomme élastique, que nous fîmes soutenir par un aide, en attendant que nous eussions répété la même opération du côté gauche. Une évacuation de deux palettes de sérosité fut le résultat de cette deuxième ponction. Une autre sonde de gomme élastique fut égale-

ment introduite dans la poche séreuse gauche, et les deux conducteurs furent maintenus en place au moyen d'un appareil contentif. L'opéré fut mis à la diète, à l'usage des boissons rafraîchissantes, des lavements émollients, et d'une embrocation d'huile d'amandes douces, que nous fîmes faire sur le bas-ventre.

Le malade éprouva peu de douleur, et la sécrétion séreuse fut supprimée, des deux côtés à la fois, à la fin du deuxième jour, époque où nous retirâmes les deux sondes. Une fluxion assez forte s'établit sur les deux testicules, et elle parcourut paisiblement ses périodes jusqu'au neuvième jour. Nous jugeâmes alors que l'inflammation adhésive était parvenue au degré désirable. Nous en apaisâmes néanmoins les effets au moyen d'une embrocation d'huile de camomille camphrée, et d'une compression graduée, faite avec un suspensoir de flanelle. La résolution s'opéra ensuite progressivement; et ce grenadier suisse, dont la guérison fut complète du trente au trente-unième jour, sortit de l'hôpital peu de jours après, ses organes générateurs étant revenus à l'état normal. Ce sujet s'est bien porté depuis.

La deuxième observation, fort intéressante (1), a été fournie par un chef de bataillon du 13^{e} léger, M. de C***, âgé de cinquante ans. Cet officier supérieur se présenta à l'hôpital du Gros-Caillou, au milieu d'octobre 1820, pour être opéré par nous d'une hydrocèle énorme, ayant son siége dans la tunique vaginale gauche. La collection aqueuse avait tellement distendu les bourses, que la tumeur totale, que nous avons fait dessiner, avait 7 pouces dans sa longueur,

(1) Recueillie par mon fils Hippolyte Larrey.

4 et demi dans sa largeur vers le centre, et 3 et demi à sa base.

Cet officier, après avoir reçu à la bataille d'Iéna, une contusion de biscaïen, étant à la fin de sa course, au bas-ventre, dans une ligne parallèle à l'arcade du pubis, et de manière à porter atteinte à l'intégrité des cordons spermatiques, fut affecté d'une hydrocèle du côté droit, qui se développa assez lentement. Gêné dans sa marche et ne pouvant suivre les mouvements de l'armée, M. de C*** vint nous trouver à Varsovie pour nous prier de le débarrasser de ce fardeau, sans le priver de l'avantage de suivre son régiment. On ne pouvait penser alors à aucune opération propre à obtenir la cure radicale de cette hydrocèle; mais voulant mettre ce brave officier dans le cas de se trouver à la première bataille, nous nous bornâmes à évacuer l'eau accumulée dans la poche vaginale, au moyen d'une simple ponction. Une compresse de vinaigre camphré fut immédiatement posée sur les bourses soutenues d'un suspensoir, et cet officier disparut. Nous avons été informé depuis que cette opération palliative avait mis M. de C*** dans le cas de terminer honorablement la campagne, mais que de retour à Strasbourg, à la fin de l'année 1807, l'hydrocèle s'étant reproduite, il avait réclamé les soins du professeur Cailliot, qui l'avait opéré par la méthode de l'injection. Mais elle n'eut point le succès qu'on en espérait; l'hydrocèle se renouvela presque immédiatement, et s'accrut d'une manière si progressive qu'au mois de février 1808 M. le professeur Cailliot tenta une seconde fois la même opération. Seulement il ajouta au vin pur, dont il avait fait usage en premier lieu, un tiers d'eau-de-vie de Cognac. L'injection de cette liqueur

composée fut suivie de douleurs violentes, et d'une inflammation qui exposa instantanément la vie de l'opéré; cependant on l'apaisa, et la cure radicale finit par s'effectuer. Après quelques mois de convalescence, la santé de M. de C*** était revenue à son état normal, et cet officier fut en état de reprendre son service actif, qu'il a continué jusqu'en 1823. A cette époque, et par suite d'une forte pression, exercée accidentellement par le pommeau de la selle de son cheval sur les bourses, il se développa un orchite du côté gauche, lequel fut encore suivi d'une hydrocèle par épanchement du même côté. Cette nouvelle collection aqueuse, s'étant accrue assez rapidement, porta M. de C*** à réclamer les soins de l'un des médecins de son régiment.

Celui-ci espérant pouvoir obtenir la résolution de la tumeur, d'ailleurs peu volumineuse, soumit le malade à l'usage de bains locaux préparés avec une forte dissolution de deutochlorure de mercure qu'il prenait journellement. Ces bains ayant en effet une propriété très-astringente, parurent opérer une grande réduction sur l'hydrocèle; cependant des maux de dents et une sorte de douleur compressive que notre officier ressentait sur le trajet des deux cordons spermatiques lui firent abandonner, et avec raison, l'usage de ces bains locaux (généralement pernicieux). L'hydrocèle, qui n'avait été en quelque sorte que comprimée, reparut d'une manière sensible et se développa avec une nouvelle force : enfin elle parvint graduellement au point où nous l'avons décrite.

Le régiment de cet officier étant venu à Paris en septembre 1830, M. de C*** s'empressa de venir nous voir et de se mettre dans nos mains, nous priant avec instance de lui

faire l'opération que nous jugerions nécessaire pour le conduire à une guérison complète. Après quelques jours de repos, nous mîmes en pratique notre nouvelle méthode, qui eut tout le succès qu'on pouvait en espérer. Aujourd'hui cet officier supérieur jouit d'une parfaite santé. Certes, on peut dire que toute autre opération n'aurait pas eu chez ce sujet, qui en avait déja subi trois ou quatre, le même résultat. Je pense que ce fait inspirera une grande confiance aux jeunes praticiens.

Enfin nous nous arrêterons à cette troisième observation, d'ailleurs fort remarquable sous plusieurs rapports. Son sujet est M. le maréchal M***, âgé d'environ 80 ans. Cet illustre guerrier était incommodé depuis une vingtaine d'années d'une hydrocèle très-volumineuse du côté droit. Cette tumeur aqueuse s'était accrue au point que M. le maréchal ne pouvait plus monter à cheval et qu'il ne faisait quelques pas à pied qu'avec une assez grande peine. Cet état de gêne le porta à demander les conseils de plusieurs grands médecins de la capitale; tous pensaient qu'il y aurait du danger à tenter une cure radicale sur une personne de cet âge et d'une constitution aussi nerveuse. Cependant le désir ardent que ce respectable vieillard éprouvait de montrer au nouveau roi, son zèle et son amour pour le nouvel ordre de choses, l'engagea à se transporter près de moi pour me prier de lui faire l'opération que je croyais propre à le débarrasser de ce fardeau et à le conduire à la guérison.

Quelque incertain que fût le succès d'une opération quelconque, je crus pouvoir le rassurer sur les suites fâcheuses de celle que je m'etais proposé de pratiquer. En effet, ma méthode a le grand avantage, sur toutes les autres, qu'on la

tient dans sa main, et par conséquent qu'on la modifie à volonté. M. le maréchal le comprit parfaitement et m'accorda toute sa confiance. Cette opération fut faite à l'une de ses maisons de campagne, en présence de M. le docteur Aran, son médecin particulier et son ami.

Nous commençâmes, comme chez les précédents, par l'incision préliminaire des téguments des bourses. La tunique vaginale fut mise à découvert et percée avec le trois-quarts de mon invention. Cette ponction donna issue à environ deux livres de sérosité, couleur orangée. Nous agrandîmes un peu l'ouverture de la tunique avec la pointe d'un bistouri conduit sur la cannelure du trois-quarts, et nous substituâmes à la canule d'argent la sonde de gomme élastique, faite exprès, que nous recommandâmes de laisser en place jusqu'au moment où le cours du fluide séreux serait totalement supprimé. M. Aran jugea à propos de laisser ce conducteur jusqu'au troisième jour révolu, époque où la fluxion du testicule était parvenue à son troisième degré; mais une légère constriction ayant eu lieu avec le suspensoir, à la base des bourses, malgré la surveillance la plus attentive de la part du médecin traitant, il se forma un petit abcès dans l'épaisseur de la cloison du dartos. Nous dûmes faire un troisième voyage chez le malade pour prendre connaissance de la nature de cet accident, et faire l'ouverture de cet abcès par une légère incision.

Dès ce moment le malade alla de mieux en mieux, et la guérison fut complète avant le trente-cinquième jour de l'opération, de sorte que M. le maréchal fut en état, peu de jours après, d'assister à la grande revue du roi Philippe et à la distribution des drapeaux de la troupe de ligne et de la

garde nationale (mois de mai 1831). Enfin, à la grande et agréable surprise de toutes les connaissances de M. le maréchal, il jouit maintenant d'une parfaite santé et monte à cheval comme un jeune officier.

Assurément tout autre procédé opératoire aurait pu avoir des résultats funestes chez ce respectable citoyen, et l'injection elle-même aurait été inutile à cause de l'épaississement de la tunique séreuse; ou bien il aurait fallu employer une liqueur alcoolique, et cette sorte d'injection aurait été certainement accompagnée d'accidents graves. Ce dernier fait nous semble également faire vérifier la vérité de notre assertion sur l'efficacité de notre méthode.

Depuis la guérison de M. le maréchal M***, nous avons pratiqué la même opération à l'un des effendis de l'école Égyptienne, M. G***, pour une hydrocèle très-volumineuse, que cet officier portait à l'époque de son départ d'Égypte. Le traitement qui a suivi cette opération n'a été troublé par aucun accident, ni par le moindre mouvement fébrile, et la guérison de cette maladie a été complète et radicale le 21e jour. Cet effendi vient de retourner dans sa patrie, jouissant d'une parfaite santé, et ses organes générateurs étant revenus à l'état normal.

Après la cure de l'Égyptien, une pareille opération a été faite à un officier supérieur du génie, M. C***, pour une hydrocèle également chronique et très-volumineuse. Celui-ci était guéri le 9e jour, et il a été en état de reprendre son service dès le 15e. Cet officier jouit maintenant, et sous tous les rapports, d'une parfaite santé.

En reproduisant ce Mémoire, inséré en très-grande partie dans notre *Clinique chirurgicale*, nous n'avons eu d'autre

intention que de faire connaître les moyens qui nous ont paru être les plus doux et les plus efficaces pour la guérison radicale de l'hydrocèle par épanchement, maladie aussi rebelle qu'elle est commune. Nous y ajouterons néanmoins quelques réflexions sur son diagnostic et sur certaines anomalies rares qu'elle nous a offertes dans notre longue pratique.

DEUXIÈME MÉMOIRE.

Dans la plupart des cas, l'hydrocèle se reconnaît facilement par la circonscription de la tumeur; par son développement lent et gradué, qui peut cependant avoir lieu quelquefois d'une manière brusque ou subite, sous les effets d'un mouvement violent ou sous l'action d'une cause mécanique imprimée immédiatement sur les bourses; par sa fluctuation élastique; par sa transparence, la tumeur étant vue de profil dans un lieu obscur à l'aide d'une lumière artificielle, et par la pesanteur du testicule du côté malade, laquelle ne diffère presque point de celle du testicule sain. Mais il est des circonstances où ces signes sont insuffisants, et surtout la transparence, qu'on considère cependant comme le plus certain. C'est ce qui arrive dans une tumeur qui a la plus grande analogie avec l'hydrocèle par épanchement. Cette tumeur particulière est formée par des grappes d'hydatides qui se développent dans l'épaisseur de la tunique vaginale ou à ses deux surfaces, et produisent une exubérance plus ou moins considérable au-devant du testicule, dans la propre substance duquel les hydatides pénètrent souvent et qu'ils envahissent en entier. Inégale à sa surface, cette

exubérance est moins élastique que celle qui est formée par l'hydrocèle, mais elle offre à peu près la même transparence. Le contact de l'air froid ou de l'eau glaciale, appliquée brusquement sur elle, la fait resserrer et en réduit le volume; la chaleur et l'humidité la rétablissent dans son premier état. Ces changements sont le résultat de la contractilité de ces animalcules infusoires qu'on détermine à volonté par l'impression brusque du froid ou par le galvanisme.

Cette dernière maladie présente d'autres indications que l'hydrocèle par épanchement. Lorsque la tumeur est peu volumineuse et que les hydatides paraissent concentrées au bas de la tunique vaginale, on peut les extirper facilement par une incision qu'on pratique à la partie la plus élevée. Mises à découvert, on les saisit avec de petites érignes, et on les enlève avec des ciseaux évidés. Il faut épargner le plus possible la tunique vaginale pour ne point dénuder le testicule et produire sa hernie, accident d'autant plus fâcheux que cet organe, étant une fois sorti de sa cavité, il est très-difficile, s'il n'est même impossible, de l'y faire rentrer. Alors l'inflammation se déclare promptement, et fait des progrès si rapides qu'on ne peut en suspendre la marche, malgré l'usage des antiphlogistiques, et le malade est en danger de périr. Lorsqu'on a enlevé toutes les hydatides, sans exception, car autrement elles se reproduisent bientôt, il faut se hâter de rapprocher les deux bords de l'incision et les fixer en contact à l'aide de bandelettes agglutinatives ou de quelques points de suture. Ce dernier moyen est surtout nécessaire, lorsqu'on a détruit une grande portion de la tunique vaginale, pour retenir le testicule dans le dartos, au moins pendant les premières vingt-quatre heures.

Quand, au contraire, on pourrait croire que la masse des hydatides aurait envahi toute cette tunique, et qu'elle s'étendrait jusque dans le tissu cellulaire du cordon, de manière à ne pouvoir les enlever sans détruire en entier cette enveloppe membraneuse, il serait plus avantageux de faire l'extirpation du testicule malade : cette opération serait d'autant mieux indiquée que le testicule est ordinairement atrophié ou attaqué dans sa propre substance par les hydatides elles-mêmes (1). La ponction, dans cette variété d'hydrocèle, est absolument inutile; on en conçoit facilement les raisons.

Nous allons maintenant rapporter quelques exemples de cette dernière affection, qui feront vérifier toutes ces assertions.

I^re^ *Observation.* Le sieur Hardouin, grenadier à cheval, entra à l'hôpital militaire du Gros-Caillou dans les premiers jours d'avril 1811, pour y être traité d'une tumeur particulière qu'il portait aux bourses du côté gauche depuis plusieurs années, et de laquelle il était très-incommodé. La situation de cette tumeur sur le trajet du cordon spermatique, au-devant du testicule conservé intact, sa forme irrégulière et les changements qu'elle éprouvait, selon les circonstances, dans son volume, avaient induit en erreur plusieurs chirurgiens de mérite auxquels nous l'avions fait voir. Les uns la prenaient pour une entérocèle, presque tous pour une épiplocèle. Lorsque le grenadier restait quelque temps debout, la tumeur se développait jusqu'au dernier degré de son diamètre; elle

(1) Le célèbre chirurgien de Londres Astley Cooper a fait dessiner et a décrit avec un grand soin ces hydatides, qu'il a rencontrées plusieurs fois dans l'épaisseur de cet organe. (Voyez son ouvrage sur les maladies des testicules.)

avait alors la grosseur et la forme de l'un de ces gros œufs de poule qui renferment deux germes, également déprimée dans son milieu par un sillon transversal. Dans cet état, elle causait au malade de vives douleurs et des tiraillements dans le bas-ventre, accompagnés de défaillance et de maux d'estomac. Lorsqu'il était couché horizontalement sur le dos, les cuisses fléchies, la tumeur se réduisait de la moitié de son volume et paraissait rentrer dans le bas-ventre, d'autant mieux qu'elle s'engageait en effet dans une partie de l'anneau qui était très-dilaté. Cette tumeur était peu fluctuante, bosselée et indolente. La pression ne causait aucune douleur au malade, et, quoique exercée avec un peu de force, elle ne faisait point rentrer la tumeur dans le bas-ventre.

Un mouvement contractile, que nous aperçûmes, dès notre première visite, sur sa surface, nous avait assuré que ce ne pouvait être qu'une masse d'hydatides : nous fîmes quelques essais. Le repos et l'extension de la cuisse du même côté faisaient développer la tumeur, et à moins de quelques mouvements de la part du malade ou d'attouchements brusques, elle restait *in statu quo ;* mais si alors on y appliquait subitement un corps froid, ou une substance plus ou moins volatile, telle que l'ammoniaque, la tumeur se fronçait, se réduisait de volume, et s'enfonçait en grande partie dans l'anneau. Si l'on ne répétait point l'expérience, elle ressortait, et se déployait de nouveau pour reprendre sa forme ordinaire et son premier volume. On reproduisait ce phénomène à volonté, en usant des mêmes moyens. Les bourses ne participaient en rien à ces mouvements. Nous en donnâmes l'explication dans l'une de nos leçons de clinique, par la certitude que nous avions acquise que les hydatides, étant

vivantes et ayant la propriété de se contracter, elles éprouvaient ces changements dans les diverses circonstances que nous avons notées.

A cet égard, nous rapporterons quelques expériences que nous avons eu occasion de faire pendant notre première campagne de Pologne. Nous avions remarqué que les moutons appartenant à l'administration de l'armée, qu'on laissait paître dans les marais au commencement du printemps, maigrissaient sensiblement et prenaient du ventre, qu'enfin ils périssaient. Curieux de savoir quelle était la cause de cette mort, nous en fîmes ouvrir plusieurs sous nos yeux, et nous visitâmes aussi les boucheries de l'armée, pour voir ceux qui n'avaient pas encore donné de signes de maladie.

Chez tous ceux qui avaient été dans ces pâturages, on trouvait des hydatides plus ou moins volumineuses, unies au mésentère et aux intestins; nous en détachâmes plusieurs, et à différentes époques, du ventre des moutons que l'on venait de tuer. Nous enlevâmes avec soin leur enveloppe extérieure (ce qui est assez difficile, parce qu'on est exposé à crever la tunique propre de l'animalcule; il faut, pour éviter cet inconvénient, avoir une grande habitude de disséquer). Nous possédâmes ensuite l'hydatide dans son isolement parfait. Sa tunique, remplie d'une liqueur transparente, albumineuse, vue à une grosse loupe, était parsemée de petites fibres motrices, très-déliées, contournant le corps du ver vésiculaire, que nous croyons être un cysticerque. La tête, supportée par un cou plissé, plus ou moins grêle, selon la grosseur de l'hydatide, se présentait sous la forme d'un tubercule arrondi. Ces animalcules, ainsi isolés et plongés dans l'eau tiède, se conservaient vivants des heures entières. On

les faisait contracter à volonté par le contact d'un stylet d'acier, et on leur faisait faire de légers mouvements d'ondulation.

Nous revenons maintenant à notre observation. Le malade ayant consenti à l'opération que nous lui proposâmes, nous procédâmes aussitôt à l'extirpation de la tumeur. Pour conserver les hydatides vivantes, que nous avons reconnues être de la même nature que celles qui se trouvèrent dans les entrailles des moutons, nous coupâmes, à l'aide d'un bistouri convexe, et en formant un pli transversal, la peau qui recouvrait la tumeur, que nous isolâmes ensuite entièrement par des dissections bien ménagées : elle était composée de deux portions unies entre elles, ayant chacune la grosseur d'un marron d'Inde. Les contractions furent alors plus évidentes. Nous espérions pouvoir détacher entièrement ces grappes vésiculeuses; mais, au moment de les enlever, un mouvement inconsidéré du malade les fit crever. Nous n'eûmes alors que les pédicules à couper, et l'extirpation en fut complète.

Le testicule se trouva dénudé d'une grande partie de sa tunique vaginale, parce que les hydatides qui s'étaient développées dans son épaisseur, ou à sa surface, l'avaient envahie. Nous rapprochâmes les bords de l'incision, après avoir enfermé l'organe dans le dartos, et nous terminâmes notre pansement par l'application d'un bandage contentif un peu serré. Un nouvel effort du malade fit déranger l'appareil pendant la nuit ; le testicule sortit de sa nouvelle poche et fit hernie; l'irritation survint avec l'inflammation et tous les accidents auxquels le déplacement de cet organe donne lieu. C'est dans ce cas que la suture convient et qu'elle sert même

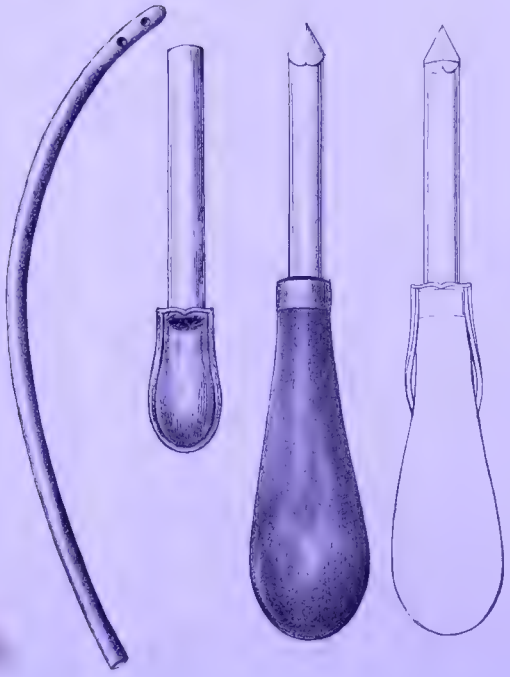
à prévenir cette hernie. Nous l'aurions sans doute pratiquée, si nous n'avions compté sur le repos parfait de ce grenadier; cependant nous fûmes assez heureux pour dissiper promptement cette inflammation, et obtenir graduellement la rentrée du testicule dans son domicile habituel. Enfin ce militaire ne tarda point à se rétablir, et il sortit de l'hôpital dans une parfaite santé, le 31^e^ jour de son opération.

Depuis que cette observation a été recueillie, trois autres militaires, et un quatrième sujet en ville, nous ont présenté le même genre de maladie. Le procédé opératoire que nous venons de décrire a réussi chez les deux premiers; mais il a été insuffisant pour les deux derniers, chez lesquels la maladie a été stationnaire. Néanmoins des frictions mercurielles (1) locales ont considérablement réduit la tumeur vésiculaire aqueuse du quatrième. Ayant vu le malade depuis, nous nous sommes convaincu que la résolution a été complète.

Ces faits prouvent, contre l'assertion de plusieurs praticiens recommandables, que ce genre d'hydrocèle, déterminée par les hydatides, existe réellement.

---

(1) Le mercure paraissant avoir la propriété de tuer les hydatides, lorsqu'elles ne sont pas trop développées, si l'on attaque de bonne heure, avec ce médicament, l'espèce d'hydrocèle à laquelle elles donnent naissance, on peut espérer de la faire avorter.



Lith de Benard

EXPÉRIENCES

SUR

LE MÉCANISME DE LA RUMINATION.

PAR M. FLOURENS.

Lues à l'Académie royale des Sciences, le 28 novembre 1831.

§ Ier.

1. LE mot *rumination* désigne, comme chacun sait, la faculté singulière qu'ont certains animaux, nommés *ruminants* à cause de cette faculté même, de ramener à la bouche, pour les mâcher et avaler une seconde fois, les aliments qu'ils avaient déja mâchés et avalés une première.

2. *L'animal ruminant* déglutit une première fois l'aliment qu'il a à peine mâché; il ramène ensuite cet aliment à la bouche pour le mâcher ou broyer plus complètement; et, après l'avoir ainsi mâché ou broyé, il le déglutit une seconde et dernière fois.

3. Un pareil animal *mange* donc, à proprement parler, deux fois le même aliment; il le *mâche* deux fois; il le *déglutit* deux fois; et, de plus, il le *vomit*, ou ramène à la

bouche, d'une manière régulière et déterminée, entre l'une et l'autre déglutition.

4. Or, on verra bientôt que toutes ces circonstances, qui rendent si singulière la manducation de cet animal, tiennent à la structure même de ses estomacs. L'aliment est *dégluti une première fois :* c'est qu'il y a des estomacs distincts où il va, lors de cette première déglutition. Il est *vomi,* ou *rejeté*, et ramené à la bouche d'une manière *régulière et déterminée :* c'est qu'il y a, dans les estomacs, un organe particulier qui règle et détermine cette réjection. Il est *dégluti une seconde fois :* c'est qu'il y a d'autres estomacs, différents des premiers, où il va, lors de cette seconde déglutition. Enfin, il est *soumis à une seconde mastication :* c'est que la première ne l'avait pas assez divisé pour que, vu le mode de communication des derniers estomacs avec les premiers, il pût, sans une seconde mastication, c'est-à-dire, sans une division plus complète, passer des uns dans les autres.

§ II.

1. On voit déja combien le mécanisme du phénomène qui nous occupe est complexe; mais, ce qu'on ne saurait croire, c'est à quel point la détermination de ce mécanisme est rendue obscure par l'organisation compliquée qui le produit.

2. Les *animaux ruminants* ont tous quatre estomacs, et chacun de ces estomacs a une structure propre; d'où l'on peut conclure que chacun a un rôle distinct : mais quel est ce rôle ? C'est ce que la disposition de ces divers estomacs, soit entre eux, soit avec l'œsophage, semble avoir eu pour objet de cacher à l'observateur.

3. D'abord, deux de ces estomacs, le premier et le second, sont placés parallèlement l'un à l'autre, ou au niveau l'un de l'autre; et l'œsophage se rend, presque également, dans les deux. Ensuite, l'œsophage se continue en une gouttière ou demi-canal; et ce demi-canal se rend, presque également encore, dans deux estomacs, le second et le troisième. Enfin, toutes ces parties, l'œsophage, le demi-canal de l'œsophage, le premier, le second, le troisième estomac, toutes ces parties non-seulement communiquent entre elles, mais elles communiquent toutes par un point commun, point où se termine l'œsophage, où commence son demi-canal, et vers lequel s'ouvrent ou aboutissent les trois estomacs.

4. Or, je viens de dire que *les aliments sont déglutis une première fois :* dans lequel des deux premiers estomacs vont-ils, lors de cette *première déglutition ?* La disposition anatomique ne décide pas; car l'œsophage, ou le canal qui conduit les aliments, se rend, à peu près également, dans les deux.

J'ai dit ensuite que *les aliments sont rejetés ou ramenés à la bouche :* quelles sont les parties qui déterminent cette réjection ? La disposition anatomique ne décide pas davantage; car toutes les parties qui peuvent y concourir, ou que l'on a tour à tour supposées y concourir, c'est-à-dire l'œsophage, le demi-canal de l'œsophage, le premier, le second estomac, toutes ces parties aboutissent au même point, au point même où le phénomène de la réjection s'opère.

J'ai dit enfin que *les aliments,* après avoir été ramenés à la bouche et remâchés, *sont déglutis une seconde fois :* dans

lequel des deux seconds estomacs vont-ils, lors de cette seconde déglutition? C'est toujours la même question qui revient, et toujours la même difficulté, et la disposition anatomique est toujours muette; car le demi-canal de l'œsophage qui conduit alors, du moins en grande partie, les matières alimentaires, se rend, à peu près également, dans les deux seconds estomacs (le second et le troisième), comme l'œsophage dans les deux premiers (le premier et le second).

5. La disposition anatomique laisse donc tout dans le doute, et le lieu précis où vont les aliments, lors de leur première déglutition, et les parties qui déterminent leur réjection, et le lieu où ils se rendent, lors de leur seconde et définitive déglutition.

6. Aussi, parmi les auteurs qui se sont occupés du mécanisme de *la rumination*, n'en est-il presque aucun dont l'opinion ne diffère, sur les points les plus importants, de l'opinion des autres.

7. Sans parler d'Aristote et de Galien qui, suivant l'usage des anciens, n'ont approfondi aucun phénomène particulier de physiologie, pas plus celui de la *rumination* que tout autre; et pour ne commencer qu'à Duverney et Perrault, par lesquels il faut presque toujours commencer, quand il s'agit de la structure ou de la mécanique des animaux : selon Duverney et Perrault (1), les aliments *non ruminés*, ou de la *première déglutition*, ne vont que dans le premier estomac;

(1) Duverney, *Œuvres anatomiques*, t. II, p. 434. Perrault, *Œuvres diverses de physique et de mécanique*, p. 430.

ils vont, au contraire, tout à la fois, et dans le premier et dans le second, selon Daubenton et Camper (1). Quant aux aliments *ruminés*, ou de la *seconde déglutition*, ils reviennent dans le premier estomac même, selon Haller (2); ils vont dans le second, selon Duverney, selon Chabert (3), selon Toggia (4); ils passent immédiatement dans le troisième, selon Daubenton, selon Camper. Enfin, quant aux parties qui déterminent la *réjection* des aliments, c'est le premier estomac, selon Duverney; c'est le second, selon Daubenton; c'est le demi-canal de l'œsophage, selon Perrault, etc.

8. La divergence la plus complète règne donc entre les auteurs; et cette divergence s'étend à toutes les parties du phénomène; et la raison en est simple. C'est que, dans un phénomène aussi compliqué, et d'une détermination aussi difficile, c'est à peine si quelques-uns de ces auteurs ont essayé de faire quelques expériences; presque tous s'en sont tenus aux raisonnements et aux inductions. Aussi Bourgelat, l'un des derniers qui aient écrit sur le mécanisme de la *rumination*, dit-il de tous ceux qui l'ont précédé : « qu'ils

(1) Daubenton, *Mémoire sur la rumination et sur le tempérament des bêtes à laine;* Mém. de l'Académie royale des Sciences, an 1768. Camper, *OEuvres qui ont pour objet l'hist. nat., la physiol. et l'anat comp.*, t. III, p. 67.

(2) Haller, *Elementa physiologiæ*, etc., t. VI.

(3) Chabert, *Des organes de la digestion dans les ruminants*, etc. Paris, an 1797.

(4) Toggia, *Sur la rumination.* Voir aussi : Peyer, *Merycologia*, Brugnogne, *Des animaux ruminants et de la rumination.* Girard, *Traité d'anat. vétér.*, t. II, etc., etc.

« semblent avoir été effrayés à l'aspect des difficultés attachées à la découverte de ce mécanisme..... et que la rapidité du coup d'œil qu'ils ont jeté sur l'objet ferait présumer qu'il a été pour eux inaccessible » ; et il ajoute, « qu'il ne propose lui-même ses idées que comme des doutes, « ou comme de simples conjectures (1) ». Malgré quelques travaux estimables qui ont paru depuis ce célèbre vétérinaire, et dont je parlerai bientôt, on peut dire qu'on en est absolument encore aujourd'hui, sur tout ce qui tient au mécanisme de la *rumination*, à douter et à conjecturer comme lui.

9. Cependant, si l'on considère, d'une part, les modifications si singulières que la *rumination* introduit dans la fonction digestive, et, de l'autre, l'influence si prononcée que ce mode de digestion exerce, soit sur la santé, soit sur les maladies des animaux chez lesquels on l'observe, animaux dont plusieurs espèces, depuis long-temps devenues domestiques, constituent, comme chacun sait, l'une des principales richesses de notre économie rurale, on conviendra qu'il est peu de phénomènes, soit en physiologie comparée, soit en pathologie vétérinaire, dont le mécanisme soit plus curieux et plus important à connaître; et, par cette double raison, il m'a paru qu'il méritait bien que l'on entreprît enfin de le déterminer par la voie expérimentale.

10. J'ai donc soumis à de nombreuses expériences, et les plus directes qu'il m'a été possible, car, en tout genre, l'ex-

(1) Bourgelat, *Éléments de l'art vétérinaire*, t. II. (*Recherches sur le mécanisme de la rumination.*)

périence la plus directe est toujours la plus décisive, chacune des parties diverses qui concourent à la *rumination*, pour m'assurer du rôle particulier de chacune d'elles; et ce sont ces expériences que j'ai l'honneur de communiquer à l'Académie.

§ III.

1. J'ai déja dit que les *animaux ruminants* ont quatre estomacs : le premier se nomme la *panse;* le second, le *bonnet;* le troisième, le *feuillet;* et le quatrième, la *caillette.*

J'ai déja dit aussi que chacun de ces estomacs se distingue par une structure propre. Cette diversité de structure porte surtout sur la membrane interne : recouverte de fortes papilles, dans la *panse;* de petites lames disposées en mailles polygones, ou en réseau, dans le *bonnet;* de grandes lames longitudinales, régulièrement adossées les unes aux autres, dans le *feuillet;* et de simples rides, ou replis irréguliers plus ou moins étendus, dans la *caillette.*

J'ai déja dit enfin que l'œsophage de ces animaux se continue en une gouttière ou demi-canal. Ce demi-canal traverse le *bonnet,* et il s'étend de l'œsophage jusqu'au *feuillet.*

2. D'un autre côté, et quant au phénomène même de la *rumination,* j'ai déja dit que ce phénomène, pris dans son ensemble, se compose de plusieurs phénomènes distincts : savoir, la *première déglutition* des aliments; leur *réjection*, ou retour à la bouche; leur *double mastication;* et leur *seconde et définitive déglutition.*

3. Ainsi, d'une part, l'appareil de la *rumination* se compose de plusieurs parties; il s'agit de savoir quel est le rôle pro-

pre de chacune de ces parties. D'autre part, le phénomène total de la *rumination* se compose de plusieurs phénomènes partiels ; il s'agit de savoir quel est le mécanisme particulier de chacun de ces phénomènes. En d'autres termes, et en faisant abstraction de la *mastication*, fonction d'un genre tout-à-fait distinct, qui fait partie de la *rumination*, mais qui ne se lie pas essentiellement à son mécanisme, c'est-à-dire au jeu même des estomacs : il y a une *première déglutition*, il s'agit de savoir quels sont les estomacs où vont les aliments, lors de cette *première déglutition ;* il y a une *réjection des aliments*, il s'agit de savoir quelles sont les parties qui déterminent cette *réjection ;* enfin, il y a une *seconde déglutition*, il s'agit de savoir quels sont les estomacs où vont les aliments, lors de cette *seconde déglutition.*

4. La théorie du mécanisme de la *rumination* comprend donc trois questions : la première, quels sont les estomacs où vont les aliments lors de leur *première déglutition ?* la seconde, quelles sont les parties qui déterminent leur *réjection ?* et la troisième, quels sont les estomacs où ils vont lors de leur *seconde déglutition ?* et, comme l'une et l'autre *déglutition* des aliments sont des phénomènes du même genre, tandis que leur *réjection* constitue un phénomène d'un genre tout différent, je traiterai du mécanisme des deux *déglutitions* à la suite l'une de l'autre, et je ne traiterai qu'après, et à part, du mécanisme de la *réjection.*

§ IV.

PREMIÈRE QUESTION.

Détermination des estomacs où vont les aliments, lors de la première déglutition, ou avant la rumination.

1. Je fis manger des herbes à un mouton (c'était de la luzerne fraîche), et je l'ouvris immédiatement après, c'est-à-dire avant la *rumination.*

Je trouvai la plus grande partie de ces herbes, très-reconnaissables à leurs feuilles presque tout entières, dans la *panse;* mais j'en trouvai aussi une partie notable, et qui n'était pas moins reconnaissable à ses feuilles également presque tout entières, dans le *bonnet.* Quant au *feuillet* et à la *caillette,* ni l'un ni l'autre n'en contenaient.

2. J'ai répété cette expérience un très-grand nombre de fois, avec des herbes de toute espèce, et le résultat a été constamment le même. Les herbes vont donc également (à la seule proportion près, beaucoup plus grande dans la *panse* que dans le *bonnet*) dans les deux premiers estomacs, lors de la *première déglutition;* et elles ne vont alors ni dans le *feuillet,* ni dans la *caillette.*

3. Il s'agissait de voir s'il en serait de toute autre espèce d'aliments, comme des herbes.

4. Je fis manger de l'avoine à un mouton, et je l'ouvris encore immédiatement après, c'est-à-dire toujours avant la *rumination.*

Je trouvai la plus grande partie des grains de cette avoine,

tout entiers, dans la *panse ;* mais j'en trouvai aussi une partie notable dans le *bonnet ;* et ils étaient tout entiers dans le *bonnet,* comme dans la *panse.* Du reste, ni le *feuillet* ni la *caillette* n'en contenaient un seul grain.

5. J'ai répété un très-grand nombre de fois cette expérience, et avec toute sorte de grains, de seigle, d'orge, de blé, d'avoine, etc. ; toujours le résultat a été le même. Les grains, comme les herbes, vont donc dans les deux premiers estomacs; et ils ne vont que dans les deux premiers estomacs, lors de la *première déglutition.*

6. L'espèce de l'aliment ne changeant rien à sa marche, il fallait voir si son volume n'y changerait rien aussi.

7. Je fis avaler de gros morceaux de carotte, longs à peu près d'un demi-pouce à un pouce, à trois moutons ; et, pour que l'animal ne les broyât pas avant de les avaler, je les lui portai jusque dans le pharynx, au moyen d'un tube de fer.

Sur l'un de ces moutons, je trouvai tous les morceaux de carotte dans la *panse ;* le *bonnet* n'en contenait point. Mais, sur les deux autres, je trouvai de ces morceaux de carotte dans le *bonnet* comme dans la *panse;* et, sur aucun d'eux, je n'en ai trouvé ni dans le *feuillet* ni dans la *caillette.*

8. Le volume plus ou moins grossier de l'aliment ne changeant rien encore à sa marche, non plus que son espèce, il ne restait plus qu'à voir ce que ferait l'état inverse de l'aliment, ou son volume plus ou moins diminué ou atténué.

9. Je fis réduire une certaine quantité de carottes en une bouillie fine, au moyen de la mastication. Je fis avaler ensuite de cette bouillie à deux moutons ; et je les ouvris immédiatement après.

Sur tous les deux, je trouvai la plus grande partie de cette bouillie, soit dans la *panse*, soit dans le *bonnet;* mais j'en trouvai aussi, chez tous les deux, une partie notable et dans le *feuillet* et dans la *caillette.*

10. Ainsi, 1° les aliments vont également, à la seule proportion près, beaucoup plus grande dans la *panse* que dans le *bonnet,* dans les deux premiers estomacs, lors de la *première déglutition;* 2° ils y vont également, quelle que soit leur espèce, quel que soit leur volume; et 3° ils ne vont jamais alors ni dans le *feuillet* ni dans la *caillette,* à moins qu'ils ne soient réduits en une bouillie fine, et, dans ce cas même, ils n'y vont, du moins immédiatement, qu'en partie.

§ V.

1. J'ajoute, comme une remarque générale et qui s'applique à toutes les expériences qui précèdent, que, dans toutes ces expériences, j'ai toujours trouvé, soit dans la *panse*, soit dans le *bonnet,* mêlés aux aliments que l'animal venait d'avaler, beaucoup d'autres aliments, plus ou moins secs et grossiers, ou atténués et fluides; et par conséquent d'une digestion, comme d'une déglutition, plus ou moins anciennes.

2. Il y a même une proportion inverse, assez constante, entre ces deux espèces d'aliments, dans la *panse* et dans le *bonnet,* c'est-à-dire que les aliments *secs et grossiers* sont, presque toujours, en plus grande quantité par rapport aux aliments *atténués et fluides,* dans la *panse,* et que ceux-ci sont presque toujours, au contraire, en plus grande quantité par rapport aux autres, dans le *bonnet.*

3. Je reviendrai plus tard sur ces deux faits; pour le moment, on voit que les aliments vont dans les deux premiers estomacs; et, sauf le cas particulier des aliments réduits en bouillie, dans les deux premiers estomacs seuls, lors de la *première déglutition.*

4. Je passe à la détermination des estomacs où ils vont, lors de la *seconde déglutition*, ou après la *rumination.*

§ VI.

SECONDE QUESTION.

Détermination des estomacs où vont les aliments, lors de la seconde déglutition, *ou après la* rumination.

1. Jusqu'ici le point de la difficulté était simple. Il ne s'agissait que de savoir quels sont les estomacs où va l'aliment au moment où il est *dégluti pour la première fois;* et comme, ainsi qu'on vient de le voir, il est à peine altéré, lors de cette *première déglutition,* rien n'était plus aisé que de le reconnaître, quel que fût l'estomac où on le trouvât, et par conséquent aussi rien n'était plus aisé que de déterminer quels sont les estomacs où il va.

2. Mais il n'en est pas, à beaucoup près, de même pour l'*aliment ruminé*, ou de la *seconde déglutition.* D'abord, cet aliment est plus ou moins ramolli, plus ou moins macéré par son séjour dans les deux premiers estomacs; il est ensuite plus ou moins divisé, plus ou moins broyé par la seconde mastication, etc.; et c'est pourtant cet aliment, ainsi altéré, qu'il s'agit de reconnaître, qu'il s'agit de déterminer dans tous les estomacs où il peut aller.

3. Or, il est évident qu'il ne peut y avoir que deux manières d'arriver à cette *reconnaissance,* ou *détermination :* ou il faut un caractère auquel on puisse reconnaître, avec certitude, l'*aliment ruminé,* quel que soit l'estomac où on le trouve ; ou, à défaut d'un pareil caractère, au moyen duquel on puisse le reconnaître *une fois qu'il est parvenu dans les estomacs,* il faut des expériences qui permettent de suivre cet aliment dans chaque estomac, et de le suivre, dans chacun de ces estomacs, *au moment où il y arrive.*

4. Jusqu'ici tous les auteurs sont partis de la supposition que l'*aliment ruminé* porte avec lui un caractère qui le distingue de toute autre espèce d'aliment; et dès lors les expériences les plus simples et les plus superficielles leur ont paru suffisantes pour déterminer quels sont les estomacs où il va.

Aussi, toutes leurs expériences sont-elles du même genre. Ils se sont tous bornés à faire manger des herbes, du foin, etc., à des animaux ; à ouvrir ensuite ces animaux, tantôt avant, tantôt après la *rumination;* et à juger, par l'apparence *ruminée* ou *non ruminée* des aliments trouvés dans chaque estomac, du rôle particulier de cet estomac dans la *rumination.*

5. Toute la certitude de leurs résultats porte donc sur l'apparence, *ruminée* ou *non ruminée,* de l'aliment, c'est-à-dire sur la distinction de l'aliment *ruminé* d'avec l'aliment *non ruminé,* et suppose par conséquent la certitude même de cette distinction. Or, si l'on examine quel est le caractère sur lequel les auteurs fondent cette distinction, on voit qu'ils appellent *aliment non ruminé* tout aliment *grossier* ou d'un

certain volume, et *aliment ruminé* tout aliment *réduit à un certain état d'atténuation ou de division ;* et cette nomenclature, fondée sur un caractère aussi vague, une fois admise, rien n'est plus aisé que d'expliquer la plupart de leurs divergences.

Ainsi, et pour m'en tenir encore aux deux premiers estomacs, on vient de voir que la *panse* et le *bonnet* contiennent presque toujours, mêlés à des aliments *secs* et *grossiers,* des aliments plus ou moins *atténués* et *fluides*, et l'on verra, plus tard, que dans quelques cas, et selon le régime de l'animal, ils peuvent ne contenir que des aliments de l'une ou l'autre de ces deux espèces, ou *secs* et *grossiers*, ou *atténués* et *fluides ;* et l'on conçoit que, selon le cas particulier observé par chaque auteur, et leur nomenclature une fois donnée, chacun a pu en tirer une conclusion opposée à la conclusion des autres.

Par exemple, la *panse* contient souvent, outre les aliments *secs* et *grossiers*, des aliments réduits à un certain état de *débris* ou de *division ;* Haller, qui aura plus particulièrement remarqué ces débris, en conclut que les *aliments ruminés* reviennent dans la *panse :* le *bonnet* ne contient quelquefois que des aliments *grossiers ;* Daubenton et Camper, qui auront rencontré ces cas, en concluent que le *bonnet* ne contient que des *aliments non ruminés :* il ne contient quelquefois que des aliments *fluides* et *atténués ;* Chabert et Toggia, qui auront rencontré ces cas, en concluent qu'il ne contient que des *aliments ruminés*, etc.

6. Il faut considérer d'abord que la seule *division* ou *atténuation* de l'aliment ne prouve pas toujours sa *rumination*,

parce qu'il est d'autres forces (1) qui, indépendamment de la *rumination* proprement dite, l'*atténuent* et le *divisent;* par conséquent de cela seul que l'aliment, trouvé dans tel ou tel estomac, est plus ou moins *divisé* ou *atténué*, on ne peut pas toujours conclure qu'il est *ruminé;* et par conséquent aussi, des expériences qui, de quelque façon qu'on les combine, ne peuvent jamais apprendre autre chose que ce seul fait, savoir, qu'après la mort de l'animal, on a trouvé, ou non, dans tel ou tel estomac, des aliments plus ou moins *divisés* ou *atténués*, ne sauraient conduire à la détermination précise de la marche que suit l'*aliment ruminé*, ou de la *seconde déglutition*.

7. Mais, pour la marche même de l'*aliment non ruminé*, ou de la *première déglutition*, on a vu que cet aliment va dans les deux premiers estomacs : mais va-t-il *immédiatement* dans ces deux estomacs? ou bien, comme Daubenton

(1) Par exemple, la *force contractile* de la *panse*, qui, comme on le verra plus loin, est surtout marquée dans les points où règnent ses *replis* musculeux internes. Des grains d'avoine, directement introduits dans la *panse*, au moyen des *anus artificiels*, dont il va être question, d'abord s'y *gonflent* et s'y *ramollissent* au point que leur pulpe intérieure devient fluide comme du lait; puis ils s'y *dépouillent de leurs enveloppes*; et enfin ces enveloppes elles-mêmes s'y *réduisent peu à peu en fragments ou débris; réduction* ou *division* qui a lieu sans le concours de la *rumination* (ou, plus exactement, de la *seconde mastication* qui suit la *rumination* proprement dite, ou le retour des aliments à la bouche); car, dans toutes les expériences où j'ai voulu juger de la *force contractile* de la *panse*, j'ai toujours commencé par lier l'œsophage, pour que l'animal ne *ruminât* plus. Mais je reviendrai ailleurs sur ces expériences.

et Camper le supposent, ne va-t-il dans le *bonnet* qu'après avoir passé par la *panse?*

8. C'est là une difficulté qui en paraît à peine une; et cependant il est aisé de voir, pour peu qu'on y réfléchisse, que des expériences du genre de celles dont il s'agit, quelque multipliées qu'on les suppose, ne sauraient résoudre cette difficulté.

Dans toutes ces expériences, en effet, ce n'est pas pendant que la *déglutition* s'opère, mais seulement un certain temps après qu'elle est opérée, après par conséquent que le passage de l'aliment d'un estomac dans l'autre a pu s'opérer aussi; après même que d'autres phénomènes ont pu succéder à ces deux-là; après la mort de l'animal enfin, qu'il est permis à l'expérimentateur de pénétrer jusqu'aux estomacs, siége où se sont passés tous ces phénomènes.

9. Ainsi donc, et soit pour les aliments de la *première déglutition*, soit surtout pour les aliments de la *seconde déglutition*, on voit qu'il s'agissait bien moins de répéter et de multiplier sans fin, à l'exemple de tant d'auteurs, de pareilles expériences, que d'avoir recours à une nouvelle manière d'expérimenter.

10. Or, on sait que les animaux, et l'homme lui-même, peuvent survivre plus ou moins long-temps à ces ouvertures artificielles, soit de l'estomac, soit des intestins, qu'on nomme *anus contre nature;* et l'on conçoit que de pareilles ouvertures, pratiquées successivement à chacun des quatre estomacs des *animaux ruminants*, en me permettant de pénétrer dans l'intérieur de chacun de ces estomacs, et toutes les fois que

je le voudrais, et à chaque moment où il le faudrait, pouvaient m'offrir enfin un moyen de détermination et d'expérimentation aussi directes que décisives.

11. J'établis donc successivement de ces *anus contre nature* à chacun des quatre estomacs de différents moutons; et voici les résultats que j'ai obtenus de cette nouvelle manière d'observer et de procéder.

§ VII.

1. Je commençai par établir un large *anus artificiel* à la *panse* d'un mouton; c'est-à-dire qu'après avoir pratiqué une large ouverture aux parois de cet estomac, j'attirai les bords de cette ouverture en dehors, et les maintins fixés, par quelques points de suture, aux parois mêmes de l'abdomen.

Il est presque superflu d'indiquer ici l'utilité de toutes ces précautions, soit pour prévenir l'épanchement, ou le passage dans l'abdomen, des matières contenues dans la *panse*, soit pour ne mettre en contact avec l'air extérieur que la surface muqueuse de cet estomac (1), soit enfin pour permettre à l'expérimentateur de pénétrer dans cet estomac plus facilement et plus sûrement.

Cet *anus artificiel* ainsi établi, j'attendis que l'animal se mît à manger: celui-ci mangea le jour même de l'opération; d'autres ne mangent que deux ou trois jours après; car tous

(1) Laquelle étant une continuation de la *peau*, et de la même nature qu'elle, c'est-à-dire de la même nature que la surface habituellement exposée à l'air, supporte beaucoup plus aisément, à cause de cette analogie de nature même, le contact de l'air qu'aucun des autres tissus de l'économie

n'en sont pas également affectés d'abord, quoique plus tard, et les premiers effets de l'opération passés, les effets généraux des *anus contre nature* soient, pour tous, à peu près les mêmes. Ainsi, presque tous ces animaux, une fois l'*anus artificiel* établi, et quel que soit l'estomac (1) où on l'ait établi, mangent plus souvent que dans leur état naturel, parce qu'ils perdent, par l'ouverture de leur estomac, une partie des aliments qu'ils mangent ; ils boivent aussi beaucoup plus, et par la même cause, parce qu'une partie de leur boisson se perd par l'ouverture de leur estomac ; mais ils *ruminent* moins souvent, et ils maigrissent beaucoup, bien qu'ils ne survivent pas moins, dans cet état, jusqu'à plusieurs semaines, et même plus d'un mois.

Quoi qu'il en soit de tous ces détails, le mouton à *anus artificiel* à la *panse* s'étant mis à manger, je vis, au bout de quelques instants, une partie des aliments qu'il mangeait sortir par l'ouverture de cet estomac, à mesure qu'il les mangeait ou les avalait.

De plus, si j'introduisais mon doigt dans la *panse*, par l'ouverture artificielle, je sentais, en le dirigeant vers l'œsophage, les aliments arriver dans la *panse*, au moment même où ils y étaient conduits par l'œsophage.

2. Les aliments passent donc immédiatement dans la *panse*, lors de la *première déglutition*. Passent-ils immédiatement de même dans le *bonnet*?

3. J'établis un *anus artificiel* au *bonnet* d'un second mouton.

Après quoi, l'animal s'étant mis à manger, je vis encore une partie des aliments qu'il mangeait, sortir par l'ouverture

(1) Sauf pourtant la *caillette*, comme on le verra plus loin.

du *bonnet*, à mesure qu'il les mangeait; et, de plus, mon doigt, introduit dans le *bonnet* par son ouverture artificielle, les y sentait arriver de même au moment où l'œsophage les y portait.

4. Les aliments passent donc immédiatement dans le *bonnet*, comme dans la *panse*, lors de la *première déglutition*.

5. J'établis, sur un troisième mouton, un double *anus artificiel*, l'un à la *panse*, l'autre au *bonnet;* et, non-seulement mon doigt, alternativement introduit dans la *panse* ou dans le *bonnet*, y sentait alternativement arriver les aliments que l'animal mangeait, et à mesure qu'il les mangeait, comme dans les deux expériences précédentes; mais, de plus, sans que l'animal mangeât, sans qu'il *ruminât*, je le voyais souvent contracter légèrement son abdomen, et alors, si j'introduisais mon doigt dans la *panse*, je la sentais qui se contractait aussi; et, dans ce moment même, si, laissant la *panse*, j'introduisais mon doigt dans le *bonnet*, j'y sentais arriver des aliments qui lui venaient de la *panse*.

On sait que la *panse* est à gauche de l'animal, et le *bonnet* à droite (1). Or, si j'introduisais directement, par l'ouverture artificielle, une substance donnée dans la *panse*, je voyais, au bout d'un certain temps, cette substance, plus ou

---

(1) On sait, de plus, et l'on verra d'ailleurs plus loin, que la *panse* est comme partagée en plusieurs *poches*. Or, si l'on met la substance dont on suit la marche dans la *poche* la plus reculée, par exemple, c'est-à-dire dans celle qui est la plus éloignée du *bonnet*, on voit cette substance passer successivement de cette *poche* dans les autres, en avançant toujours vers le bonnet, et passer enfin de la *panse* dans le *bonnet*.

moins altérée, sortir par l'ouverture du *bonnet*, ou par le côté droit de l'animal.

6. Ainsi donc, non-seulement les aliments vont immédiatement dans les deux premiers estomacs, lors de la *première déglutition*, mais encore ces aliments peuvent passer de l'un de ces estomacs dans l'autre directement, ou sans le concours ni de l'une ni de l'autre *déglutition*.

7. J'ai successivement introduit diverses substances, soit dans la *panse*, soit dans le *bonnet*, pour étudier le genre d'action que chacun de ces estomacs peut exercer sur chacune de ces substances; et j'indiquerai ailleurs les résultats que m'ont donnés ces expériences (1). Ce dont il s'agit maintenant, c'est de savoir où vont les *aliments ruminés* ou de la *seconde déglutition*.

8. J'ai déja dit que les animaux *à anus artificiels rumi-*

---

(1) J'ai quelquefois introduit directement, au moyen des *anus artificiels*, soit dans la *panse*, soit dans le *bonnet*, mais surtout dans la *panse*, au lieu de simples *substances mortes*, des *animaux vivants*, par exemple, des *grenouilles*, de petits *lézards gris*, des *escargots*, des *vers de terre*, etc. Tous ces animaux sont morts promptement, et leurs tissus ont bientôt été altérés par la *force digestive* de ces estomacs. J'avais déja fait autrefois de pareilles expériences sur des *lapins*, et avec le même résultat. Des *grenouilles*, des *lézards gris*, etc., introduits, soit directement, soit par l'œsophage, dans l'estomac de ces *lapins*, y étaient morts promptement, et leurs tissus avaient été bientôt altérés. Ces expériences suffiront sans doute pour détruire le préjugé vulgaire qui suppose que certains animaux, *lézards*, *serpents*, etc., introduits dans l'estomac de l'homme, peuvent y survivre plus ou moins long-temps, et y devenir la cause de plusieurs maux.

nent moins souvent que dans leur état naturel; mais enfin ils *ruminent*, et souvent même plusieurs fois par jour.

Ayant donc introduit mon doigt, à diverses reprises, soit dans la *panse*, soit dans le *bonnet* de pareils animaux, au moment où ils *ruminaient*, voici ce que j'ai observé.

9. D'abord, si j'introduisais mon doigt dans la *panse*, j'y sentais arriver encore, mais seulement par moments ou par intervalles, une partie de l'*aliment ruminé*, au moment où il était dégluti; et il en était de même quant au *bonnet;* mais, de plus, en écartant les bords de l'ouverture de celui-ci, je voyais une partie de l'*aliment ruminé* suivre le demi-canal de l'œsophage, et passer immédiatement ainsi jusque dans le *feuillet* (1).

10. Une partie de l'*aliment ruminé* revient donc dans les deux premiers estomacs; quant à l'autre partie, elle passe immédiatement par le demi-canal de l'œsophage dans le *feuillet*.

§ VIII.

1. Il ne me reste plus qu'à dire un mot des boissons, ou des aliments liquides.

2. On a reconnu, de bonne heure, qu'elles passent immédiatement jusque dans la *caillette;* mais y passent-elles en totalité, comme la plupart des auteurs le pensent, ou bien n'y en passe-t-il qu'une partie, et l'autre partie s'arrête-t-elle dans la *panse*, comme le dit Camper? C'était encore aux *anus artificiels* à résoudre cette difficulté.

---

(1) Et du feuillet enfin dans *la caillette*, jusqu'où un autre *anus* établi permet de le suivre.

3. J'ai déja dit que les animaux à *anus artificiels* boivent beaucoup plus souvent que dans leur état naturel. Or, quand un pareil animal se met à boire, si l'*anus* qu'il porte est à la *panse*, on voit, presque aussitôt, sortir une grande quantité d'eau par la *panse;* si l'*anus* est au *bonnet*, l'eau s'échappe de même par le *bonnet;* et elle s'échappe encore de même par la *caillette*, et toujours presque aussitôt dans l'un de ces cas que dans l'autre, si l'animal porte un *anus* à la *caillette*.

4. Les boissons passent donc en partie dans les deux premiers estomacs, et en partie dans les deux derniers; et elles passent immédiatement dans les uns comme dans les autres.

§ IX.

1. En rapprochant tout ce qui précède, on voit, d'une part, 1° que les aliments *grossiers*, ou d'un *certain volume*, ne vont jamais que dans les deux premiers estomacs; et 2° que les aliments *atténués* ou *fluides* passent seuls dans les deux derniers; et l'explication de ces deux faits est facile. C'est que les deux derniers estomacs ne communiquent avec les premiers que par l'ouverture du *feuillet*, ouverture naturellement étroite, comme tous les auteurs l'ont remarqué déja; et qui, de plus, ainsi que je l'ai constaté sur plusieurs animaux vivants, est susceptible de se contracter, de se resserrer, et de s'opposer complètement par là au passage de tout aliment *grossier*, ou d'un *certain volume*.

2. On voit, d'autre part, 1° que les aliments *grossiers* tombent toujours *directement* dans les deux premiers estomacs; et 2° que les aliments *atténués* ou *fluides* peuvent seuls pas-

ser *immédiatement*, du moins en partie, dans les deux derniers; et l'explication de ces deux faits n'est pas moins évidente encore.

3. En effet, si, après avoir ouvert la *panse* et le *bonnet*, sur un mouton vivant, on fait avaler à ce mouton divers aliments, on voit, dans le cas où l'*aliment dégluti* est *grossier* ou d'un *certain volume*, cet aliment tomber, tantôt dans la *panse*, et tantôt dans le *bonnet;* et dans le cas, au contraire, où l'*aliment dégluti* est *fluide* ou *atténué*, on le voit passer immédiatement, du moins en partie, jusque dans le *feuillet*, et, par le *feuillet*, dans la *caillette*, où une ouverture pratiquée permet aisément de le suivre encore; et si l'on examine ce qui se passe dans l'œsophage, à chacune de ces *déglutitions*, on voit cet œsophage dilaté par l'aliment, s'ouvrir toutes les fois que l'aliment est *grossier*, et alors cet aliment, conduit par l'œsophage même, tomber directement dans la *panse*, ou dans le *bonnet;* et, au contraire, si l'*aliment dégluti* est *atténué* ou *fluide*, on voit l'œsophage rester fermé, et alors l'aliment prendre la seule voie qui lui reste ouverte, ou celle du demi-canal (1), et ce demi-canal le conduire dans le *feuillet*, et, par le *feuillet*, dans la *caillette;* et cet état d'*ouverture* ou de *non-ouverture* de l'œsophage est si bien la cause qui fait que les aliments *atténués* ou *fluides* prennent la voie du demi-canal, que toutes les fois que ces aliments se trouvent, ou trop accumulés, ou

(1) Ou, plus exactement encore, celle du sillon ou de la rigole par laquelle le demi-canal se prolonge dans l'œsophage, laquelle rigole forme, en ce coin de l'œsophage, un conduit toujours ouvert, bien que le reste de l'œsophage soit affaissé et fermé.

déglutis trop rapidement, ou mêlés d'une bulle d'air, l'œsophage, dilaté par eux, s'ouvre; et alors on les voit tomber dans les deux premiers estomacs, de la même manière, et par la même cause que les aliments *grossiers*, c'est-à-dire parce que l'œsophage les y conduit.

4. Il y a donc deux voies distinctes de *déglutition*, celle de l'œsophage, et celle du demi-canal; et les aliments prennent l'une ou l'autre de ces deux voies, selon qu'ils sont, ou *grossiers* et d'un *certain volume*, ou *atténués* et *fluides*; et, dans le premier cas, ils passent dans les deux premiers estomacs, parce qu'ils sont conduits par l'œsophage, lequel se rend dans ces deux estomacs; et, dans le second cas, ils passent dans les deux derniers, parce qu'ils sont conduits par le demi-canal, lequel se rend dans ces deux derniers estomacs, comme l'œsophage dans les deux premiers.

5. L'état d'*ouverture* ou de *non-ouverture* de l'œsophage décide donc du passage de l'aliment dans tel ou tel estomac; et c'est l'aliment lui-même qui décide de cet état, selon qu'il est assez volumineux, ou non, pour dilater, ou non, l'œsophage; car, dans le premier cas, dilatant l'œsophage naturellement affaissé, il est conduit par cet œsophage même; tandis que, dans le second cas, laissant l'œsophage affaissé, il n'a d'autre voie que celle du sillon, ou de la rigole, toujours ouverte, par laquelle le demi-canal se continue dans l'œsophage.

Il ne reste plus qu'à déterminer le mécanisme selon lequel s'opère la *réjection* des aliments. Cette détermination fera le sujet d'un second Mémoire.

MÉMOIRE D'ANALYSE

SUR

LE MOUVEMENT DE LA CHALEUR DANS LES FLUIDES.

PAR M. FOURIER.

Lu à l'Académie royale des Sciences, le 4 septembre 1820.

ON est parvenu à exprimer par des équations générales à différences partielles les conditions du mouvement des fluides. Cette découverte, qui est un des plus beaux résultats de la géométrie moderne, est due à d'Alembert et à Euler. Le premier a publié ses recherches dans l'ouvrage qui a pour titre : *Essai sur la résistance des fluides*. Euler a traité ce même sujet dans les Mémoires de l'Académie de Berlin, année 1755. Il y donne ces équations sous une forme simple et distincte qui embrasse tous les cas possibles, et il les démontre avec cette clarté admirable qui est le caractère principal de tous ses écrits.

Les équations générales qui se rapportent au mouvement des liquides sont au nombre de quatre : trois d'entre elles expriment l'action des forces accélératrices ; la quatrième est donnée par la condition de la continuité.

Pour connaître le mouvement du liquide, il faut pouvoir

déterminer à chaque instant la vitesse actuelle d'une molécule quelconque, la direction de son mouvement, et la pression qui s'exerce en ce point de la masse fluide. Ainsi l'on regarde, dans cette analyse, comme grandeurs inconnues, trois quantités qui mesurent les vitesses partielles d'une même molécule dans le sens des trois coordonnées orthogonales, et une quatrième quantité qui mesure la pression. Ces quatre inconnues, et le temps écoulé, sont les seuls éléments du calcul. Dans les fluides élastiques, tels que l'air, la densité est variable, et elle a avec la pression un rapport très-simple que des expériences réitérées ont démontré. Il y a donc toujours un nombre d'équations précisément égal à celui des quantités inconnues. Les conditions physiques de la question se trouvent ainsi déposées dans le calcul et rigoureusement exprimées, ce qui était l'objet spécial de cette recherche.

Après cet exposé nous remarquerons que la température variable des molécules fluides est aussi une cause dynamique, que l'on ne doit point omettre d'introduire dans le calcul. Elle influe toujours sur le mouvement dans les substances aériformes, car il ne peut y avoir de changement de densité ou de pression sans qu'il n'en résulte des changements de température; et cette même cause concourt aussi à déterminer les mouvements des liquides, toutes les fois que la distribution de la chaleur n'est pas uniforme. Nous retrouvons cette action de la chaleur dans les grands phénomènes de la nature. Les mouvements généraux et périodiques des diverses parties de l'atmosphère, et les courants principaux de l'Océan, sont occasionés par l'inégale distribution de la chaleur solaire, dont l'effet se combine avec ceux de la gra-

vité et de la force centrifuge. Ces considérations, et plusieurs autres du même genre, m'ont porté à rechercher avec beaucoup de soin l'expression analytique des mouvements de la chaleur dans l'intérieur des masses fluides. Il est évident de soi-même que la température de chaque molécule fluide est un élément variable qui modifie tous les mouvements intérieurs ; mais il ne suffit point d'introduire dans le calcul de ces mouvements une quantité qui désigne la température; il faut ajouter une équation spéciale qui se rapporte aux variations de la chaleur, en exprimant la distribution instantanée. L'objet précis de notre Mémoire est de découvrir cette nouvelle équation, afin de la joindre à celles qui représentent l'effet des forces accélératrices, et de compléter ainsi l'expression analytique des mouvements des fluides.

Nous avons considéré principalement les fluides qui ont été appelés incompressibles. Les mêmes principes s'appliquent aux fluides aériformes, quoique la forme des équations soit différente; mais nous pensons en ce qui concerne cette dernière espèce de corps que, pour achever entièrement la recherche des équations générales, il faudrait se fonder sur une série d'observations que nous ne possédons point encore.

A la suite des quatre premières équations hydrodynamiques qui sont connues et démontrées depuis long-temps, j'ai écrit celle qui exprime les variations de la température. Les géomètres jugeront de ce nouveau résultat.

α, β, γ désignent les trois vitesses orthogonales d'une molécule dont les coordonnées sont x, y, z; ε est la densité variable de cette molécule; θ est la température; t le temps écoulé.

Cette cinquième équation se forme, comme on peut le voir, d'une première partie qui exprime la distribution de la chaleur dans les masses solides : elle coïncide en cette partie avec l'équation générale que j'ai donnée dans mes premiers Mémoires en 1807, et elle contient de plus les termes qui dépendent du déplacement des molécules.

Dans la première partie de notre démonstration, nous avons rappelé celle des équations qui expriment le mouvement de la chaleur dans l'intérieur des solides et à leur surface. Si l'on examine ces questions avec toute l'attention qu'elles exigent on reconnaîtra, comme nous l'avons dit plusieurs fois, que les principes mathématiques de la théorie de la chaleur ne sont ni moins clairs ni moins rigoureusement démontrés que ceux des théories dynamiques; qu'ils sont féconds en applications utiles, et que les résultats sont exactement conformes à ceux des expériences; enfin que ces principes sont indépendants de toute hypothèse physique sur la nature de la chaleur.

C'est dans les écrits de Newton que l'on trouve les premières vues sur la théorie mathématique de la chaleur. Ensuite l'Académie des sciences de Paris n'a cessé de diriger sur cet objet l'attention des géomètres. Amontons avait fait la première expérience propre à éclairer la question de la propagation de la chaleur. Cette question fut proposée comme sujet d'un prix pour l'année 1788. La collection de nos Mémoires contient, outre la pièce couronnée, dont l'auteur est Euler, deux autres pièces qui furent approuvées et publiées, *comme remplies de vues et de faits très-bien exposés :* ce sont les termes du rapport. L'une est de M^me^ Émilie du Châtelet, l'autre de Voltaire. Je ne citerai point ici les

recherches ultérieures qui ont été faites sur le même sujet : j'ai voulu seulement rappeler que cette branche de la physique mathématique a toujours été spécialement cultivée en France, et qu'elle doit à cette académie ses progrès les plus remarquables.

Il me reste à donner une idée générale du principe que j'ai suivi pour former l'équation du mouvement de la chaleur dans les fluides.

Si l'on suppose qu'un liquide pesant est contenu dans un vase où la masse est actuellement en équilibre, et si l'on conçoit que les molécules viennent tout à coup à recevoir des températures inégales, l'équilibre cessera de subsister. Il s'établira dans toutes les parties du liquide des mouvements infiniment variés, et les conditions de ces mouvements ont des rapports nécessaires avec la distribution de la chaleur initiale. Si, indépendamment de l'inégalité des températures qui suffirait pour occasioner ces déplacements, on suppose que la masse fluide est soumise à des impulsions extérieures qui ne se font point équilibre, les mouvements des molécules seront encore plus composés. Ils mêleront de plus en plus les différentes parties de la masse, et concourront ainsi à faire varier les températures; en sorte qu'il y a une influence réciproque des effets dynamiques proprement dits, et de ceux qui dépendent de la distribution de la chaleur.

Il paraît d'abord singulièrement difficile d'assujettir à un calcul exact toutes ces variations de température, et de les comprendre dans une équation générale. Mais un examen très-attentif de cette question montre qu'elle peut être complètement résolue.

Pour parvenir à cette solution il faut concevoir dans l'in-

térieur de la masse un espace déterminé, par exemple le volume d'un prisme rectangulaire compris entre six plans dont la position est donnée. On examine tous les changements successifs que subit la quantité de chaleur contenue dans l'espace prismatique. Cette quantité varie à chaque instant, et par deux causes très-distinctes. L'une est la propriété que les molécules du fluide ont de communiquer leur chaleur aux molécules assez voisines, lorsque les températures sont inégales. En vertu de cette propriété, dont les liquides ne sont point dépourvus, comme on l'a quelquefois supposé, la chaleur tend à se distribuer d'une manière plus égale, et se dispose insensiblement à l'état d'équilibre : elle pénètre donc à travers les surfaces rectangulaires qui terminent le prisme, et l'effet instantané de cette propriété de la chaleur est celui qui aurait lieu si la masse était solide.

A cette première cause, commune à toute espèce de matière, il s'en joint une autre qui est propre aux fluides. Les molécules elles-mêmes se déplacent, et elles apportent dans cet espace prismatique la chaleur qu'elles contiennent; ou, en sortant de ce même espace, elles emportent cette chaleur qui leur est propre.

La question se réduit donc à faire séparément le calcul de la chaleur acquise par l'espace prismatique en vertu de la communication, et de la chaleur acquise par cet espace en vertu des mouvements des molécules. Nous connaissons l'expression analytique de la chaleur communiquée, et ce premier point de la question est pleinement éclairci. Il reste donc à tenir compte de la quantité de chaleur transportée: elle ne dépend que des vitesses des molécules, et des directions qu'elles suivent dans leurs mouvements.

On calcule donc premièrement combien il entre de chaleur par l'une des faces du prisme, soit par voie de communication, soit à raison de l'écoulement du fluide; secondement, combien il sort de chaleur par la face opposée, à raison de l'une et de l'autre cause. Appliquant ce calcul à chacun des rectangles qui terminent le prisme, on connaît combien il acquiert de chaleur pendant un temps donné; et si l'on distribue cette chaleur acquise entre toutes les molécules, on connaît l'augmentation moyenne de la température pendant ce même temps. En rapportant les expressions précédentes à la durée d'un instant, et à un prisme infinitésimal, on forme l'équation dont nous avons parlé. Elle est à différences partielles, comme celles du mouvement des fluides. Par là on introduit dans l'analyse de ces mouvements une nouvelle variable, la température, et une nouvelle équation qui sert à la déterminer.

Équations générales du mouvement et de la température des fluides incompressibles.

x, y, z coordonnées d'un point de l'espace occupé par une molécule;

t.. temps écoulé.

α.... β.... γ.... } vitesse partielle de la molécule pour augmenter la coordonnée $\left\{ \begin{matrix} x \\ y \\ z \end{matrix} \right.$

p.... pression qui s'exerce contre la molécule.

ε.... densité variable de la molécule.

θ.... température variable de cette molécule.

Les coefficients $\begin{cases} K \\ C \text{ mesurent} \\ h \end{cases}$ $\begin{cases} \text{la conducibilité propre de la masse.} \\ \text{la chaleur spécifique.} \\ \text{la dilatabilité.} \end{cases}$

$\alpha, \beta, \gamma, p, \varepsilon, \theta$ sont des fonctions de x, y, z, t.

$$\frac{1}{\varepsilon}\frac{dp}{dx} + \frac{d\alpha}{dt} + \alpha\frac{d\alpha}{dx} + 6\frac{d\alpha}{dy} + \gamma\frac{d\alpha}{dz} - X = 0$$

$$\frac{1}{\varepsilon}\frac{dp}{dy} + \frac{d6}{dt} + \alpha\frac{d6}{dx} + 6\frac{d6}{dy} + \gamma\frac{d6}{dz} - Y = 0$$

$$\frac{1}{\varepsilon}\frac{dp}{dz} + \frac{d\gamma}{dt} + \alpha\frac{d\gamma}{dx} + 6\frac{d\gamma}{dy} + \gamma\frac{d\gamma}{dz} - Z = 0$$

$$\frac{d\varepsilon}{dt} + \frac{d}{dx}(\alpha\varepsilon) + \frac{d}{dy}(6\varepsilon) + \frac{d}{dz}(\gamma\varepsilon) = 0. \qquad \varepsilon = e(1 + h\theta)$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{K}{C}\left(\frac{d^2\theta}{dx^2} + \frac{d^2\theta}{dy^2} + \frac{d^2\theta}{dz^2}\right) - \left[\frac{d}{dx}(\alpha\theta) + \frac{d}{dy}(6\theta) + \frac{d}{dz}(\gamma\theta)\right].$$

On désigne par X, Y, Z les trois résultantes orthogonales des forces qui agissent sur une molécule quelconque, dont les coordonnées sont x, y, z; e est la densité qui répond à la température zéro, assez éloignée du changement d'état.

Les quatre premières équations sont connues et démontrées depuis long-temps.

La cinquième exprime le mouvement de la chaleur dans les fluides incompressibles.

Paris, 1^er^ *septembre* 1820.

Signé J^a^ FOURIER.

EXTRAIT

DES NOTES MANUSCRITES CONSERVÉES PAR L'AUTEUR.

On se propose d'étendre la recherche des lois du mouvement de la chaleur à une question qui paraît d'abord très-composée, savoir celle de la distribution de la chaleur dans les fluides. Nous ne considérerons ici que les fluides qui ont été désignés sous le nom d'incompressibles. On concevra donc une masse liquide dont toutes les molécules, inégalement échauffées, sont soumises à l'action de forces accélératrices, et dans laquelle la situation et la température de chaque molécule varient à chaque instant. Il s'agit de déterminer toutes les quantités qui font connaître la vitesse actuelle des molécules, la direction de leur mouvement, et leur température.

Nous désignons par α la vitesse avec laquelle une molécule dont les coordonnées sont x, y, z, s'avance parallèlement à l'axe des x. ϵ est la vitesse de la même molécule dans le sens suivant lequel les ordonnées y augmentent; et γ est la vitesse parallèle à l'axe des z. Il s'agit de déterminer α, ϵ, γ en fonction des coordonnées x, y, z et du temps écoulé t. Nous désignons par θ la température que cette même molécule a acquise à la fin du temps t. Il est évident que si les trois vitesses orthogonales α, ϵ, γ, et la température θ, étaient ainsi exprimées en fonction des coordonnées x, y, z et du temps t, il ne resterait plus rien d'inconnu

dans l'état variable de la masse fluide, en sorte que l'on pourrait déterminer cet état pour chaque instant. p est la pression qui s'exerce à la fin du temps t sur la molécule fluide dont x, y, z sont les coordonnées. ε est la densité actuelle de cette molécule. Cela posé, nous admettons comme démontrées les quatre équations suivantes :

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{1}{\varepsilon}\frac{dp}{dx}+\frac{d\alpha}{dt}+\alpha\frac{d\alpha}{dx}+6\frac{d\alpha}{dy}+\gamma\frac{d\alpha}{dz}-\mathrm{X}=0,\\
&\frac{1}{\varepsilon}\frac{dp}{dy}+\frac{d6}{dt}+\alpha\frac{d6}{dx}+6\frac{d6}{dy}+\gamma\frac{d6}{dz}-\mathrm{Y}=0,\\
&\frac{1}{\varepsilon}\frac{dp}{dz}+\frac{d\gamma}{dt}+\alpha\frac{d\gamma}{dx}+6\frac{d\gamma}{dy}+\gamma\frac{d\gamma}{dz}-\mathrm{Z}=0,
\end{aligned}\right\}\quad(1)$$

$$\frac{d\varepsilon}{dt}+\frac{d.\varepsilon\alpha}{dx}+\frac{d.\varepsilon 6}{dy}+\frac{d.\varepsilon\gamma}{dz}=0.\qquad(2)$$

Le terme X exprime en fonction de x, y, z et t la résultante des forces accélératrices qui agissent parallèlement à l'axe des x sur la molécule dont x, y, z sont les coordonnées. Y est la résultante de ces forces parallèle à l'axe des y, et Z est leur résultante agissant dans le sens de l'axe des z. Ces forces tendent respectivement à augmenter les coordonnées x, y, z.

Il serait inutile de rappeler les démonstrations si connues de ces équations. Nous supposons que l'on se représente les éléments de cette question, tels qu'ils sont exposés dans les ouvrages d'Euler (Mémoires de l'Académie de Berlin, pour l'année 1755).

Concevons maintenant que, par un point m de la masse fluide, on trace un plan perpendiculaire à l'axe des z, et cherchons quelle quantité de chaleur passe, pendant un in-

stant dt, de la partie de l'espace qui est au-dessous de ce plan dans la partie de l'espace qui lui est supérieure. Soit ω l'aire infiniment petite d'un disque dont le centre est en m, et qui est perpendiculaire à l'axe des z. Si toutes les molécules étaient immobiles, et que les changements de température dussent résulter seulement de la communication de la chaleur, qui tend toujours à se distribuer uniformément, il a été démontré (*) que la quantité de chaleur, qui s'élèverait au-dessus du plan à travers le disque ω pendant le temps infiniment petit dt, aurait pour expression $-K\frac{d\theta}{dz}\omega\,dt$. C'est la mesure exacte de la chaleur communiquée, qui, abandonnant certaines molécules, passe dans celles qui leur sont contiguës. Le coefficient K est celui que nous avons défini. Il se rapporte à la substance liquide elle-même, et exprime la facilité avec laquelle la chaleur s'y propage comme dans un milieu solide.

Indépendamment de cette chaleur qui passe d'une molécule à une autre, il faut considérer celle qui est transportée par les molécules elles-mêmes à travers le disque ω. Nous avons désigné par C la quantité de chaleur qui, étant ajoutée à l'unité de volume du liquide, porterait la masse occupant ce volume de la température o à la température 1 de l'ébullition de l'eau. D'après cela, si pendant l'instant dt il s'écoulait à travers le disque ω, de bas en haut, une masse liquide d'un volume μ et d'une température exprimée par θ, cette masse apporterait dans l'espace supérieur au plan une quantité de chaleur égale à $C.\mu\theta$. On regarde ici comme

(*) Théorie analytique de la chaleur, chapitre Ier, art. 98.

une constante la quantité de chaleur que la masse contient lorsqu'elle est à la température zéro de la glace fondante, et l'on ne calcule que les différences, ou positives, ou négatives, qui sont ajoutées à cette constante commune, ou qui en sont retranchées. Or le prisme fluide qui traverse le disque pendant l'instant dt a pour base l'aire ω, et cette section ω, qui au commencement de l'instant dt coïncidait avec le disque, s'en est éloignée pendant la durée de cet instant, en sorte qu'à la fin de cette durée sa distance au disque, mesurée perpendiculairement au plan de ce disque, est γdt. La quantité de chaleur transportée par l'effet de ce mouvement au-dessus du plan est donc $\mathrm{C}.\omega\gamma dt.\theta$.

Elle s'ajoute à la chaleur qui s'est communiquée dans le même temps en passant d'une molécule à une autre, comme cela aurait lieu dans un corps solide. Ainsi la quantité totale de chaleur, qui pendant le temps dt, s'élève à travers le disque au-dessus de son plan, soit en vertu du déplacement des molécules, soit en vertu de la communication, a pour expression

$$\omega dt\left(-\mathrm{K}\frac{d\theta}{dt}+\mathrm{C}.\gamma\theta\right).$$

Si le mouvement du fluide était supposé connu, c'est-à-dire si les quantités α, 6, γ étaient données en fonction de x, y, z et t; et si de plus on connaissait la valeur de θ en fonction de ces mêmes variables, on déterminerait donc facilement la quantité de chaleur qui pendant un temps donné T s'écoule à travers une portion déterminée d'un plan perpendiculaire à l'axe des z. Car désignant par o et a, o et b les limites de l'aire rectangulaire tracée sur ce plan, on écrirait $dx\,dy$ au lieu de l'aire infiniment petite ω, et l'on prendrait

la valeur de l'intégrale définie

$$\int_t^{t+\mathrm{T}} dt \int_0^a dx \int_0^b dy \left(-\mathrm{K}\frac{d\theta}{dx} + \mathrm{C}.\gamma\theta\right).$$

γ et θ étant des fonctions supposées connues de x, y, z, t; K et C des nombres constants, et a, b, c, t, T des nombres donnés, on trouverait la valeur numérique de l'intégrale, ou de la quantité de chaleur qui dans le temps donné, et toute compensation faite des grandeurs positives et négatives, a passé à travers le rectangle au-dessus du plan.

La même conséquence s'applique à toutes les positions que l'on pourrait donner à l'aire infiniment petite ω qui passe par le point m. Si cet élément était situé sur un plan perpendiculaire à l'axe des y, la quantité de chaleur qui, traversant l'élément, passe pendant l'instant dt de l'espace antérieur au disque dans l'espace opposé serait,

$$\omega\, dt\left(-\mathrm{K}\frac{d\theta}{dy} + \mathrm{C}.\beta\theta\right);$$

et si le plan de l'élément ω était perpendiculaire aux x, la quantité de chaleur qui le traverse pendant la durée dt serait

$$\omega\, dt\left(-\mathrm{K}\frac{d\theta}{dx} + \mathrm{C}.\alpha\theta\right).$$

En général on appliquerait cette conséquence à toutes les positions du plan ω. Il suffirait de remplacer α et $\frac{d\theta}{dx}$ par les quantités qui mesurent la vitesse de la molécule m perpendiculairement au plan, et le flux de la chaleur communiquée suivant cette direction. C'est ainsi que l'on déterminerait dans une masse fluide dont le mouvement et la température va-

riables seraient connus, le flux total de chaleur, soit transportée, soit communiquée, à travers un diaphragme dont la figure et la position seraient données.

Considérons maintenant une capacité prismatique comprise entre six plans rectangulaires infiniment voisins, dont trois passent par le point m. On déterminera, au moyen de la proposition précédente, la quantité de chaleur qui entre pendant la durée dt dans cet espace prismatique à travers le rectangle $dxdy$, et l'on en retranchera la chaleur qui pendant le même temps sort de cet espace à travers la face opposée. On connaîtra ainsi la chaleur que l'espace prismatique acquiert en vertu du transport, ou de la communication qui s'opère dans le sens des ordonnées z. On trouvera un résultat semblable par rapport à l'axe des y, et un troisième résultat pour l'axe des x. En ajoutant ces trois quantités, on connaîtra combien l'espace infinitésimal que l'on considère acquiert de chaleur pendant un instant, soit par voie de communication de molécule à molécule, soit par le transport de ces molécules. Soit Δ cette quantité totale de chaleur acquise par le volume rectangulaire dont les dimensions sont dx, dy, dz. On considérera qu'une quantité de chaleur égale à $C.\,dxdydz$ élèverait une masse de liquide occupant ce volume de la température o à la température 1. Par conséquent $\frac{\Delta}{C.dxdydz}$ sera l'augmentation de température due à la chaleur acquise Δ. Il ne reste plus qu'à établir le calcul.....

$dydz\left(-K\frac{d\theta}{dx}+C.\alpha\theta\right)dt$ est la quantité de chaleur qui pendant la durée dt traverse l'aire $dydz$, et entre dans le prisme. Pour connaître la chaleur qui sort à travers la face opposée, il suffit d'ajouter à l'expression précédente sa dif-

férentielle prise par rapport à x seulement, et l'on a pour l'expression de cette chaleur $dy\,dz\left(-\mathrm{K}\frac{d\theta}{dx}+\mathrm{C}.\alpha\theta\right)dt$ $+dy\,dz\left(-\mathrm{K}\frac{d}{dx}\left(\frac{d\theta}{dx}\right)+\mathrm{C}\frac{d.\alpha\theta}{dx}\right)dx\,dt$. Retranchant cette quantité de la précédente, on trouve

$$dx\,dy\,dz\left(\mathrm{K}\frac{d^2\theta}{dx^2}-\mathrm{C}\frac{d.\alpha\theta}{dx}\right)dt$$

pour l'expression de la quantité de chaleur acquise par l'effet de la communication ou du déplacement qui s'opère dans le sens des x.

On trouvera donc aussi

$$dx\,dy\,dz\left(\mathrm{K}\frac{d^2\theta}{dy^2}-\mathrm{C}\frac{d.6\theta}{dy}\right)dt$$

pour exprimer la chaleur que la molécule prismatique dont la température était θ acquiert durant l'instant dt, en vertu de la communication et du transport selon l'axe des y. Enfin l'expression

$$dx\,dy\,dz\left(\mathrm{K}\frac{d^2\theta}{dz^2}-\mathrm{C}\frac{d.\gamma\theta}{dz}\right)dt$$

mesure la chaleur acquise par la même molécule en vertu de la communication et du transport selon le sens des z.

On ajoutera donc ces trois quantités de chaleur acquises; et divisant la somme par C. $dx\,dy\,dz$, on connaîtra l'augmentation $\frac{d\theta}{dt}dt$ de la température pendant la durée dt de l'instant. On forme ainsi l'équation

$$\mathrm{C}\frac{d\theta}{dt}=\mathrm{K}\left(\frac{d^2\theta}{dx^2}+\frac{d^2\theta}{dy^2}+\frac{d^2\theta}{dz^2}\right)-\mathrm{C}\left(\frac{d.\alpha\theta}{dx}+\frac{d.6\theta}{dy}+\frac{d.\gamma\theta}{dz}\right). \qquad (3)$$

C'est cette équation qui doit être jointe aux quatre précé-

dentes (1) et (2), afin que le mouvement et les températures variables de toutes les parties de la masse fluide soient généralement exprimés.

On a considéré les variations de température dans un élément prismatique rectangulaire, et la matière qui occupe ce volume infiniment petit subit pendant la durée dt des changements dans sa densité, sa vitesse et la direction de son mouvement. Si de là il restait quelques doutes sur l'exactitude rigoureuse de la démonstration, on pourrait parvenir au même résultat par une voie différente.

En effet si les quantités α, 6, γ et θ étaient connues en fonction de x, y, z, t, on pourrait déterminer la quantité de chaleur qui, pendant la durée du temps Δt, s'ajoute à celle que contenait déja un volume prismatique fini, compris entre des faces rectangulaires données. Il suffirait de calculer, au moyen de la proposition démontrée dans l'article précédent, combien, pendant le temps donné Δt, il entre de chaleur à travers une des faces, et combien il en sort à travers la face opposée. En faisant un calcul semblable pour chacune des six faces, on connaîtrait la nouvelle quantité de chaleur que l'espace prismatique acquiert pendant le temps donné.

Or on pourrait aussi déterminer par un autre calcul cette même quantité de chaleur. Il faudrait pour cela chercher combien une partie infiniment petite de ce prisme reçoit, pendant un instant dt, d'augmentation de température, et, multipliant cette augmentation par le coefficient C qui mesure la capacité spécifique, on connaîtrait combien l'élément infiniment petit acquiert de chaleur pendant un instant. On intégrerait ensuite par rapport aux variables x, y, z entre les limites données, par exemple depuis $x=x, y=y, z=z$,

jusqu'à $x=x+\Delta x$, $y=y+\Delta y$, $z=z+\Delta z$; et l'on intégrerait aussi, par rapport au temps t, depuis $t=t$ jusqu'à $t=t+\Delta t$. Le résultat de cette intégration serait la quantité de chaleur acquise par l'espace prismatique; et il serait précisément égal au résultat que l'on aurait trouvé précédemment, en ayant égard aux quantités de chaleur qui pénètrent chaque face, soit pour entrer, soit pour sortir.

On voit par là que si les quantités $\alpha, \beta, \gamma, \theta$ étaient trouvées en fonction de x, y, z, t, ces fonctions satisferaient à la condition que l'on vient d'énoncer. Il faut donc exprimer cette identité des deux résultats, et l'on formera ainsi une équation qui doit subsister entre les fonctions inconnues.

La quantité de chaleur qui, pendant le temps Δt, pénètre dans le prisme à travers une première face perpendiculaire à l'axe des x, est

$$\int_t^{t+\Delta t} dt \int_y^{y+\Delta y} dy \int_z^{z+\Delta z} dz \left(-\mathrm{K}\frac{d\theta}{dx}+\mathrm{C}.\alpha\theta\right).$$

On doit écrire après les intégrations $x+\Delta x$ à la place de x, et retrancher le second résultat du premier, puisque l'on a vu que le premier résultat mesure la chaleur entrée par l'une des faces, et le second la chaleur sortie par la face opposée. En désignant, pour abréger, par P la fonction placée sous les signes d'intégration, on aura donc

$$-\int_t^{t+\Delta t} dt \int_y^{y+\Delta y} dy \int_z^{z+\Delta z} dz.\Delta \mathrm{P}$$

pour exprimer la quantité de chaleur acquise par le prisme en vertu du transport dans le sens des x. Maintenant on

doit remarquer que l'on peut écrire $\int dt \int dx \int dy \int dz \Delta \frac{dP}{dx}$ au lieu de $\int dt \int dy \int dz . \Delta P$; et surtout que si l'on prend l'intégrale par rapport à x entre les limites x et $x + \Delta x$, on effectue par cela même la différentiation finie indiquée par le signe Δ. En effet, soit φx une fonction quelconque de x : on écrira au lieu de φx, $\int dx . \frac{d.\varphi x}{dx}$ ou $\int dx . \varphi' x$, et si l'on prend cette intégrale depuis $x = x$ jusqu'à $x = x + \Delta x$, on a $\varphi(x + \Delta x) - \varphi x$, c'est-à-dire $\Delta . \varphi x$. Il suit de là que la quantité $-\int_t^{t+\Delta t} dt \int_y^{y+\Delta y} dy \int_z^{z+\Delta z} dz . \Delta P$, ou l'expression de la chaleur acquise par la communication et le mouvement dans le sens des x, peut être mise sous cette forme

$$-\int_t^{t+\Delta t} dt \int_x^{x+\Delta x} dx \int_y^{y+\Delta y} dy \int_z^{z+\Delta z} dz . \frac{dP}{dx},$$

ou

$$\int dt \int dx \int dy \int dz \left[\frac{d}{dx}\left(K \frac{d\theta}{dx}\right) - C \frac{d.\alpha\theta}{dx}\right].$$

On aura un résultat semblable si l'on calcule la différence de la chaleur entrée par une face perpendiculaire à l'axe des y à la chaleur sortie par la face opposée. Ce résultat est

$$\int dt \int dx \int dy \int dz \left[\frac{d}{dy}\left(K \frac{d\theta}{dy}\right) - C \frac{d.\beta\theta}{dy}\right].$$

L'expression qui se rapporte au plan perpendiculaire à l'axe des z est

$$\int dt \int dx \int dy \int dz \left[\frac{d}{dz}\left(K \frac{d\theta}{dz}\right) - C \frac{d.\gamma\theta}{dz}\right].$$

On omet d'écrire les limites des intégrales, qui sont les

mêmes dans ces trois expressions. Leur somme sera la quantité totale de la chaleur acquise par le prisme pendant le temps Δt.

D'un autre côté la chaleur totale qui, dans l'étendue du prisme, a déterminé les augmentations de température, est exprimée, d'après ce qui a été dit plus haut, par l'intégrale

$$\int dt \int dx \int dy \int dz . C \frac{d\theta}{dt},$$

et les limites des intégrations sont les mêmes que celles des intégrations précédentes. On doit donc égaler les deux résultats; et en différenciant par rapport à t, x, y, z, on aura la même équation que celle qui a été trouvée précédemment.

Les coefficients C et K ont été regardés comme constants, quoiqu'ils subissent en effet quelques variations à raison des changements de densité. Il serait nécessaire d'y avoir égard si l'on considérait le mouvement des milieux aériformes, ou si les différences de température étaient extrêmement grandes. Mais dans les questions qui se rapportent aux liquides, on doit faire abstraction de ces variations presque insensibles des coefficients. Au reste, il serait très-facile d'introduire les variations dont il s'agit dans le calcul, en suivant les principes que nous venons d'exposer.

Nous reprendrons maintenant les équations (1) et (2), et nous remarquerons que la densité ε a une relation nécessaire et connue avec la température θ. Désignant par e la densité qui répond à une température donnée b, on aura généralement

$$\varepsilon = e[1 + h(\theta - b)];$$

car les températures étant comprises dans des limites assez peu éloignées, les accroissement de densité, à partir d'un certain terme, demeurent sensiblement proportionnels aux accroissements de température. On pourrait aussi ne point regarder ce rapport comme constant, et avoir égard à ces variations. Il suffirait de modifier l'expression précédente de la relation entre ε et θ. Le coefficient h exprime, comme on le voit, la dilatabilité de la masse fluide : on le suppose connu par les observations.

On pourra substituer la valeur précédente de ε dans les équations (1) et (2), et ajouter à ces équations celle que nous avons démontrée. Les cinq équations contiendront, comme grandeurs inconnues, les vitesses orthogonales α, $\mathcal{C}$, γ, la pression p et la température θ. L'équation (2) deviendra

$$h\frac{d\theta}{dt}+\left(\frac{d\alpha}{dx}+\frac{d\mathcal{C}}{dy}+\frac{d\gamma}{dz}\right)+h\left(\frac{d.\alpha\theta}{dx}+\frac{d.\mathcal{C}\theta}{dy}+\frac{d.\gamma\theta}{dz}\right)=0.$$

Il nous paraît préférable de conserver les équations (1) et (2), qui se rapportent au mouvement du fluide et contiennent la densité ε, en y ajoutant la cinquième équation (3) qui détermine les variations des températures. Il suffira de remarquer qu'il existe entre ε et θ une relation donnée par l'expérience, et que l'on peut en général représenter comme il suit : $\varepsilon=e[1+h(\theta-b)]$.

Les mouvements et les températures variables des diverses parties d'un fluide incompressible sont donc exprimés par les équations (1), (2) et (3). La dernière est celle qui exprime les températures : elle montre que le changement instantané que ces températures subissent résulte de deux causes. L'une correspond à la première partie du second

membre. Elle consiste dans la communication de molécule à molécule. L'autre partie du second membre se rapporte à la seconde cause, qui est le déplacement des molécules inégalement échauffées.

Indépendamment des conditions générales exprimées par ces équations, chaque question particulière présente des conditions spéciales qui se rapportent à l'état de la surface. Cette remarque s'applique aussi aux températures; et les principes que nous avons posés serviront dans tous les cas à former les équations propres à la surface. On ne les considère point ici, parce qu'on a seulement en vue d'exprimer les conditions les plus générales, communes et applicables à toutes les questions, et qui déterminent les mouvements des molécules ou la distribution de la chaleur.

On a supposé que le vase qui contient le fluide est imperméable à la chaleur. La déperdition qui s'opère au contact des parois ou à la superficie exposée à l'air, produit dans les températures des changements qui seraient exprimés par les équations à la surface.

Il est nécessaire de remarquer que l'on ne considère point dans ces recherches le cas de l'équilibre non stable, c'est-à-dire de celui qui satisfait aux conditions mathématiques de l'équilibre absolu, mais qu'une impulsion extérieure pourrait détruire aussitôt. Les changements de température contribueraient à l'impossibilité physique d'un pareil état, et la distribution de la chaleur qui aurait lieu dans le changement d'état est l'objet d'une question spéciale que nous ne traitons point ici.

Le coefficient h, qui mesure la dilatabilité, a une valeur assez petite, que l'on peut omettre dans plusieurs cas.

Alors les quatre premières équations (1) et (2) sont celles qui expriment le mouvement des fluides incompressibles. L'équation (2) devient

$$\frac{d\alpha}{dx}+\frac{d\mathcal{C}}{dy}+\frac{d\gamma}{dz}=0,$$

en sorte que la cinquième équation (3) prend dans ce cas la forme suivante :

$$C\frac{d\theta}{dt}=K\left(\frac{d^2\theta}{dx^2}+\frac{d^2\theta}{dy^2}+\frac{d^2\theta}{dz^2}\right)-C\left(\alpha\frac{d\theta}{dx}+\mathcal{C}\frac{d\theta}{dy}+\gamma\frac{d\theta}{dz}\right).$$

On y retrouve encore les deux parties du second membre qui correspondent à deux effets distincts.

Le coefficient K, qui mesure la conducibilité propre de la masse, n'a point une valeur entièrement nulle, mais ce coefficient est très-petit. On a fort peu d'expériences à ce sujet. Celles que nous avons entreprises, il y a quelques années, nous ont montré que les liquides ne sont point dépourvus de la propriété de transmettre la chaleur, et que les diverses substances présentent cette propriété à des degrés assez différents. Mais il nous a toujours paru que la valeur du coefficient est fort petite, en sorte que les changements de température sont presque entièrement déterminés dans les liquides par les mouvements intérieurs. L'effet de la communication n'est point nul, ou presque insensible, comme le supposait le comte de Rumford; mais il est certain qu'il n'influe que très-lentement sur la distribution de la chaleur.

Si dans l'équation (3) on omet le coefficient très-petit K, les changements de température sont exprimés par l'équation du premier ordre

$$\frac{d\theta}{dt} + \alpha\frac{d\theta}{dx} + \mathcal{6}\frac{d\theta}{dy} + \gamma\frac{d\theta}{dz} = 0.$$

Si la masse fluide demeurait en repos ou en équilibre, en sorte que les vitesses α, $\mathcal{6}$, γ eussent des valeurs nulles, il est évident que les changements de température ne résulteraient que de la conductibilité propre; et, dans ce cas, la cinquième équation (3) coïncide entièrement avec celle que nous avons donnée autrefois pour exprimer les mouvements de la chaleur dans l'intérieur des masses solides.

On pourrait également, en suivant les mêmes principes, former l'équation générale qui exprime les températures variables dans les fluides élastiques en mouvement. Mais il serait nécessaire d'y introduire des éléments que des observations précises pourraient seules fournir. On connaît exactement les relations qui subsistent entre la pression, la densité et la température : on peut regarder ces résultats comme fondés sur des observations constantes. Il faudrait connaître aussi, avec le même degré de certitude, les rapports de la densité des substances aériformes avec leur capacité spécifique, et la propriété de recevoir la chaleur rayonnante. Cette branche de la physique expérimentale n'est point encore assez perfectionnée pour que l'on puisse en déduire exactement l'équation générale qui exprime les changements de température. Il faut remarquer que, dans les fluides élastiques, les communications immédiates de la chaleur ne sont point bornées à des distances très-petites, comme dans l'intérieur des masses solides ou liquides. Les rayons de chaleur traversent les rayons aériformes, et se portent directement jusqu'aux plus grandes distances. Il en résulte que l'équa-

tion différentielle prend une forme très-différente de celle que nous avons trouvée pour les substances solides. Elle est d'un ordre indéfini, ou plutôt elle se rapporte à cette classe d'équations qui comprennent à la fois des différences finies et des différentielles. Nous pensons que cette recherche ne pourrait être aujourd'hui entièrement achevée, et qu'elle nécessite une série complète d'observations que nous ne possédons point encore.

Il n'en est pas de même des équations propres aux fluides incompressibles. Celle qui exprime les changements de température est aussi rigoureusement démontrée que celles qui se rapportent au mouvement du fluide. C'est cette démonstration qui est l'objet de notre Mémoire. Elle ajoute à l'expression analytique des mouvements des fluides celle des températures variables de leurs molécules, et en même temps elle donne une nouvelle extension à la théorie mathématique de la propagation de la chaleur.

EXPÉRIENCES

SUR

LE MÉCANISME DE LA RUMINATION.

PAR M. FLOURENS.

Lues à l'Académie royale des Sciences, le 5 décembre 1831.

SECOND MÉMOIRE.

§ Ier.

1. J'AI fait voir, dans un précédent Mémoire, d'abord, quant à la route que suivent les aliments, soit lors de la *première*, soit lors de la *seconde déglutition*, c'est-à-dire soit *avant*, soit *après* la *rumination*, 1° que les aliments *non ruminés*, ou de la *première déglutition*, vont immédiatement et uniquement dans les deux premiers estomacs; et 2° que les aliments *ruminés*, ou de la *seconde déglutition*, passent seuls immédiatement, du moins en partie, dans les deux derniers; et j'ai fait voir ensuite, quant au mécanisme qui détermine cette route diverse des aliments, selon qu'ils sont *ruminés* ou *non ruminés*, 1° qu'il y a deux voies distinctes de *déglutition*, l'une, celle de l'œsophage, qui conduit aux deux premiers estomacs, et l'autre, celle du demi-

canal qui conduit aux deux derniers; 2° que les aliments *non ruminés* prennent toujours la première de ces deux voies, comme les aliments *ruminés* prennent toujours, du moins en partie, la seconde; et 3° que les aliments *non ruminés*, ou, plus généralement, tous les aliments *grossiers*, ou d'un *certain volume*, prennent la première voie, parce que, dilatant, à cause de leur volume, l'ouverture inférieure de l'œsophage, ils sont directement portés, par cet œsophage même, jusque dans les estomacs où il se rend, c'est-à-dire dans les deux premiers, tandis que les aliments *ruminés*, ou, plus généralement, tous les aliments *atténués*, ou *fluides*, prennent la seconde voie, parce que, laissant l'ouverture inférieure de l'œsophage fermée, ils n'ont d'autre voie ouverte que celle du demi-canal, lequel les porte directement, à son tour, jusque dans les estomacs où il se rend, c'est-à-dire dans les deux derniers.

2. Ainsi, les aliments vont ou dans les deux premiers estomacs, ou dans les deux derniers, selon qu'ils prennent ou la voie de l'œsophage, ou celle du demi-canal; et ils prennent l'une ou l'autre de ces deux voies, selon qu'ils sont *ruminés* ou *non ruminés*, ou, plus généralement, selon qu'ils sont *atténués* ou *grossiers*, ou, en un mot, selon qu'ils sont assez volumineux, ou non, pour amener, ou non, l'ouverture du bout inférieur de l'œsophage.

3. Il ne reste plus qu'à faire connaître le mécanisme selon lequel s'opère la *réjection* des aliments, *réjection* intermédiaire, comme on a déja vu, entre l'une et l'autre *déglutition*.

4. Or, on verra bientôt que cette *réjection* n'est pas un

simple *vomissement* analogue à celui des animaux ordinaires; car non-seulement les aliments sont *rejetés*, mais, de plus, ils sont rejetés par *portions réglées et détachées;* et l'on verra de même que les *animaux ruminants* n'ont pas seulement les organes communs du *vomissement*, ou pareils à ceux des animaux ordinaires, mais qu'ils ont, de plus, des organes particuliers de *vomissement*, ou dont les animaux ordinaires manquent.

5. La question est donc de savoir, 1° quels sont ces divers organes, soit généraux, soit particuliers, du *vomissement* des *animaux ruminants;* et 2° quel est le mode selon lequel chacun de ces organes agit.

6. Je commence par les organes *généraux*, ou pareils à ceux du *vomissement* des animaux ordinaires.

§ II.

1. Tous les auteurs ont reconnu, et il suffisait, en effet, du plus léger examen pour le reconnaître, que ces organes sont de deux ordres, ou médiats, tels que les muscles de l'abdomen et le diaphragme; ou immédiats, tels que les estomacs : mais quels estomacs? C'est ici que renaissent les difficultés, et, avec elles, les divergences entre les auteurs.

2. Ainsi, selon Duverney, c'est la *panse* « qui est le prin- « cipal organe de la *rumination* »; c'est, au contraire, le *bonnet*, selon Daubenton; et, parmi ceux qui sont venus après ces deux célèbres anatomistes, les uns, comme Camper, admettent l'opinion de Daubenton; et les autres, comme

Bourgelat, Chabert, Toggia, la combattent pour revenir à celle de Duverney.

3. Mais, quant à cette première difficulté, les expériences de mon précédent Mémoire l'ont déja levée.

4. On a vu, en effet, par ces expériences, 1° que les aliments *non ruminés*, c'est-à-dire destinés à être *rejetés*, ou ramenés à la bouche, ne vont que dans les deux premiers estomacs; et 2° qu'ils vont dans l'un de ces estomacs comme dans l'autre. Les deux premiers estomacs concourent donc seuls, du moins comme *organes généraux et immédiats*, à la *rumination;* et ils y concourent l'un comme l'autre, quoique chacun d'une manière distincte, ainsi qu'on le verra plus loin.

5. Mais ces deux estomacs déterminent-ils la *réjection*, ou le retour à la bouche, de l'aliment, par leur seule force propre, ou bien ont-ils besoin, pour opérer cette *réjection*, du concours d'une force extérieure et auxiliaire ?

§ III.

1. Si l'on met les quatre estomacs à nu, sur un mouton vivant, on est étonné du peu de ressort et d'énergie contractile de leur tissu. J'ai successivement soumis à des irritations de tout genre, à des piqûres, à des incisions, à des brûlures, les parois de chacun de ces estomacs, mis à nu sur différents moutons; et je n'ai jamais déterminé par là, ou que des contractions partielles des fibres immédiatement irritées, ou qu'un mouvement vermiculaire général assez faible.

2. Au contraire, quand ces estomacs, et, en particulier, le *bonnet* et la *panse*, les seuls dont il s'agit pour le moment, sont dans leur position naturelle, c'est-à-dire sous l'action combinée des muscles abdominaux et du diaphragme, leur mouvement contractile est très-prononcé ; et l'on peut bien juger de ce mouvement, au moyen des *anus artificiels* dont j'ai parlé dans mon précédent Mémoire.

3. Si l'on introduit, en effet, le doigt, au moyen d'un pareil *anus*, soit dans la *panse*, soit dans le *bonnet*, on sent ces deux estomacs qui se contractent, et se contractent surtout avec force, pendant les efforts du *vomissement*, ou de la *réjection*.

4. On sait que la *panse* est comme partagée en plusieurs poches par des *replis intérieurs*, plus ou moins saillants, auxquels répondent les sillons extérieurs de l'organe. Or, le doigt, introduit dans la *panse*, sent l'ensemble de ses parois, et surtout les *replis*, ou faisceaux musculeux, qui partagent sa cavité en plusieurs poches, se contracter avec force, et ces *replis* former comme autant de nœuds de contraction ; et, d'un autre côté, si, après avoir enlevé les enveloppes superficielles de la région moyenne de l'abdomen, on ne laisse subsister que l'aponévrose transparente qui recouvre, en ce point, le péritoine et la *panse*, on voit tout l'extérieur de cet estomac se contracter, se dilater, s'agiter presque perpétuellement d'un grand mouvement vermiculaire.

5. Le mouvement contractile des estomacs est donc beaucoup plus marqué, quand ils sont dans leur position naturelle que quand ils sont mis à nu ; mais ce mouvement

contractile suffit-il, à lui seul, pour opérer le *vomissement*, ou la *réjection* des aliments ?

6. J'ai déja dit que tous les auteurs ont reconnu le concours, dans la *rumination*, de l'action extérieure et auxiliaire des muscles abdominaux et du diaphragme. Il fallait donc voir si, cette action supprimée, la *rumination* continuerait encore.

§ IV.

1. Je coupai les deux nerfs diaphragmatiques, sur un mouton.

L'animal fut aussitôt atteint d'un grand essoufflement; et, le thorax se soulevant à peine, la respiration paraissait ne plus se faire qu'au moyen de la contraction profonde des muscles abdominaux.

Peu à peu cet essoufflement disparut ou diminua ; l'animal mangea ; et je le vis *ruminer* dès le lendemain de l'opération; mais il *ruminait* avec peine, avec effort; et cet effort portait surtout sur les muscles de l'abdomen, qui souvent étaient obligés de se contracter jusqu'à deux ou trois reprises de suite pour amener enfin la *réjection* effective de l'aliment.

2. La section des nerfs diaphragmatiques rend donc la *rumination* plus pénible sans l'abolir; mais aussi la section des nerfs diaphragmatiques n'abolit pas non plus, comme on sait, le mouvement du diaphragme; elle le rend seulement plus faible.

3. Je coupai, sur un second mouton, la moelle épinière, par une section transversale, au niveau de la dernière vertèbre costale.

Sur-le-champ, tout le train postérieur de l'animal fut frappé de paralysie; et, les muscles de l'abdomen ne se contractant plus que faiblement, la respiration ne semblait plus se faire que par le thorax, au contraire de l'animal précédent, où, comme on a vu, elle ne semblait plus se faire que par les flancs.

Malgré la paralysie de son train postérieur, l'animal n'en continua pas moins à manger et à *ruminer* souvent, durant plusieurs jours qu'il survécut à l'opération.

4. Sur un troisième mouton, je coupai transversalement la moelle épinière au niveau de la sixième vertèbre costale.

L'animal survécut plusieurs jours à l'opération; il mangea même souvent; mais il ne *rumina* plus; et, quelques efforts qu'il fît encore pour *ruminer,* on voyait ses muscles abdominaux, lâches et distendus, rester sans action propre, et presque sans mouvement.

5. Je coupai, sur deux moutons, les deux nerfs de la huitième paire (pneumo-gastriques); et ces deux animaux non-seulement ne *ruminèrent* plus, mais même ils ne mangèrent et ne burent plus, durant quatre ou cinq jours qu'ils survécurent à l'opération.

6. Ainsi, 1° la section des nerfs diaphragmatiques qui affaiblit le mouvement du diaphragme, affaiblit la *rumination;* 2° la section de la moelle épinière qui abolit l'action des muscles abdominaux, abolit la *rumination;* et 3° la section des nerfs de la huitième paire n'empêche pas seulement l'animal de *ruminer,* mais elle l'empêche même de boire et de manger; et l'on pouvait prévoir tous ces résultats, soit des expériences de M. Magendie touchant l'action

des muscles abdominaux et du diaphragme sur le *vomissement* des animaux ordinaires, soit de celles de M. de Blainville touchant l'action de la huitième paire sur la *digestion*.

§ V.

1. Mais je me hâte d'arriver à la partie du phénomène qui constitue le *vomissement propre* des *animaux ruminants*, et aux organes particuliers par lesquels ce *vomissement* s'opère.

2. Il y a, dans tout phénomène donné, une circonstance qui en forme le trait principal et caractéristique; et, tant qu'on n'est point parvenu jusqu'au ressort profond et caché qui détermine cette circonstance, on n'a point résolu le nœud de la difficulté.

3. Dans le *vomissement propre* des *animaux ruminants*, la circonstance qui forme le trait principal et caractéristique, consiste évidemment en ce que ce *vomissement* n'est pas une *réjection* confuse, ou *en masse*, des matières vomies, comme le *vomissement* des animaux ordinaires, mais une *réjection* de ces mêmes matières par *portions réglées et détachées*.

4. Daubenton a, le premier, bien vu que, dans cette *division* des matières vomies par *portions réglées et détachées*, consiste le véritable trait caractéristique du vomissement des *animaux ruminants*. « Lorsque l'animal veut *ruminer*, dit-il, « il faut qu'une portion de la masse des aliments soit déta- « chée, arrondie et humectée par quelque agent particulier, « avant d'entrer dans l'œsophage pour revenir à la bou-

« che»; et il ajoute: « le viscère que l'on appelle *bonnet,* est « l'agent qui fait toutes ces fonctions;.... c'est lui qui dé- « tache une portion de la masse des aliments, qui l'ar- « rondit en forme de pelote, et l'humecte en la compri- « mant (1)».

5. Ainsi, selon Daubenton, il faut, d'abord, qu'une portion des aliments soit détachée de la masse commune; il faut ensuite que cette portion reçoive une forme déterminée; et, soit pour détacher cette portion, soit pour lui donner cette forme, il faut un agent particulier; et, selon lui, cet agent particulier est le *bonnet.*

6. Telle est, en peu de mots, la théorie de Daubenton; théorie, comme je l'ai déja dit, tour à tour admise par Camper, quoique d'une manière infiniment vague, car Camper se borne à dire: « Il me paraît vraisemblable que, « lorsqu'une portion des aliments doit être portée vers la « bouche, c'est par le moyen du *bonnet* qui se comprime (2)»; et formellement combattue, au contraire, par Chabert et par Bourgelat; car Chabert termine son travail par dire, « qu'il a fait sentir le peu de fondement de ceux qui ont pré- « tendu que le *bonnet* était destiné à calibrer, mouler en quel- « que sorte les pelotes destinées à être portées dans la bou- « che (3)»; et Bourgelat termine le sien par ces conclusions:

---

(1) Daubenton, *Mémoire sur la rumination et sur le tempérament des bêtes à laine.* Mém. de l'Acad. roy. des sciences, an 1768.

(2) Camper, *OEuvres qui ont pour objet l'hist. nat., la phys. et l'anat. comp., t. III.*

(3) Chabert, *des Organes de la digestion dans les ruminants.* 1797.

« 1° Le *bonnet* ne détache point de la masse des aliments la « portion dont l'ascension dans la bouche est prochaine ; « 2° il n'est, en aucune manière, chargé de la mouler et de « la calibrer ; elle prend la forme que lui donne naturelle- « ment l'œsophage dès qu'elle y est introduite, etc. (1) ».

7. Pour prononcer entre des assertions aussi opposées, c'était donc encore à de nouvelles expériences, et surtout à des expériences plus décisives que celles auxquelles on s'était jusqu'ici borné, qu'il fallait avoir recours.

8. Or, on verra bientôt, par ces nouvelles expériences, 1° que le *bonnet* ne joue pas le rôle que lui attribue Daubenton ; 2° que néanmoins il se forme, comme Daubenton le dit, des *pelotes* arrondies et détachées ; et 3° qu'il y a un organe particulier, et tout autre que le *bonnet*, qui forme et arrondit ces *pelotes*.

§ VI.

1. Je commençai par retrancher une partie du *bonnet*, sur un mouton ; et, pour diminuer, autant que possible, le jeu contractile de la partie restante, je fixai, par quelques points de suture, les bords de cette partie aux parois de l'abdomen.

Il était évident que le *bonnet*, ainsi réduit à un de ses côtés, et ce côté même étant fixé, par ses bords, aux parois de l'abdomen, cet estomac ne pouvait plus se contracter *en*

(1) Bourgelat, *Éléments de l'art vétérinaire*, *t. II.* (*Recherches sur le mécanisme de la rumination.*)

rond, ou *en moule arrondi*, pour former et arrondir les *pelotes*.

Si donc, d'une part, il devait se former des *pelotes* pour que l'animal *ruminât;* et si, de l'autre, c'était le *bonnet* qui formait ces *pelotes*, deux assertions sur lesquelles repose la théorie de Daubenton, il est évident que, conséquemment à cette théorie, l'animal ne devait plus *ruminer*.

Mais il *rumina*, et *rumina* souvent. Le *bonnet* ne joue donc pas le rôle que lui attribue Daubenton (1); et, supposé qu'il se forme des *pelotes*, ce n'est pas le *bonnet* qui les forme.

2. Je dis *supposé qu'il se forme des pelotes :* en effet, Daubenton est le seul qui parle de ces *pelotes* comme d'une

(1) Il en a un qui est beaucoup plus en rapport avec la structure si singulière de ses parois internes. On a vu que ces parois sont tapissées de petites lames saillantes, disposées en mailles polygones, ou en réseau. Or, quand le *bonnet* se contracte, toutes ces lames étant rapprochées, et, par suite, les espaces, qu'elles interceptent, de superficiels étant devenus profonds, les diverses *mailles* forment autant de *cellules creuses*, ou de *petits tuyaux :* par là, tout l'intérieur du *bonnet* se trouve comme transformé en une sorte d'éponge; et c'est dans les vides de cette éponge que passent ou se réfugient, si je puis ainsi dire, les liquides, au moment de la contraction du *bonnet*. En effet, le *bonnet* contient ordinairement beaucoup de liquides; et cependant ces liquides ne reviennent pas, du moins en masse, à la bouche avec les solides.

L'usage particulier de la structure intérieure du *bonnet*, laquelle avait si fort frappé Daubenton, et au moyen de laquelle cet estomac se transforme *temporairement*, comme je viens de le dire, durant sa contraction, en une sorte de *réservoir* de *liquides*, est donc de lui permettre de repousser les *solides* qu'il contient et qui doivent revenir à la bouche, tout en conservant plus ou moins les *liquides* qu'il contient aussi et qui n'y doivent pas revenir. Mais c'est encore là un point sur lequel je reviendrai ailleurs.

chose qu'il ait vue, et encore n'en a-t-il vu qu'une ; et Bourgelat en nie formellement l'existence. « La portion qui re-« monte n'a, dit-il, d'autre forme que celle que lui donne « l'œsophage. »

3. Le premier point était donc de chercher un moyen qui permît d'arriver jusqu'à ces *pelotes ;* car Daubenton ne devait celle qu'il avait vue qu'au hasard, à un cas pathologique; et l'on sait que, dans les cas ordinaires, on ne trouve rien de pareil dans les estomacs des *animaux ruminants.*

§ VII.

1. J'ouvris l'œsophage, par une incision longitudinale, et vers le tiers supérieur de son trajet le long de la région cervicale, sur un mouton.

J'avais espéré que, l'animal se mettant à *ruminer,* les *pelotes* qui remonteraient des estomacs, arrivées à l'ouverture de l'œsophage, tomberaient par cette ouverture, à mesure qu'elles remonteraient, et qu'ainsi je pourrais parvenir enfin à m'en procurer.

Mais cet animal ne *rumina* point.

Il perdait presque continuellement, par le bout supérieur de l'incision de l'œsophage, une quantité prodigieuse de salive.

Il cherchait souvent à manger, et surtout à boire; mais tout ce qu'il mangeait ou buvait tombait aussitôt par le bout supérieur de l'incision de l'œsophage.

Après l'avoir conservé, durant trois ou quatre jours, dans cet état, je l'ouvris.

La *panse* ne contenait aucun liquide d'aucune espèce; toutes les matières y étaient sèches et comme moulées en autant de masses compactes et distinctes qu'il y a de poches

séparées dans l'intérieur de cet estomac ; et, vers l'endroit où cet estomac répond à l'ouverture de l'œsophage, était une *pelote*, parfaitement ronde, et *d'un pouce à peu près de diamètre*, comme celle que Daubenton a vue.

Cette *pelote* était appliquée, d'un côté, contre l'ouverture fermée de l'œsophage; elle était appliquée, de l'autre, contre la masse d'herbes contenues dans la poche antérieure de la *panse;* et, par le reste de son étendue, elle était engagée entre les deux bords du demi-canal.

Quant au *bonnet*, il ne contenait aucune matière, ni solide, ni liquide.

2. J'ouvris l'œsophage par une incision longitudinale, pareille à celle de l'animal précédent, sur un second mouton.

Ce mouton ne *rumina* pas non plus; et il perdit de même une quantité prodigieuse de salive par le bout supérieur de l'incision de son œsophage.

Après l'avoir conservé deux jours dans cet état, je l'ouvris.

Les matières contenues dans la *panse* étaient déja sèches, mais moins que sur l'animal précédent; elles étaient aussi divisées en masses compactes et distinctes par les replis intérieurs de l'organe ; et le *bonnet* était encore absolument vide.

Quant au demi-canal, je n'y trouvai pas, cette fois, de *pelote* complètement formée; mais une *pelote* qui commençait à se former, et qui n'en montrait que mieux le mécanisme de sa formation.

Cette *pelote*, à demi formée, répondait, d'un côté, à l'ouverture fermée de l'œsophage; de l'autre, à l'ouverture fermée du *feuillet;* et, par le reste de son étendue, elle était engagée entre les bords du demi-canal; et il était évident que ces deux ouvertures fermées et rapprochées, d'une

part, et le demi-canal, de l'autre, constituaient, par leur réunion, l'appareil même qui la formait.

3. J'ouvris l'œsophage, sur un troisième mouton, de la même manière que sur les deux précédents.

Cet animal *rumina*, ce que n'avait fait aucun des deux autres; il *rumina* même quelques heures après l'opération; et je vis alors les *pelotes*, qui remontaient le long du cou, tomber par l'ouverture de l'œsophage, dès qu'elles arrivaient à cette ouverture.

Ces *pelotes*, humides et molles, n'avaient pas une forme aussi exactement ronde que la *pelote*, ferme et sèche, que j'avais trouvée sur le premier mouton; la pression de l'œsophage les avait un peu alongées en cylindre; mais il n'en était pas moins aisé de juger que leur forme primitive avait été ronde.

Dès le lendemain de l'opération, l'animal ne *rumina* plus; et il continua à ne plus *ruminer*, durant trois ou quatre jours que je le conservai encore.

Après ce temps, je l'ouvris. La *panse* ne contenait que des matières sèches et moulées en masses distinctes; le *bonnet* était complétement vide; et, quant au demi-canal, il contenait encore une *pelote*, sèche, ronde, appliquée de même contre l'ouverture de l'œsophage, et parfaitement semblable, en un mot, à celle du premier mouton.

4. Ainsi, 1° il se forme des *pelotes* dans le *vomissement* des *animaux ruminants;* 2° ces *pelotes* sont arrondies; et 3° c'est le demi-canal, ou, plutôt, l'appareil dont le demi-canal fait partie, et qui se compose et de ce demi-canal et

des deux ouvertures fermées du *feuillet* et de l'œsophage, qui les forme.

5. Maintenant, pour se faire une idée du mécanisme selon lequel cet appareil agit, il faut considérer, 1° que le demi-canal s'étend de l'ouverture de l'œsophage à celle du *feuillet;* 2° que, quand il se contracte, il rapproche, l'une de l'autre, ces deux ouvertures; 3° que, de ces deux ouvertures, l'une, celle de l'œsophage, est habituellement fermée, et que l'autre, celle du *feuillet,* naturellement étroite, peut se resserrer et se fermer aussi par sa contraction propre; et 4° que, quand les deux premiers estomacs, pressés par les muscles abdominaux et le diaphragme, se contractent, ils poussent tout à la fois les matières qu'ils contiennent, et contre ces deux ouvertures, et contre le demi-canal qui leur est opposé.

6. Ainsi, les deux premiers estomacs, en se contractant, poussent les aliments qu'ils contiennent entre les bords du demi-canal; et ce demi-canal, se contractant à son tour, rapproche les deux ouvertures du *feuillet* et de l'œsophage; et ces deux ouvertures, fermées, à ce moment de leur action (1), et rapprochées, saisissent une portion des aliments, la détachent, et en forment une *pelote.*

7. Or, d'une part, cette *pelote est détachée;* mais elle n'a

(1) Celle de l'œsophage, parce que, à ce *moment d'action*, le diaphragme est contracté, et qu'elle ne s'ouvre que quand il se relâche; et celle du *feuillet*, parce que, à ce *moment d'action*, et le *feuillet*, et son ouverture, et les autres estomacs, tout se contracte.

pu être saisie par ces deux ouvertures jointes, sans se détacher de la masse des aliments; d'autre part, cette *pelote est ronde;* mais cette forme ronde est précisément celle de l'appareil qui la produit, quand cet appareil est en action, c'est-à-dire quand le demi-canal, se contractant, rapproche, l'une de l'autre, les deux ouvertures; enfin cette *pelote a un pouce à peu près de diamètre;* et un pouce de longueur est aussi à peu près l'étendue du demi-canal, quand il se contracte.

8. Mais la détermination du mécanisme selon lequel se forment les *pelotes,* n'est pas le seul fait qui résulte de ces dernières expériences. On sait, depuis long-temps, par M. Cuvier (1), que l'appareil salivaire n'est nulle part aussi développé, dans la classe des mammifères, que dans les *animaux ruminants.* Or, les expériences qu'on vient de voir montrent quel rôle important joue, dans la digestion de ces animaux, et jusque dans leur *rumination,* leur fluide salivaire si copieux; car, dès que ce fluide ne parvient plus dans leurs estomacs, les matières contenues dans ces estomacs deviennent sèches, dures, compactes; ces estomacs eux-mêmes sont bientôt privés de tout liquide; et une *pelote* a beau se former, comme elle ne peut plus remonter l'œsophage desséché, elle reste appliquée contre l'ouverture de cet œsophage; et ceci explique, d'abord, pourquoi on trouve une *pelote,* dans ces cas; et ensuite pourquoi, dans les cas ordinaires, on n'en trouve pas, parce qu'alors les *pelotes*

(1) Cuvier, Leçons d'Anatomie comparée, t. III.

passent dans l'œsophage, et de l'œsophage dans la bouche, à mesure qu'elles se forment.

§ VIII.

1. En résumant tout ce qui précède, on voit : 1° que le trait caractéristique du *vomissement* des *animaux ruminants* consiste en ce que les matières vomies, ou ramenées à la bouche, y sont ramenées par portions réglées et détachées ; 2° que la *division* de ces matières par portions réglées et détachées s'opère par un appareil donné ; et 3° que cet appareil donné n'est pas moins particulier à ces animaux que le phénomène même qu'il détermine.

2. L'effet de la *rumination* est donc de ramener à la bouche, et d'y ramener successivement, par portions réglées, les aliments *grossiers* ou trop peu divisés de la *première déglutition* ; et, cet effet posé, rien n'est plus aisé que d'expliquer le *but de la rumination*, ou, en d'autres termes, le rôle que ce phénomène joue parmi les autres phénomènes de la digestion.

§ IX.

1. L'objet de la *digestion*, considérée sous un point de vue général, est évidemment la transformation, ou conversion, de la *matière alimentaire* en *fluide nourricier ;* et l'objet, en particulier, de la *digestion stomacale*, la seule dont il s'agit ici, est la conversion de la *matière alimentaire* en *chyme*, ou ce qu'on peut appeler, d'un seul mot, la *chymification*.

2. Or, on sait, depuis les expériences de Réaumur et de Spallanzani, que cette *chymification*, ou transformation de l'aliment en *chyme*, ne se fait qu'au moyen et par le contact du *fluide gastrique*, c'est-à-dire du fluide sécrété par les estomacs.

3. On conçoit donc que la *digestion stomacale* sera d'autant plus complète que l'aliment sera mis plus complètement en rapport avec le *fluide gastrique ;* et qu'elle serait la plus complète possible, si toutes les molécules, par exemple, de l'*aliment* pouvaient être mises en rapport, ou en contact, avec toutes les molécules du *fluide gastrique.*

4. Or, pour approcher le plus près possible de cette *digestion* qui serait la plus complète possible, c'est-à-dire où le plus grand nombre possible de molécules de l'*aliment* serait mis en contact avec le plus grand nombre possible de molécules du *fluide gastrique*, l'organisation des animaux offre deux moyens, l'un, l'*étendue la plus grande* de l'appareil, et l'autre, la *division la plus grande* de l'aliment; et il est aisé de voir que ces deux moyens se trouvent réunis et combinés dans les *animaux ruminants.*

5. D'abord, il n'est point d'animaux dont les *estomacs* soient aussi compliqués, aussi étendus; et ensuite il n'en est point où, grace à la *rumination*, ou double manducation, la division de la *matière alimentaire* soit portée plus loin.

6. On a vu, en effet, d'une part, que les estomacs de ces animaux sont au nombre de quatre; que la *panse*, ou le plus grand de tous, se partage comme en quatre autres par des replis intérieurs; que le *feuillet* a de grandes lames lon-

gitudinales, lesquelles vont à plus de trente, dans les mouton, de quatre-vingts, dans le bœuf, etc.; et l'on a vu, de l'autre, que les aliments sont mâchés une première fois; déglutis une première fois; qu'ils font alors un certain séjour dans les deux premiers estomacs; qu'ils s'y ramollissent; qu'ils s'y macèrent; qu'ainsi macérés et ramollis, ils sont ramenés à la bouche; qu'ils y sont soumis à une seconde mastication; qu'ils sont déglutis une seconde fois; et qu'alors ils sont comme disséminés dans les trois premiers estomacs, d'où ils arrivent enfin dans le dernier de tous, ou la *caillette*, où, après tant de préparations et de modifications, se fait leur conversion définitive en chyme.

7. D'une part donc, la multiplication des surfaces de l'appareil, et, de l'autre, la division des parties de l'aliment sont portées le plus loin possible; et la combinaison de ces deux moyens explique pourquoi aucun autre genre d'animaux, même parmi les animaux herbivores, n'offre une fonction digestive aussi énergique et aussi puissante que l'est celle des *animaux ruminants*.

8. Le *but* de la *rumination*, ou double manducation, est donc de faire que, dans des animaux où l'*appareil* de la digestion est si développé, la *division des aliments* réponde au développement de l'appareil.

EXPÉRIENCES

SUR

LE DÉVELOPPEMENT DE L'ÉLECTRICITÉ

PAR LA PRESSION ;

LOIS DE CE DÉVELOPPEMENT.

PAR M. BECQUEREL.

Exposé des phénomènes.

COULOMB, dans une suite de recherches sur le développement de l'électricité par friction, a été conduit à conjecturer que la dilatation et la compression éprouvées par les particules des surfaces des corps avaient une influence déterminante sur la nature de l'électricité développée sur chacune d'elles. M. Biot, dans son *Traité de Physique*, rapporte, d'après les manuscrits de ce célèbre physicien, les observations qui le mirent à même de fonder cette conjecture.

Une expérience faite par M. Libes avec le taffetas gommé, semble d'accord avec cette manière de voir. Cette expérience consiste à prendre un disque de métal qu'on tient par un manche isolant, et à le presser sur un taffetas gommé : le

taffetas acquiert l'électricité vitrée, et le disque l'électricité résineuse. L'effet est d'autant plus marqué que la pression est plus forte; mais il cesse aussitôt que le taffetas a perdu cette glutinosité qui rend sa surface facilement compressible. Si, au contraire, on passe le métal avec frottement sur le taffetas, c'est le métal qui prend l'électricité vitrée, et le taffetas l'électricité résineuse. Le but que je me propose, dans l'examen des phénomènes électriques de pression, n'est pas de rechercher s'ils sont dus à une autre cause que celle qui produit le dégagement de l'électricité par frottement, mais bien de voir comment agit la pression, considérée comme un des éléments du frottement. Le frottement effectivement est une suite non interrompue de pressions; le dégagement d'électricité qui en résulte doit donc être égal à la somme des quantités d'électricité dues à ces pressions successives, moins celles qui se sont recomposées, pour former du fluide naturel, pendant la durée infiniment petite de chaque pression. Ce mode d'action est donc un phénomène plus composé que la pression.

Ayant eu occasion de répéter les observations de M. Haüy sur les propriétés électriques que la simple pression entre les doigts imprime au spath d'Islande et à quelques autres substances minérales, je fus frappé des effets divers que produisaient les corps plus ou moins flexibles entre lesquels on les pressait; je voulus d'abord examiner, dans ces expériences et dans les précédentes, quelle pouvait être l'influence propre de la condensation des parties sur le développement de l'électricité, non-seulement dans les minéraux, mais dans d'autres corps susceptibles comme eux d'éprouver cet effet: j'ai été conduit ainsi à un résultat général qui me semble

pouvoir devenir par la suite susceptible de jeter quelque jour sur les causes encore inconnues du développement de l'électricité. Ce résultat peut s'énoncer de la manière suivante : Quand deux corps de nature quelconque, dont l'un est élastique, étant isolés, sont pressés l'un contre l'autre, ils se constituent dans deux états électriques différents; mais ils ne sortent de la compression, chacun avec un excès d'électricité contraire, qu'autant que l'un des deux corps n'est pas ce qu'on appelle un bon conducteur. L'effet ainsi produit dans ce dernier cas est incomparablement plus énergique que ceux que donne un simple contact dans les expériences de Volta.

Le moyen le plus simple pour obtenir ces résultats consiste à former avec les substances que l'on veut éprouver de petits disques d'une épaisseur de quelques millimètres; on les adapte à des manches parfaitement isolants (1); puis, prenant ces manches dans chaque main, on presse les substances l'une contre l'autre en évitant tout frottement latéral. Après les avoir retirées du contact, on essaie à l'électroscope l'électricité qu'elles ont pu acquérir : un seul contact suffit d'ordinaire pour faire fuir le petit disque de l'électroscope de Coulomb. Quelquefois l'électricité est si forte que le disque

(1) Chaque manche se compose d'un tube plein en verre, recouvert d'un vernis à la gomme laque, et terminé par une poignée en bois dont on se sert pour éviter le frottement de la main sur le verre. Les petits disques sont fixés à l'extrémité des tubes avec de la gomme laque. Avant de se servir de cet instrument, il est bon d'essayer à l'électroscope si le manche donne quelque signe d'électricité. Dans le cas où l'on en trouve, il suffit, pour la faire disparaître, de le chauffer à la flamme d'une bougie pendant quelques instants.

attire immédiatement les petits corps légers qu'on lui présente. Supposons, par exemple, deux disques isolés, l'un de liége, l'autre de caoutchouc; après la pression, le caoutchouc a acquis l'électricité résineuse, le liége l'électricite vitrée. Pressons de même le liége sur une écorce d'orange, l'un et l'autre isolés : le liége prend l'électricité vitrée, et l'écorce d'orange l'electricité résineuse. Enfin, l'orange, pressée sur le caoutchouc prend l'électricité vitrée, et donne au caoutchouc l'électricité résineuse.

La pression exercée sur des substances minérales isolées produit des effets analogues. Le spath d'Islande, la chaux sulfatée, la chaux fluatée, la baryte sulfatée, etc., pressés par le disque de liége, prennent un excès d'électricité vitrée, tandis que le disque de liége acquiert un excès d'électricité résineuse. Le disthène, le retinasphalte, au contraire, ont l'électricité résineuse.

La houille, le succin, le cuivre, le zinc, l'argent, etc., pressés par le disque de liége isolé, reçoivent un excès d'électricité résineuse, et le liége un excès d'électricité vitrée.

Dans toutes les expériences précédentes les deux substances pressées étaient isolées, afin que l'on pût étudier séparément l'espèce d'électricité acquise par chacune d'elles; mais, comme on devait s'y attendre, les mêmes effets ont encore lieu quand un seul corps est isolé et que l'autre communique avec le réservoir commun. Alors le corps isolé acquiert par la pression la même espèce d'électricité que lorsque le corps sur lequel on le pressait était isolé : seulement l'électricité acquise par celui-ci ne peut être aperçue, puisqu'elle s'écoule dans le sol.

Les fruits même, tels que l'orange, par exemple, étant

légèrement comprimés par le disque de liége isolé, lui communiquent un excès d'électricité vitrée. A mesure que le fruit se dessèche, la faculté d'électriser le liége diminue. Lorsque la maturité lui donne toute l'élasticité dont il est susceptible, sans que sa surface s'humecte par décomposition, alors sa faculté paraît être dans toute sa force.

Le liége isolé appliqué par pression sur toutes les parties des animaux, pourvu qu'elles ne soient pas humides, reçoit un excès d'électricité résineuse. Les cheveux et les poils des animaux lui en donnent à peu près autant que le ferait le spath d'Islande; mais il est d'une nature contraire.

Les liquides imparfaits, lorsqu'ils sont sensiblement compressibles, donnent des résultats analogues. Le liége, légèrement pressé sur l'huile de térébenthine épaissie au feu, sort de la compression avec un excès d'électricité résineuse.

Jusqu'à présent je n'ai considéré que la pression d'un disque de liége sur différentes substances; mais j'obtiendrais des résultats semblables en pressant des disques de peau, d'amadou, etc., de moelle de sureau sur ces mêmes substances.

Les corps qui ont acquis une électricité par pression la conservent plus ou moins long-temps, selon le degré de leur faculté conductrice. M. Haüy a trouvé que le spath d'Islande donnait encore quelque signe d'électricité au bout de onze jours. D'autres corps sont tellement conducteurs, qu'ils cèdent à ceux avec lesquels ils sont en contact, quand ils ne sont pas isolés, l'excédant d'électricité qu'ils ont acquis. La baryte sulfatée de Royat est de ce nombre; il est nécessaire de l'isoler parfaitement pour qu'elle conserve son électricité. Un cristal soumis à l'expérience possédait encore la faculté

électrique au bout d'une demi-heure. Il est assez probable que la conservation de l'électricité sur les corps est proportionnelle à leur faculté conductrice.

Cette conservation de l'électricité dans certains corps, malgré l'action absorbante de l'air, et même malgré le contact des substances humides qui les environnent, tient probablement à ce que l'électricité développée à la surface de ces corps agit sur les électricités naturelles de leurs masses, les décompose, attire celle de nom contraire et repousse l'autre dans le centre de la masse, de manière à transformer les corps en véritables condensateurs, précisément comme lorsqu'on pose un plateau électrisé sur le plateau de marbre du condensateur de Volta.

Des Causes qui modifient le développement de l'électricité par la pression.

Dans l'exposé que je viens de présenter des phénomènes électriques produits par la pression, je n'ai fait seulement qu'indiquer les moyens de répéter les expériences, sans parler des causes qui peuvent modifier les résultats.

Le pouvoir plus ou moins conducteur des deux corps pressés influe nécessairement sur la quantité d'électricité produite. Par exemple, si l'on presse l'un contre l'autre un disque de moelle de sureau et un autre de métal, chacun de ces disques n'acquiert aucun excès d'électricité au sortir de la compression, et il en est de même toutes les fois que les substances pressées sont conductrices de l'électricité : chacune d'elles ne possède que la quantité d'électricité due au contact. En général, plus les deux corps approchent

d'être bons conducteurs, plus il devient difficile d'obtenir de l'électricité par la pression.

Nous ignorons ce qui se passe dans cette action : cependant les phénomènes électriques que nous avons observés nous permettent de hasarder quelques conjectures à cet égard. Il paraîtrait qu'au moment de la pression il se forme un nouvel état d'équilibre entre les deux fluides qui composent le fluide électrique naturel : l'électricité positive occupe l'une des surfaces de contact, et l'électricité négative l'autre; tant que dure la pression, ces deux fluides sont neutralisés l'un par l'autre, et ils ne peuvent franchir la surface de contact. Ainsi ces deux fluides, malgré l'attraction réciproque de leurs molécules, malgré leur tendance plus ou moins grande à passer d'un corps dans l'autre, trouvent dans la pression, et uniquement dans la pression, une force qui neutralise ces deux actions. En effet, si les corps sont parfaits conducteurs, aussitôt qu'une diminution de pression a eu lieu, les deux fluides se combinent instantanément, quelque grande que soit la vitesse de séparation : au contraire, si l'un des deux corps ne jouit pas pleinement de la conductibilité, une diminution de pression n'entraîne pas sur-le-champ la recomposition des deux fluides, dont le dégagement était dû à la pression perdue. Cette recomposition mettra plus ou moins de temps à se faire suivant le degré de conductibilité des deux corps pressés; de sorte qu'en définitive on ne trouvera sur chacun des corps que la quantité d'électricité due à la pression restante. Par exemple, prenons deux corps isolés, tels qu'un disque de liége et un cristal de baryte sulfatée convenablement disposé; pressons-les l'un contre l'autre avec une pression p; diminuons la

pression d'une quantité p'; les deux corps se trouveront donc sous l'action d'une pression $p-p'$; retirons immédiatement les deux corps de la compression, on trouvera sur chacun d'eux un excès d'électricité contraire plus grand que celui relatif à la pression $p-p'$. Il est bien évident que cette plus-value est uniquement due à la pression perdue, puisque les corps n'ont pas cessé d'être en contact, et que la pression a été opérée sans frottement latéral.

Les deux fluides développés par la pression sont réellement en équilibre à la surface de contact; car je me suis assuré par des expériences très-précises que chacun des deux corps, pendant la durée de la pression, ne donnait absolument aucun signe d'électricité.

En général, on peut dire que plus les corps approchent d'être bons conducteurs, plus la vitesse de séparation doit être grande pour éviter que les deux fluides ne se recombinent; il est probable que, dans le cas où les corps conduisent parfaitement l'électricité, il faudrait que la vitesse de séparation fût infinie.

L'expérience suivante donne une idée de l'influence de la vitesse de séparation dans le développement de l'électricité. Pressez un disque de liége isolé sur une orange, et retirez-le ensuite vivement : il emportera avec lui un excès d'électricité vitrée assez considérable; mais si, au lieu de retirer le disque vivement, on ne le fait que plus ou moins lentement, on reconnaît de suite que la quantité d'électricité développée pour la même pression va toujours en diminuant, jusqu'à devenir insensible quand la vitesse est très-faible. Nous parlerons plus tard d'un appareil à l'aide duquel on peut répéter ces expériences d'une manière très-précise. Nous verrons

qu'il existe pour chaque corps et pour chaque pression une vitesse qui donne un maximum d'électricité.

D'après ces considérations, on peut dire que deux corps quelconques, conducteurs ou non de l'électricité, pressés l'un contre l'autre, se constituent toujours dans deux états électriques différents ; mais ces corps, après leur séparation, ne possèdent la quantité d'électricité due à la pression qu'autant que la vitesse de séparation est convenable, c'est-à-dire, est assez considérable pour que les deux fluides ne puissent se recombiner.

Le calorique paraît jouer un grand rôle dans les phénomènes dont nous nous occupons, puisqu'il les modifie d'une manière toute particulière. On sait déja depuis long-temps que plus on élève la température d'un corps, plus il tend à acquérir l'électricité résineuse par son frottement avec un autre corps non conducteur. C'est ainsi qu'en élevant suffisamment le température du spath d'Islande, qui est éminemment positif, on finit par lui faire acquérir l'électricité résineuse quand on le presse légèrement avec le disque de liége. L'expérience suivante fera connaître aussi l'influence du calorique dans les expériences électriques de pression : Prenez un bouchon de liége bien sec, coupez-le par la moitié avec un instrument bien tranchant, et pressez les deux parties l'une contre l'autre, suivant les deux surfaces mises à découvert : chacune d'elles prendra assez ordinairement un excès d'électricité contraire au sortir de la compression ; mais on trouvera aussi quelquefois qu'elles n'ont acquis aucun excès d'électricité, quelque grande qu'ait été la vitesse de séparation. Dans ce cas, si l'on élève la température de l'un des deux disques en le chauffant légèrement à la flamme d'une

bougie, l'un et l'autre deviennent aussitôt électriques par la pression. Deux morceaux de spath d'Islande à température égale ne sont pas non plus électriques par pression : une légère différence de température entre les deux suffit pour leur donner la propriété de devenir électriques. De ces deux expériences on peut conclure que deux corps de même nature ayant la même température et dont l'état des particules des surfaces est semblable, deux corps enfin identiquement les mêmes, ne doivent donner par la pression aucun développement d'électricité. On conçoit que cela doit être ainsi, puisque tout est semblable de part et d'autre. Si les deux disques de liége provenant du même morceau donnent quelquefois de l'électricité par la pression, cela tient à ce que les deux surfaces ne sont pas identiquement les mêmes.

En tenant la température d'un des disques plus élevée que celle de l'autre, la pression, comme nous venons de le dire, constitue chacun d'eux dans deux états électriques différents; mais si la pression dure assez de temps pour que l'équilibre de température s'établisse entre les deux corps, alors, au sortir de la compression, chacun d'eux n'a point acquis d'électricité. On voit donc que le développement d'électricité n'a lieu ici que pendant le passage du calorique d'un corps à l'autre; une fois qu'il a cessé, on n'a plus d'effets électriques.

Ainsi donc, quand deux corps pressés l'un contre l'autre sortent de la compression sans électricité sensible, avant de prononcer sur leur non faculté, il faudra s'assurer si un changement de température dans l'un des deux ne suffit pas pour les rendre électriques.

L'eau hygrométrique, qui adhère ordinairement à la sur-

face des corps, anéantit quelquefois la propriété électrique de pression; par exemple, la baryte sulfatée, la chaux sulfatée, le mica, etc., doivent être privés de cette eau avant d'être soumis à l'expérience; sans cette précaution, on n'obtient aucun développement d'électricité : faute de l'avoir prise, quelques savants ont prétendu que ces substances n'étaient pas électriques par pression.

Dans certains cas, il est nécessaire d'avoir égard aux dimensions des disques; par exemple, quand on presse le spath d'Islande avec un disque isolé de métal, si ce disque a une certaine étendue, le développement est nul, tandis que s'il a un millimètre de diamètre, le spath prend sur-le-champ un excès d'électricité vitrée.

Le défaut de poli dans le spath d'Islande change tout-à-fait ses propriétés électriques : de très-mauvais conducteur de l'électricité qu'il était d'abord, il acquiert la faculté de conduire ce fluide; de sorte qu'il est nécessaire de l'isoler si l'on veut qu'il conserve l'électricité acquise par la pression. Sa sensibilité électrique est alors assez considérable.

En résumant, on voit que les résultats électriques de pression sont modifiés par la température des corps, la vitesse de séparation, leur état hygrométrique, l'état des particules de leurs surfaces, etc.

Rapprochement entre les phénomènes électriques par pression, et ceux que présente l'exfoliation de certaines substances minérales.

On sait que deux lames de mica, séparées brusquement dans l'obscurité, donnent lieu à un dégagement de lumière.

On s'en était tenu à cet effet; mais si l'on a la précaution de faire l'expérience en fixant à chaque lame, au moyen d'un peu de mastic, un manche isolant, on reconnaîtra que chaque lame, en se séparant, emporte avec elle un excès d'électricité contraire, et que cet excès est d'autant plus grand que la séparation a été plus vive. On obtient toujours ces résultats, quelque mince que soit la lame de mica; ainsi il est probable qu'on l'aurait encore en séparant deux molécules l'une de l'autre.

Le talc feuilleté de Saint-Gothard et la chaux sulfatée limpide de Montmartre donnent par l'exfoliation des résultats électriques semblables; et il est probable que si l'on avait les moyens de séparer vivement, c'est-à-dire, de cliver à la manière du mica toutes les substances cristallisées non conductrices de l'électricité, chacune des parties sortirait avec un excès d'électricité contraire, et je ne doute pas que l'intensité de l'électricité développée par la même force de séparation ne fût en rapport avec l'énergie de l'action moléculaire.

Une carte dédoublée présente des effets analogues. On voit donc que, lorsqu'on exfolie certaines substances cristallisées, on obtient des effets électriques analogues à ceux que donnent deux substances qui sortent de la compression : l'influence de la vitesse de séparation se fait également sentir dans ces deux modes d'action. Le dégagement de l'électricité ne serait-il pas dû, dans l'un et l'autre cas, à la destruction de l'attraction moléculaire? S'il en était ainsi, l'effet de la pression étant d'augmenter cette attraction, il s'ensuivrait que plus on comprimerait les corps, plus le dégagement de l'électricité devrait être grand; c'est précisément ce qui arrive, comme nous le verrons plus loin.

Deux lames de mica détachées du même morceau, étant rapportées et pressées de nouveau, sortent de la compression dans deux états électriques différents semblables à ceux primitivement obtenus; mais cette propriété ne dure que peu d'instants après l'exfoliation. Si on veut la leur rendre, il est nécessaire d'élever la température de la lame qui fournissait l'électricité négative des lames. Il semble résulter de là que, lorsqu'on sépare brusquement deux lames minces de mica, chacune d'elles n'a pas la même température, puisque au bout de quelques instants, c'est-à-dire lorsque les deux lames ont dû se mettre en équilibre de température, il est nécessaire de chauffer légèrement l'une d'elles pour que la pression développe de l'électricité : cela est conforme à ce que nous avons dit sur ce qui se passe quand on presse l'un contre l'autre deux corps identiques en tout point. Il serait à désirer que l'on pût vérifier directement par l'expérience si réellement chaque lame n'a pas la même température immédiatement après leur séparation.

La chaux sulfatée exige certaines précautions avant de devenir électrique par exfoliation; il est nécessaire d'abord de lui enlever son eau hygrométrique et ensuite d'élever sa température si on veut que le phénomène soit sensible.

Le mode de dégagement de l'électricité par exfoliation ne paraît convenir, à très-peu d'exceptions près, qu'aux substances régulièrement cristallisées; il n'est pas le résultat d'un simple déchirement; car un tube de verre, un bâton de gomme laque étant brisé, chaque partie ne possède aucune électricité.

Lois du développement de l'électricité par la pression.

On ignore encore si la cause des phénomènes électriques est une matière émise, ou bien si elle est simplement le résultat d'un mouvement vibratoire imprimé aux molécules des corps : l'incertitude où l'on est à cet égard prouve qu'un voile épais couvre encore les phénomènes relatifs au dégagement de l'électricité. On connaît déja plusieurs propriétés physiques importantes de l'électricité, entre autres les attractions et répulsions, et les lois suivant lesquelles elles ont lieu; sa distribution sur des corps conducteurs, soit isolés, soit soumis à l'influence d'autres corps électrisés; mais l'on n'a encore fait aucune recherche sur les lois du dégagement du principe électrique : un semblable travail exigeait un moyen d'électriser simple et facile à être mesuré; on le trouve dans la pression.

On a fait voir, par un grand nombre d'expériences, que deux corps convenablement disposés et pressés l'un contre l'autre sortent de la compression dans deux états électriques différents; que si l'on trouve des exceptions à cette règle, elles proviennent uniquement de ce que la vitesse avec laquelle on sépare les corps n'est pas assez considérable pour que les deux fluides ne puissent pas se recombiner, et qu'il faudrait, dans le cas de la conductibilité parfaite des deux corps, que la vitesse de séparation fût infinie.

Le dégagement de l'électricité par pression est modifié, comme nous l'avons vu, par la nature des corps, l'état de leurs surfaces, leur état hygrométrique, le degré de pression, la vitesse de séparation et la température. Il est donc

nécessaire d'étudier l'influence de chacune de ces causes, si l'on veut arriver à connaître la part que chacune d'elles a à la production du phénomène.

Jusqu'à présent les recherches sur le développement de l'électricité se sont bornées à découvrir les moyens de mettre en mouvement le principe électrique, et à rechercher les circonstances dans lesquelles ce phénomène était modifié; mais l'on n'a nullement essayé d'en mesurer les effets quand l'une des causes influentes variait. Certes, c'est déja beaucoup de découvrir un phénomène; mais la question n'est résolue qu'à moitié, si l'on n'y joint pas la loi suivant laquelle il s'opère; cette loi embrasse dans son ensemble tous les cas particuliers, qui en deviennent alors des conséquences immédiates.

On sait, par exemple, que le frottement, la chaleur, l'évaporation, etc., sont autant d'actions qui laissent dégager de l'électricité; mais quelle est l'intensité de ce dégagement, quand le frottement est plus ou moins rapide, quand la température est plus ou moins élevée? C'est ce qu'on ignore. Le frottement, qui est un phénomène composé, se prête moins bien à des recherches de ce genre que la pression, qui est un mode d'action plus simple. On peut effectivement augmenter ou diminuer son intensité d'une valeur déterminée; et, en comparant les quantités d'électricité qui en résultent, on en déduit le rapport entre les pressions et les intensités électriques correspondantes. C'est ce rapport qui constitue une des lois du dégagement de l'électricité par pression. Je ferai ensuite observer que la pression étant un des éléments du frottement, il est naturel d'examiner d'abord comment elle agit sur les phénomènes, pour être à même ensuite de tirer quelques inductions sur les effets de frottement.

Description de l'appareil qui sert à mesurer les effets électriques produits par la pression.

De semblables recherches exigent un appareil avec lequel on puisse varier à volonté les causes qui influent sur le développement de l'électricité, et qui permettent d'en mesurer les effets : cependant nous n'aurons égard pour le moment qu'à la variation d'une des causes influentes, et nous supposerons toutes les autres constantes. Ainsi, nous agirons sur des corps dont le poli, la température et l'état hygrométrique seront sensiblement les mêmes : nous ne ferons donc varier que la pression. S'il en était autrement, il serait impossible de distinguer la part que chacune des causes influentes aurait eue sur la production de l'électricité, etc.

L'appareil suivant remplit les conditions nécessaires : on prend une balance électrique que l'on place sur une planchette horizontale *gg*, fig. 1, recouverte d'une glace ; cette planchette est suspendue à l'aide de deux montants verticaux *hh* à une traverse AA, d'un fort châssis en bois AABB. La cloche *oo* de la balance est percée dans sa partie supérieure d'une ouverture *ii*, par laquelle on fait passer un tube de cuivre qui descend dans son intérieur et qui est maintenu à la traverse horizontale par de fortes vis. A l'extrémité de ce tube, on fixe un appareil *co* composé de deux petits plans circulaires en cuivre qui peuvent se rapprocher au moyen de trois vis, et dont le plan inférieur est percé à son centre d'une ouverture de deux centimètres ; c'est entre ces deux plans qu'on place le corps qui doit être soumis à la pression. Ce petit appareil communique au réservoir commun par le

moyen d'une chaîne métallique pour l'écoulement de l'électricité. Quand on veut élever la température du corps, on verse dans le tube de cuivre *bb* un liquide suffisamment chauffé.

On pratique aussi deux ouvertures dans la planchette : l'une, d'environ un décimètre de diamètre, pour l'usage intérieur de la balance, peut être fermée à volonté avec une capsule en verre dont le bord est revêtu d'une douille à vis; cette capsule est aussi destinée à recevoir les substances qui absorbent l'humidité de l'intérieur de la balance : l'autre ouverture *uu* sert à passer un petit tube en verre, recouvert d'un vernis à la gomme laque et portant à son extrémité supérieure le corps qui doit presser celui placé entre les deux plans circulaires; ensuite, quand on veut exercer la pression, on pose ce tube, au moyen d'un petit pied, sur une des extrémités d'un fléau de balance, dont l'autre est disposée pour recevoir les poids nécessaires à la production de la pression. L'ouverture pratiquée dans la planchette est suffisamment grande pour que ses mouvements ne soient pas gênés; de plus, afin d'empêcher la communication de l'air extérieur avec celui renfermé dans la cage de la balance électrique, on fixe, au moyen d'un anneau, autour de l'ouverture, un cylindre en baudruche, au milieu duquel passe le petit tube et dont les dimensions sont telles, que la peau légère dont il est formé ne gêne nullement les mouvements du petit tube. Le fléau de la balance se hausse et se baisse à volonté à l'aide d'une vis de pression. Ensuite on dispose l'appareil de manière que le fléau soit dans une direction horizontale, lorsque les deux corps soumis à la pression ne font que se toucher. Les choses étant ainsi disposées, on

exerce la pression ; puis, pour retirer les corps de la compression, on se sert de deux ressorts disposés de manière à recevoir une tension déterminée. Les ressorts, revenant à leur état primitif, entraînent avec eux le fléau ; les corps se trouvent donc sortir de la compression avec une vitesse égale à la tension du ressort. Le corps placé à l'extrémité du tube étant sorti de la compression, il faut pouvoir le présenter au disque de clinquant suivant sa plus grande surface ; on y parvient en formant ce tube de deux pièces, et les réunissant au moyen d'une charnière à boulon. Passant ensuite ce tube qui est plein dans un autre tant soit peu plus large, les deux parties se trouvent en ligne droite. Veut-on présenter le corps au disque de clinquant, on retire un peu le petit tube de son enveloppe, et aussitôt la partie supérieure trébuche.

Le plus souvent l'excès d'électricité acquis par chacune des substances au sortir de la compression est très-faible : si l'on prenait par conséquent pour fil de torsion un fil d'argent tel que Coulomb l'a employé dans ses expériences, la répulsion serait peu sensible et même quelquefois nulle ; il faut donc le remplacer par un autre qui ait une force de torsion bien plus faible. Les fils de platine d'une grande finesse, tirés à la filière à la manière de M. Wollaston, remplissent parfaitement ce but ; mais il faut avoir la précaution de choisir le degré de finesse convenable ; car je me suis assuré que, lorsque ces fils ont atteint un certain degré de ténuité, la torsion d'un petit angle dérange assez l'agrégation des molécules, pour que celles-ci ne reprennent plus leur position primitive d'équilibre. Il en résulte que les oscillations d'un pendule horizontal suspendu à l'extrémité de

ce fil ne sont plus isochrones : on doit donc les rejeter.

L'un des corps est placé entre les deux plans en cuivre et poli sur une de ses faces, et l'autre, que l'on prend ordinairement de liége ou de moelle de sureau dans les expériences comparatives, a la forme d'un petit disque de très-peu d'épaisseur et de même diamètre que le disque de clinquant de la balance. Il suit de là que lorsque ces deux disques, après avoir été ramenés au zéro de l'échelle, sont en contact, il y a partage égal d'électricité : la répulsion a lieu aussitôt, et on en mesure l'effet au moyen d'une circonférence de cercle divisée, tracée sur la planchette horizontale. La forme plus ou moins cylindrique de la cage ne peut donc altérer en rien la valeur des degrés. On détermine exactement la position du bras de levier qui porte le disque de clinquant, au moyen d'une règle verticale posée sur un pied circulaire, que l'on promène le long de la circonférence de cercle, et dont le centre correspond au prolongement du fil de torsion.

Voyons maintenant où conduit le partage égal d'électricité entre les deux disques : on sait que la force totale de la répulsion varie pour chaque distance dans le même rapport que les quantités d'électricité qui contribuent à cette répulsion; il est donc nécessaire que l'expression de son énergie, qu'on appelle *réaction électrique*, soit proportionnelle au produit de ces deux quantités. Or, représentons par x l'excès d'électricité acquise par le disque de liége ou de moelle de sureau au sortir de la compression : aussitôt après le contact avec le disque de clinquant, l'un et l'autre posséderont un excès d'électricité $\frac{1}{2}x$; la réaction électrique sera donc exprimée par $\frac{1}{4}x^2$; mais cette même réaction est don-

née directement par l'expérience, puisque l'arc de cercle qui mesure l'écart des deux disques lui est proportionnel en tant que cet arc peut être pris pour sa corde; ce qui peut toujours se faire en tordant convenablement le fil de suspension. Soit e cet arc, on aura $e = \frac{1}{4} x^2$; d'où $x = 2\sqrt{e}$. Telle est la valeur de la quantité d'électricité acquise par le disque de moelle de sureau après une pression P. Pour une autre pression P' on aura $x' = 2\sqrt{e'}$; mais si l'on ramène par la torsion, dans les deux expériences, les deux disques à la même distance, les valeurs de x et x' deviendront comparables, et on en déduira le rapport des intensités électriques dues à des pressions différentes.

Cette manière de déterminer la quantité d'électricité produite par une pression quelconque peut être employée toutes les fois que la répulsion du disque de clinquant, après le partage de l'électricité, est mesurée par un arc d'un certain nombre de degrés; mais souvent le développement de l'électricité est si faible que la réaction électrique devient inappréciable, malgré la grande sensibilité de torsion du fil de platine. Il faut donc avoir recours à un autre expédient: il suffit pour cela de donner au disque de clinquant une quantité d'électricité dont on puisse déterminer à chaque expérience l'intensité; alors tous les résultats deviendront comparables; on place dans la cage de la balance un second disque de clinquant de même diamètre que le premier et isolé de même; on l'électrise au moyen d'un fil de laiton qui traverse la cage; ensuite on met en contact les deux disques de clinquant en tournant convenablement le tambour qui porte le micromètre; il y a de suite partage égal d'électricité, puis répulsion. On tourne de nouveau le mi-

cromètre pour ramener les deux disques à une distance mesurée par un petit arc, tel que 10°, qui puisse être pris pour sa corde. Soit a le nombre des degrés dont on a tordu le fil, $\sqrt{10^\circ + a}$ représentera la quantité d'électricité possédée par chaque disque de clinquant. Les choses étant ainsi disposées, retirons les deux corps de la compression, et plaçons le disque de liége, qui est censé avoir acquis un excès d'électricité de même nature que celle communiquée au disque de clinquant, au zéro du cercle horizontal, en y ramenant aussi le disque de clinquant qui possède une quantité d'électricité $\sqrt{10^\circ + a}$, il y aura répulsion; ramenons encore par la torsion les deux disques à une distance angulaire de 10°, et soit d le nombre de degrés dont il faudra tordre pour cela le fil, on aura évidemment, en représentant par y l'excès d'électricité possédé par le disque de liége ou de sureau, $y.\sqrt{10+a} = 10 + d$; d'où :

$$y = \frac{10+d}{\sqrt{10+a}};$$

telle est l'expression de la quantité d'électricité due à une pression P. Pour une autre pression P′, on aura :

$$y' = \frac{10+d'}{\sqrt{10+a'}},$$

y', a', d' étant des quantités analogues à y, a et d. Donc les intensités électriques provenant de deux pressions P et P′ sont entre elles comme :

$$\frac{10+d}{\sqrt{10+a}} : \frac{10+d'}{\sqrt{10+a'}}.$$

Usage de l'appareil.

Les surfaces des corps soumis à la pression doivent être, autant que possible, dans un état semblable de poli; sans cette précaution les résultats électriques ne seraient pas comparables, puisque le plus ou moins de poli influe singulièrement sur la quantité d'électricité développée. Si ce sont des substances minérales, on les taille en plaques minces et on leur donne tout le poli que l'art peut atteindre, ou bien, ce qui est préférable, on les clive naturellement quand elles en sont susceptibles : ensuite on lave la surface avec de l'alcool pour enlever les matières grasses, et on laisse séjourner le corps pendant quelque temps dans l'air sec de la balance, pour enlever la petite couche d'humidité qui adhère ordinairement à la surface de tous les corps. Cette précaution est indispensable; car certaines substances, telles que la baryte sulfatée cristallisée, le mica, la chaux sulfatée, etc., ne sont électriques par pression qu'autant qu'elles ont été préalablement desséchées.

A l'instant où l'on place les deux corps l'un sur l'autre, il faut éviter avec le plus grand soin qu'ils n'éprouvent point de frottement; car il en résulterait une complication d'effets dont on ne pourrait rendre compte. On remplit cette condition en posant ces corps de manière à ce que le fléau de la balance n'éprouve d'oscillation dans aucun sens; on fixe pour cela au pied de l'appareil une tige verticale qui monte et descend au moyen d'un engrenage à crémaillère, et qui est terminée à sa partie supérieure par une fourchette dans laquelle on place un des bras du fléau de la balance. Cet engrenage est tellement disposé, que le fléau de la balance

peut monter et descendre sans oscillations latérales. De plus, pour être bien certain que le plus petit frottement n'a pas influé sur la quantité d'électricité due à la pression, on laisse subsister la pression pendant quelque temps (1).

Il est très-difficile de déterminer la loi des intensités électriques dues à une même pression et à des vitesses de séparation différentes : les recherches que cette loi exigerait ne peuvent être faites avec l'appareil dont nous nous servons; mais on trouve facilement la loi des intensités électriques qui résultent de différentes pressions et de vitesses de séparation donnant le *maximum* d'effet. Supposons donc que par des expériences préliminaires on ait déterminé les vitesses *maxima,* et voyons ce qui arrive quand les pressions croissent. Prenons diverses substances, et pressons-les toutes avec le même disque de sureau.

---

(1) Dans les expériences qui ont pour but de déterminer le rapport entre les densités électriques et les pressions correspondantes, on doit éviter de soumettre à la pression des substances à l'égard desquelles de légères altérations dans les surfaces pressées apporteraient de grandes différences dans les quantités d'électricité développées. Par exemple, le liége et la moelle de sureau ne pourraient convenir, parce que le plus petit changement de température dans l'un de ces deux corps suffit souvent pour modifier considérablement le développement de l'électricité; il faut prendre des substances telles que la baryte sulfatée et le liége.

SUBSTANCES PRESSÉES....	Le spath d'Islande clivé naturellement; Le liége.				
PRESSIONS.	VITESSES donnant le *maximum.*	VALEURS de *a.*	VALEURS de *d.*	Intens. élec. déduites de la formule $\frac{10 + d}{\sqrt{10 + a.}}$	MOYENNES.
1	.....	...	...	.....	(1,5)
2	.....	20	10	3,6	3,4
id.	.....	26	9	3,2	
3	.....	28	16	4,2	4,6
id.	.....	6	10	5,0	
4	.....	6	14	6,2	6,0
id.	.....	10	16	0,5	

On voit donc que, pour les pressions

	1	2	3	4,
les int. élect. sont x		3,4	4,6	6.

Les intensités électriques sont donc sensiblement proportionnelles aux pressions, puisqu'en supposant $x = 1,5$, on a des résultats qui diffèrent peu de ceux donnés par l'expérience.

Pressions.....	1	2	3	4.
Int. élect. calculées.	1,5	3,0	4,5	6.

Le spath d'Islande poli, soumis aux mêmes expériences que le spath d'Islande clivé naturellement, a constamment donné, pour une même pression, une quantité d'électricité moins forte que le second, dans le rapport de 2 à 6, c'est-à-dire que dans le spath d'Islande poli, la faculté électrique

par pression est à peu près le tiers de ce qu'elle est dans l'autre. Cette différence est remarquable, attendu que le poli dans les substances minérales augmente ordinairement le pouvoir électrique, tandis qu'il le diminue dans le spath d'Islande. L'état hygrométrique n'est pour rien dans cette différence, puisque le cristal a été privé d'eau avant l'expérience.

Soumettons à la pression d'autres substances :

SUBSTANCES PRESSÉES . . . . { La baryte sulfatée cristallisée, polie; Le liége.

PRESSIONS.	VITESSES.	VALEURS de a.	VALEURS de d.	Intens. élec. déduites de $\frac{10 + d}{\sqrt{10 + a}}$		Int. élec. calculées.
1	.....	...	...	.....		1,05
2	.....	10	1	2,0	2,1	2,1
id.	.....	10	0	2,2		
id.	.....	15	0	2,0		
3	.....	15	6,0	3,2	3,1	3,1
id.	.....	15	5,5	3,1		
id.	.....	6	2	3,0		
4	.....	15	12	4,4	4,2	4,2
id.	.....	20	13	4,2		
id.	.....	0	3	4,2		
6	.....	5	14	6,1	6,1	6,3
6	.....	10	18	6,2		

On voit encore, par les résultats consignés dans ce tableau, que les intensités électriques croissent proportionnellement aux pressions.

SUBSTANCES PRESSÉES....	Le quartz hyalin poli; Le liége.				
PRESSIONS.	VITESSES.	VALEURS de *a*.	VALEURS de *d*.	Intens. élec. déduites de $\frac{10 + d}{\sqrt{10 + a}}$.	
4	.....	1	3	4,1	3,9
id.	.....	30	29	3,3	
id.	.....	4	6	4,2	
id.	.....	26	15	4,1	

SUBSTANCES PRESSÉES....	La chaux sulfatée; Le liége.				
PRESSIONS.	VITESSES.	VALEURS de a.	VALEURS de d.	Intens. élec. déduites de $\frac{10+d}{\sqrt{10+a}}$	
4	.....	26	3	2,1	1,9
id.	.....	20	0	1,8	
id.	.....	6	2	2,0	
id.	.....	*id.*	*id.*	*id.*	

Soient $i\,i'\,i''\,i'''$ les intensités électriques du spath d'Islande, de la baryte sulfatée, du quartz hyalin et de la chaux sulfatée, on aura, pour la même pression, $i:i':i'':i''' :: 6:4,2:3,9:1,9$. On voit que la puissance électrique dans la chaux sulfatée est environ trois fois moindre que dans le spath d'Islande, c'est-à-dire que ces deux substances, sous la même pression du liége, emportent chacune un excès d'électricité positive, qui est trois fois plus fort dans le spath d'Islande que dans l'autre.

Ces expériences montrent que l'intensité électrique pour des pressions, depuis un kilogramme jusqu'à dix kilogrammes, est proportionnelle à la pression, c'est-à-dire que, pour une pression double, l'intensité électrique est double, etc.; bien entendu que la vitesse de séparation est telle dans chaque expérience qu'elle donne le *maximum* d'intensité électrique.

Cette proportionnalité s'étend-elle à des pressions beaucoup plus fortes, en employant toutefois des vitesses convenables? Il est assez difficile de résoudre cette question; car l'appareil avec lequel on opère ne permet d'employer que des pressions peu considérables : cependant, si le développement d'électricité est dû, comme il est probable, à la compression des deux corps, c'est-à-dire, au rapprochement des molécules, on conçoit que ce développement devra cesser de croître quand les molécules auront atteint un certain degré de compression. En effet, l'état des molécules, dans les corps, peut être assimilé à la force d'un ressort : il suit donc de là que plus les corps auront été comprimés, moins il deviendra facile de les comprimer de nouveau; il arrivera donc un certain point où les molécules ne pourront plus être rapprochées. Si les choses se passent ainsi, l'intensité électrique doit croître d'abord rapidement, et son accroissement diminuer ensuite lentement. Les expériences précédentes montrent que, dans les faibles pressions, les intensités électriques forment une progression géométrique croissante.

En supposant que la température fût constante, l'intensité électrique, pour une pression quelconque p, aurait une expression de la forme

$$ap \pm A\sqrt[m]{p},$$

dans laquelle a, A et m seraient trois quantités constantes pour le même corps, mais variables d'un corps à l'autre. m devrait être tel que, pour des valeurs peu considérables de p, le terme

$$A\sqrt[m]{p}$$

pourrait être négligé par rapport à ap. Si dans le spath d'Islande clivé naturellement $a = 1{,}5$, on aurait :

$$i = p.1{,}5 \pm A\sqrt[m]{p}.$$

Cette formule est tout-à-fait empirique.

En considérant la manière dont le développement de l'électricité croît dans les corps par l'augmentation de la pression, ne doit-on pas y rapporter certains phénomènes lumineux, dont on ne connaît pas encore bien l'origine? Par exemple, on dit que, dans les mers polaires, il arrive souvent que des blocs de glace, en se choquant, font rejaillir de la lumière. Ces blocs énormes arrivent à la rencontre des uns des autres avec des quantités de mouvement considérables; ils doivent donc éprouver une grande compression qui constitue chacun de ces blocs dans deux états électriques différents. Au moment où la compression cesse, les deux fluides se recombinent aussitôt à cause de la conductibilité de la glace. La lumière dégagée ne serait-elle pas due à la recomposition subite des deux fluides?

Le fer frappé à coups redoublés devient aussi lumineux; ne se produirait-il pas ici les mêmes phénomènes électriques de pression que lorsque deux morceaux de glace se choquent?

RÉSUMÉ.

En résumant ce que nous venons d'exposer, on voit que tous les corps se constituent dans deux états électriques différents par la pression; que dans deux corps parfaitement conducteurs, cet état d'équilibre cesse au moment

où la pression disparaît, tandis que lorsqu'un des corps n'est pas bon conducteur, l'effet de la pression subsiste pendant un temps plus ou moins long ; que la pression seule maintient l'équilibre des deux fluides placés sur chacune des surfaces, puisque, quand il y a diminution de pression et qu'au bout d'un certain temps l'on retire les corps de la compression, ils ne possèdent plus l'un et l'autre que la quantité d'électricité due à la pression restante; que le calorique modifie d'une manière toute particulière le développement de l'électricité; que l'intensité électrique croît d'abord en raison directe de la pression, et qu'il est probable que cette proportionnalité diminue dans les pressions élevées, à mesure que les corps perdent de la faculté de se comprimer; on voit enfin qu'il est probable que la lumière dégagée dans de grands chocs est due à la recomposition subite des deux fluides développés sur chaque surface au moment de la compression.

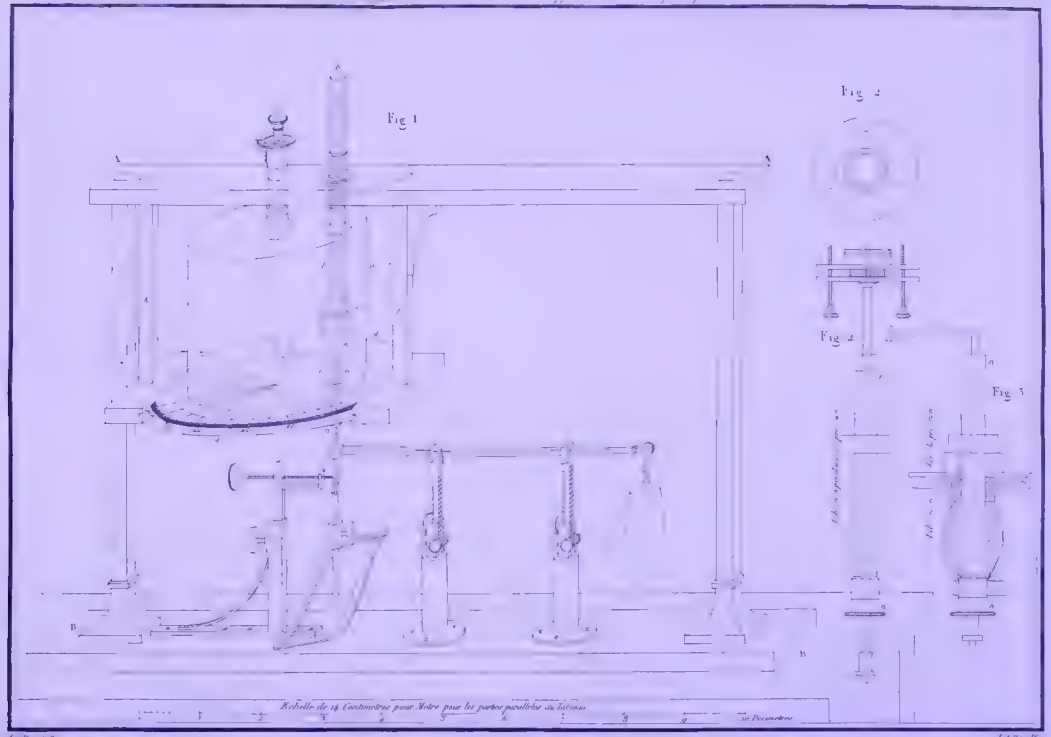


Fig 1
Fig 2
Fig 3
Fig 4
Échelle de 25 Centimètres pour Notre pour les parties parallèles du Tableau
10 Décimètres

CONSIDÉRATIONS GÉNÉRALES

SUR

LES DÉCOMPOSITIONS ÉLECTRO-CHIMIQUES ET LA RÉDUCTION DE L'OXIDE DE FER, DE LA ZIRCONE ET DE LA MAGNÉSIE, A L'AIDE DE FORCES ÉLECTRIQUES PEU CONSIDÉRABLES;

PAR M. BECQUEREL.

CHAPITRE PREMIER.

De l'action de la pile sur les dissolutions salines.

LORSQUE l'on réfléchit aux réactions chimiques qui ont lieu continuellement dans les organes des animaux et des végétaux, n'est-on pas conduit à admettre que la vitalité développe des forces particulières, électriques ou non, qui, faibles en apparence, produisent néanmoins des effets que l'on ne peut obtenir qu'avec des affinités d'une certaine intensité? L'acide carbonique, par exemple, qui joue un si grand rôle dans les phénomènes de la végétation, après avoir été absorbé par le parenchyme, les racines, les feuilles et la jeune écorce, est décomposé dans ces dernières par l'action de la végétation et de la lumière solaire; l'oxigène est rejeté en partie dans l'air, et le carbone reste dans les plantes, où il concourt à leur accroissement. L'affinité de l'oxigène pour le carbone, qui

est une des plus considérables que l'on connaisse, est cependant ici vaincue par des forces inconnues auxquelles on ne peut guère supposer une grande énergie, à moins de les rapporter à des forces chimiques agissant à l'état naissant. Nous ne pouvons donc expliquer encore les phénomènes de la vitalité, mais il y a des chances pour y parvenir, en essayant de produire sur des composés inorganiques de grands effets chimiques avec des forces électriques faibles, qui sont si répandues dans la nature. Si l'on n'y parvient pas, on a du moins l'espoir que de la comparaison des effets observés résulteront quelques vérités utiles à la solution de l'une des plus grandes questions de la philosophie naturelle.

Les expériences sur la décomposition des sels et des oxides par la pile ont été faites jusqu'ici dans une seule direction, car l'on s'est borné à soumettre ces corps à l'action de piles de plus en plus fortes pour séparer leurs parties constituantes, sans chercher ce qui se passe quand on opère avec des piles d'une faible intensité ; or ce dernier mode, quand il est employé convenablement, est capable de produire de grands effets. C'est ce principe qui m'a servi de point de départ dans le travail que j'ai l'honneur de présenter à l'Académie.

Je rappellerai d'abord les principales observations qui ont été faites sur les décompositions électro-chimiques. Aussitôt après la découverte de la décomposition de l'eau par Nicolson et Carlisle, MM. Berzelius et Hissinger observèrent le transport des acides et des bases dans les dissolutions salines. Davy ajouta à ces deux faits capitaux une foule de découvertes importantes qui l'ont fait regarder avec raison comme l'un des premiers fondateurs de l'électro-chimie; mais les

principes qu'il en a déduits éprouvent, dans certaines circonstances, des modifications qui produisent des effets particuliers auxquels il n'a pas fait attention.

Parmi les nombreuses et belles observations dont la science est redevable à cet illustre physicien, on remarque particulièrement celles qui suivent: 1° lorsque l'on soumet à l'action d'une pile composée d'un certain nombre d'éléments un mélange de plusieurs dissolutions salines, l'oxigène et les acides se rendent toujours au pôle positif, l'hydrogène et les bases au pôle négatif; 2° la tendance des acides et des bases pour se rendre à leurs pôles respectifs est telle que, lorsqu'ils sont placés, les premiers du côté négatif, et les seconds du côté positif, ils sont transportés, par l'effet du courant, dans les vases opposés; 3° lorsque l'acide rencontre sur son passage une base avec laquelle il forme un sel insoluble, la combinaison s'effectue et se précipite; 4° quand les vases qui contiennent les dissolutions sont formés de substances renfermant des acides ou des alcalis, ces derniers sont enlevés et transportés à leurs pôles respectifs. Ces résultats, et d'autres que je ne crois pas nécessaire de rappeler, sont exacts dans les circonstances où Davy a opéré, mais cessent de l'être dans celles que je ferai connaître.

On croit généralement qu'à l'instant où une dissolution est soumise à l'action de la pile, les éléments de chacune de ses molécules se polarisent de telle manière que ceux qui sont positifs se tournent vers le pôle négatif, et ceux qui sont négatifs vers le pôle positif, comme le font un grand nombre de petits barreaux aimantés placés dans la sphère d'activité d'un fort aimant. La pile continuant à fonctionner, et l'action qu'elle exerce sur les molécules l'emportant sur

celle des affinités, l'élément positif de l'une d'elles, qui s'était tourné vers l'élément négatif de la molécule contiguë, se porte par une demi-conversion vers l'élément négatif de la molécule voisine de celle-ci, et arrive ainsi au pôle positif en passant d'un élément à un autre, tandis que l'élément négatif correspondant se porte vers le pôle positif par une suite de mouvements analogues. Cette théorie admet donc comme base fondamentale que, dans les décompositions électro-chimiques, les éléments des corps ne cheminent vers leurs pôles respectifs qu'autant qu'ils rencontrent sur leur passage, dans le liquide intermédiaire, des corps avec lesquels ils forment momentanément des combinaisons solubles; condition indispensable pour que la chaîne électrique ne soit pas interrompue. Voyons quelques applications de ce principe.

Prenons d'abord deux tubes remplis dans leurs parties inférieures d'argile très-pure légèrement humectée, pour que les dissolutions placées dans les parties supérieures ne puissent s'échapper, et plongeons-les, à moitié, dans un vase d'eau. Le premier, que nous appellerons tube positif, parce qu'il communique, au moyen d'une lame de platine, avec le pôle positif d'une pile, est rempli d'une dissolution de nitrate de cuivre, et le second, que nous appellerons, par une raison semblable, tube négatif, d'eau rendue conductrice par l'addition d'une petite quantité de sel. Aussitôt que l'appareil commence à fonctionner, l'eau est décomposée, l'oxigène et l'hydrogène sont transportés à leurs pôles respectifs, tandis que le nitrate de cuivre n'éprouve aucune décomposition. Comment, en effet, l'oxide de cuivre serait-il transporté du pôle positif au pôle négatif en traversant une

certaine étendue d'eau, quand ce liquide ne peut lui fournir les éléments nécessaires pour former un composé soluble, condition sans laquelle le transport ne saurait avoir lieu, surtout quand on emploie une pile d'une intensité peu considérable? Celle dont j'ai fait usage était formée de trente éléments d'un décimètre carré, et chargée avec une dissolution légère de sel marin renfermant un centième d'acide sulfurique. En opérant d'une manière inverse, c'est-à-dire en mettant la lame positive dans l'eau et la lame négative dans le nitrate de cuivre, la décomposition de ce dernier s'opère sans difficulté, attendu que l'acide nitrique peut se rendre au pôle positif en prenant pour véhicule l'eau ou tout autre corps qui s'y trouve dissous.

Si l'on substitue au nitrate de cuivre, qui se trouve dans le tube positif, un sel à base alcaline, la décomposition s'effectue, parce que l'alcali forme un composé soluble avec l'eau.

Les expériences suivantes feront connaître certaines conditions qui s'opposent aux décompositions immédiates des sels.

Si l'on verse dans le tube négatif une dissolution de sulfate de cuivre, et dans l'autre une dissolution de nitrate de potasse, l'acide nitrique est mis à nu dans ce dernier; la potasse, en se rendant dans le tube négatif, réagit sur le sulfate de cuivre, en chasse une portion de l'oxide de cuivre, qui est réduit immédiatement par l'hydrogène, et donne naissance à un double sulfate de cuivre et de potasse qui cristallise sur les parois du tube. Tant qu'il reste du sulfate de cuivre simple à décomposer, et qu'il y a une quantité suffisante de nitrate de potasse dans le tube positif, l'acide

sulfurique n'est pas transporté dans le tube positif. Mais aussitôt que le double sulfate commence à être décomposé, sa présence dans ce tube y est rendue sensible par le nitrate de baryte.

Mettons dans le tube positif, ainsi que dans le bocal intermédiaire, une dissolution de nitrate de potasse, et dans le tube négatif une dissolution saturée à parties égales de nitrate et de sulfate de cuivre ; ces deux sels seront décomposés, mais successivement et à des époques assez éloignées. Voici la marche de l'opération telle que l'expérience l'indique : du cuivre est réduit sur la lame négative, de la potasse passe dans le tube négatif et s'y combine avec une portion de l'acide sulfurique ; de l'acide nitrique devient libre dans le tube positif, où aucun réactif ne peut y reconnaître la présence de l'acide sulfurique. Ce résultat nous indique de suite que le nitrate de potasse d'une part, et celui de cuivre de l'autre, sont décomposés avec transport de leurs éléments, tandis que le sulfate de cuivre l'est par les actions combinées de la pile et de la potasse, sans qu'il y ait transport de son acide au pôle positif ; mais alors il y a formation d'un double sel. Ce dernier mode de décomposition joue un grand rôle dans la formation des composés électro-chimiques.

Aussitôt que la décomposition des nitrates est terminée, commence alors celle du double sulfate de cuivre et de potasse qui s'est formé dans le tube négatif. A la fin de l'opération, toutes les bases sont d'un côté et les oxides de l'autre ; mais, je le répète, ce résultat ne s'obtient qu'après un temps assez long, qui dépend de l'intensité de la pile, parce que le double sel, qui est peu soluble, oppose une assez grande résistance à l'action décomposante de la pile. On se rend

facilement compte de ces différents effets : la décomposition doit commencer par les nitrates de potasse et de cuivre, attendu que l'acide nitrique, quoique combiné avec deux bases différentes, se trouve placé d'une manière continue de l'un à l'autre tube, circonstance favorable pour que celui qui est dans le tube négatif soit transporté dans l'autre. L'acide sulfurique ne se trouvant pas placé aussi favorablement, le sulfate n'est pas d'abord décomposé ; la potasse, aussitôt qu'elle est arrivée dans le tube négatif, y exerce son action sur les dissolutions qui s'y trouvent; elle décompose donc une portion du sulfate de cuivre et forme du sulfate de potasse qui, en se combinant avec du sulfate de cuivre, donne naissance à un double sulfate peu soluble, qui se dépose en petits cristaux sur les parois du tube. L'oxide de cuivre, chassé par la potasse, est réduit immédiatement par l'hydrogène qui se trouve à l'état naissant.

Les quantités relatives des sels apportent naturellement des modifications dans les divers résultats que je viens de rapporter. Il faut souvent plusieurs jours pour que ces diverses opérations s'effectuent, ce qui permet de mettre ce temps à profit pour obtenir des effets que ne peuvent donner les piles les plus énergiques.

A l'aide des observations précédentes, on pourra, je crois, résoudre cette question : Un mélange de plusieurs dissolutions salines étant donné, en opérer successivement la décomposition avec la pile, de manière que tel ou tel acide soit seul transporté d'abord dans le tube positif. Pour fixer les idées, je prends une dissolution qui renferme un sulfate, un chlorure et un nitrate métallique; voyons comment il faudra disposer l'appareil pour que l'acide sulfurique soit

d'abord seul transporté au pôle positif : on versera la dissolution des trois sels dans le tube négatif, et l'on mettra une dissolution de sulfate alcalin dans le vase intermédiaire, ainsi que dans le tube négatif et dans l'argile qui remplit les parties inférieures des tubes ; puis l'on fera plonger, comme à l'ordinaire, dans chaque dissolution, une lame de platine, en communication avec l'un des pôles de la pile. Le sulfate alcalin sera d'abord décomposé, ainsi que le sulfate de cuivre, et l'alcali, en se rendant dans le tube négatif, réagira sur les autres sels dont il opérera la décomposition ; si cette réaction donne lieu à la formation de sels doubles peu solubles, il est probable alors que les acides ne seront pas transportés immédiatement dans le tube positif.

CHAPITRE II.

De la décomposition des sels avec réduction immédiate de leurs bases.

On sait que tous les sels peuvent être décomposés par la pile, pourvu qu'ils soient humectés ou dissous ; l'oxide ou le métal se rassemble toujours au pôle négatif, et l'acide au pôle positif, quand il n'est pas lui-même décomposé. Lorsque l'on veut opérer la réduction des oxides alcalins, il faut se servir de l'affinité du mercure pour les métaux d'où ils dérivent, comme l'a fait Davy. On a trouvé qu'en employant deux piles de cent paires, les dissolutions de manganèse, de zinc, de fer, d'étain, d'arsenic, d'antimoine, de bismuth, de cuivre, de plomb, de mercure, d'argent, d'or et de platine, laissent précipiter en quelques minutes une certaine quan-

tité de métal réduit sur le fil négatif. Les dissolutions de titane, nickel, cobalt, urane et chrôme n'offrent pas de traces bien sensibles de réduction.

Guidé par des vues théoriques et surtout par l'observation de divers phénomènes naturels, j'ai pensé qu'il n'était pas toujours nécessaire d'employer les appareils les plus énergiques pour obtenir les plus grands effets de décomposition, et que l'on pouvait arriver au même but, et même aller au-delà, en joignant l'action de certaines affinités à celle de courants peu énergiques.

J'ai montré précédemment que plusieurs causes peuvent concourir à la décomposition de certains sels métalliques dans des appareils convenablement disposés; l'action de la pile, et la réaction de l'alcali ou de l'oxide, qui est transporté dans le tube négatif, sur le sel qui s'y trouve, lesquelles concourent avec celle de l'hydrogène à l'état naissant, à la réduction de la base.

D'un autre côté, la présence de l'eau étant souvent un obstacle à la décomposition des sels, surtout quand l'oxigène de l'eau a moins d'affinité pour l'hydrogène que n'en a le même gaz pour le métal, d'où dérive l'oxide, l'eau est décomposée; il faut alors opérer sur des dissolutions très-concentrées et quelquefois sur les oxides eux-mêmes légèrement humectés. Ces précautions ne suffisent pas encore lorsqu'il s'agit surtout de réduire les oxides les plus réfractaires; on a recours, dans ce cas, à plusieurs moyens que je vais indiquer.

On conçoit parfaitement que le gaz hydrogène en arrivant au pôle négatif, doit y exercer une puissance réductive d'autant plus énergique qu'il reste plus long-temps à l'état

de gaz naissant, car cet état est le plus favorable possible aux actions chimiques. Mais comment peut-on remplir cette condition? Or plus le courant est rapide, plus le dégagement de gaz est rapide aussi, et moins il est probable qu'il reste de temps à l'état naissant; mais aussi, moins le courant est rapide, moins la pile agit avec force. J'ai pensé que du balancement de ces deux forces résulterait peut-être un maximum d'effet qu'il est impossible de déterminer à priori, mais que l'on obtiendrait après quelques essais; que si cela ne suffisait pas toujours, il faudrait encore employer l'affinité d'un métal facilement réductible pour celui de l'oxide que l'on veut réduire. Je vais faire usage de ces principes pour retirer immédiatement de leurs dissolutions le fer, le zirconium, le glucium, le magnésium, et même faire cristalliser ces métaux.

De la réduction de l'oxide de fer.

Lorsque l'on soumet à l'action d'une pile de cent éléments une dissolution de proto-sulfate ou de proto-chlorure de fer, dans laquelle plongent deux lames de platine en communication chacune avec l'un de ses pôles, il se dépose en quelques minutes sur la lame négative du fer en petits grains, qui ne tarde pas à s'oxider s'il est en contact avec l'air. J'ai cherché s'il n'était pas possible de réduire immédiatement le fer de ses dissolutions en employant une tension électrique très-faible, telle que celle qui est donnée avec une pile composée de cinq ou six éléments, faiblement chargée, ou même d'un seul élément. Pour faire cette expérience, reprenons l'appareil des deux tubes décrit plus haut; versons dans le tube négatif une dissolution de proto-chlorure

de fer, et dans l'autre une dissolution de chlorure de sodium, et réglons l'action de la pile pour que le dégagement des gaz soit à peine sensible. La soude et l'hydrogène en se rendant dans le tube négatif y opèrent les changements suivants: l'alcali en se combinant avec une portion de l'acide sulfurique, donne naissance à un double sulfate de fer et de soude, tandis que l'hydrogène, en réagissant sur l'oxide à l'instant où il est précipité, détermine sa réduction. Le fer se dépose sur la lame négative, tantôt sous la forme d'une couche composée de très-petits cristaux qui lui donnent un aspect chatoyant, tantôt sous celle d'un métal coulé, quand l'action surtout a été très-lente; tantôt sous celle de tubercules arrondis, plus ou moins cristallins; dans le cas où la lame est recouverte de petits cristaux, elle possède la polarité magnétique qui, en raison de la pureté du fer, ne peut être attribuée qu'à la solution de continuité existant entre toutes les particules. Dans l'acier, le carbone interposé entre les molécules s'oppose à la recomposition des deux fluides dégagés pendant l'aimantation. Il paraît que la solution de continuité produit le même effet dans le fer réduit. Le proto-chlorure fournit la plupart du temps un précipité uniforme sur toute la lame, tandis que le proto-sulfate donne naissance assez ordinairement à de petits tubercules qui s'oxident assez rapidement à l'air, tant sont ténues les parties qui les composent; il arrive souvent que tout le métal disparaît quand on fait sécher la lame. Lorsque l'on veut opérer la réduction de l'oxide de fer avec un ou deux éléments, il faut modifier le procédé ci-dessus. On remplace la lame de platine qui se trouve dans le chlorure de sodium par une lame de zinc, afin que la réaction chimique de

ce métal facilite la décomposition du sel. Vingt-quatre heures après, on commence à apercevoir du fer sur la lame de platine.

De la réduction de la zircone.

La réduction de la zircone est assez facile avec une dissolution très-concentrée d'hydrochlorate de zircone qui renferme une petite quantité de fer; le mode d'expérimentation est le même que celui pour obtenir le fer. On verse dans le tube négatif une dissolution de cet hydrochlorate, et dans le tube positif une dissolution de chlorure de sodium, puis l'on soumet le tout à l'action d'une pile composée d'un ou de deux éléments, et chargée depuis deux jours avec une dissolution légère de sel marin, pour que son effet soit très-affaibli. La lame négative prend peu à peu une teinte grisâtre, et vingt-quatre heures après, on commence à apercevoir dessus des lamelles carrées d'un gris d'acier très-brillant, qui augmentent successivement d'étendue jusqu'à avoir un demi-millimètre de côté. Ces lamelles n'éprouvent dans la dissolution aucun changement tant qu'elles sont sous l'influence de la pile; mais aussitôt qu'on les en retire, elles se décomposent peu à peu à l'air et dans l'eau en laissant dégager de l'hydrogène. Les premières lamelles déposées sont composées d'un alliage de fer et de zirconium, comme on peut le voir en les traitant par un acide; tandis que les dernières ne paraissent être formées que de zirconium presque pur; car, en les laissant à l'air, le produit de leur décomposition est d'un blanc éclatant. Il est impossible par ce procédé de retirer le zirconium de l'hydrochlorate pur

de zircone, il faut absolument y ajouter une petite quantité d'oxide de fer, pour déterminer sa réduction.

Le zirconium préparé par le procédé de Wohler se présente sous la forme d'une poudre noire qui acquiert un brillant gris de fer quand on la passe sous le brunissoir. Il n'est point attaqué à la température ordinaire par les acides sulfurique et hydrochlorique concentrés, tandis que celui obtenu par la voie humide s'oxide à l'air et à l'eau à la température ordinaire. Cette différence tient à ce que l'alliage de fer et de zirconium forme une pile dont les éléments réagissent sur l'oxigène avec plus d'énergie que s'ils étaient séparés. Quant au zirconium presque pur, il est probable que la très-petite quantité de fer qu'il renferme suffit également pour le rendre plus altérable. Les cristaux s'étendent facilement sous le marteau, et les surfaces mises à nu ont un brillant métallique qui s'altère promptement.

Pour conserver l'alliage de zirconium et de fer et le zirconium cristallisés, il faut faire dessécher la lame de platine sur laquelle sont déposés les cristaux, dans une cloche vide d'air où se trouve du chlorure de calcium; puis mettre rapidement cette lame dans un tube de verre bien sec, au fond duquel se trouve du potassium, et fermer l'ouverture à la lampe. Quand ces opérations sont exécutées promptement, les cristaux conservent leur éclat métallique. Si l'on plaçait la lame dans du naphte immédiatement après l'avoir retirée de la dissolution, la petite couche de liquide qui est adhérente à sa surface suffirait pour décomposer les cristaux; il faut donc préalablement les faire dessécher dans le vide.

Je me suis assuré de plusieurs manières que les cristaux

ne renferment pas de chlore, et ne peuvent être considérés comme des sous-chlorures.

Réduction de la glucine et de l'oxide de titane.

Les chlorures de glucium et de titane qui renferment du fer, soumis au même mode d'expérimentation que le chlorure de zirconium, donnent des résultats à peu près semblables à ce dernier : lames cristallines brillantes d'un gris de fer, s'oxidant à l'air, plus rapidement encore que celles de zirconium; aussi les obtient-on en plus petite quantité et plus difficilement. Le mode de conservation est le même. Les chlorures parfaitement purs ne donnent lieu également à aucune réduction.

Réduction de la magnésie.

La réduction de la magnésie est beaucoup plus difficile à obtenir que celle de la zircone.

Davy, pour réduire la magnésie avec une pile composée de cent éléments, a suivi le même procédé qu'il avait employé pour les métaux des alcalis, c'est-à-dire qu'il a combiné immédiatement le magnésium avec le mercure; mais lorsqu'il a voulu séparer les deux métaux, il a trouvé que le magnésium commençait à réduire le verre avant que tout le mercure fût volatilisé; dès lors il n'a pu avoir le magnésium pur.

MM. Wohler et Bussy l'ont obtenu en traitant le chlorure de magnésium par le potassium à l'aide de la chaleur. Ce métal, qui est d'un blanc argentin, n'éprouve d'altération de la part de l'air que lorsqu'il est humide; aussi peut-on le conserver dans des tubes de verre secs, bien bouchés.

Voici la marche que j'ai suivie pour arriver à la réduction de la magnésie : lorsque l'on verse dans le tube négatif de l'appareil électro-chimique une dissolution concentrée de chlorure pur de magnésium, et dans le tube positif une dissolution de chlorure de sodium, et que l'on plonge ensuite, comme à l'ordinaire, dans chacune d'elles une lame de platine, en communication chacune avec l'un des pôles d'une pile composée d'une vingtaine d'éléments, et chargée avec une dissolution légère de sel marin, les deux chlorures sont décomposés sans qu'il y ait aucune apparence de réduction de la magnésie. Si l'on ajoute à la dissolution de chlorure de magnésium un dixième environ de son poids d'une dissolution de proto-chlorure de fer, ce dernier métal ne détermine pas la réduction de la magnésie, comme celle de la zircone, de la glucine; il se dépose seulement sur la lame négative une substance noire dont je n'ai pas encore déterminé la nature, mais qui n'est pas du magnésium.

Si je m'en fusse tenu à ces deux essais, j'aurais regardé la réduction de la magnésie comme impossible; mais habitué à varier sans cesse mes expériences pour arriver au but que je me propose, je substituai au chlorure pur de magnésium un chlorure qui, ayant été préparé dans une bassine d'argent, renfermait du chlorure d'argent en état de combinaison, et dans des proportions que je n'ai pas déterminées malheureusement, parce que j'ignorais d'abord les résultats auxquels je parviendrais. Il s'est d'abord formé sur la lame négative un dépôt gris, puis ensuite des tubercules de même couleur, et enfin des cristaux octaèdres d'un blanc argentin, possédant toutes les propriétés du magnésium. Ce dépôt gris est un alliage d'argent et de magnésium, et les tubercules paraissent

être formés de magnésium dans un grand état de division, puisqu'elles acquièrent sous le brunissoir le brillant métallique, et qu'elles se dissolvent dans l'acide hydrochlorique. On voit donc que la présence de l'argent dans le chlorure de magnésium a déterminé la précipitation de ce dernier métal, et que l'opération une fois commencée, elle a continué, même quand tout l'argent a été précipité. Je dois faire remarquer que cette expérience a réussi cinq fois avec le même chlorure; chaque fois l'opération a été conduite de manière que le dégagement d'hydrogène était à peine sensible au pôle négatif. Je dois ajouter cependant que souvent je n'ai pu réussir, en employant du chlorure de magnésium quelconque; cela tenait sans doute à ce qu'il ne renfermait pas la quantité de chlorure d'argent nécessaire pour déterminer la réduction de la magnésie.

Je ne donnerai pas d'autres exemples de réduction, parce qu'ils suffisent, je crois, pour établir ce principe, qu'avec des forces électriques peu intenses, aidées d'affinités chimiques, on peut produire les plus grands effets possibles de décomposition.

Avant de terminer ce Mémoire, je présenterai quelques observations relatives au sujet qui y a été traité.

On est forcé souvent à faire des essais pour déterminer l'intensité du courant qui est nécessaire pour produire telle action chimique, parce que la science n'est pas assez avancée pour que l'on puisse avoir à volonté des effets déterminés : mais rien n'est plus simple que de soumettre plusieurs dissolutions à l'action de courants égaux quand les dissolutions ont la même conductibilité électrique : il suffit pour cela de plonger dans chacune d'elles une lame de platine, que l'on

met en communication avec le même pôle d'une pile, tandis que le liquide qui est en rapport avec les deux dissolutions communique avec l'autre pôle. On peut, au moyen de ce procédé, diviser un courant en autant de courants partiels qu'il y a de dissolutions.

Je dois faire remarquer que plus les diamètres des tubes sont petits, plus l'action capillaire exercée par les liquides sur leurs parois et l'argile inférieure est considérable, et moins on a à craindre le déplacement des dissolutions, ce qui est de la plus haute importance dans les phénomènes électro-chimiques.

MÉMOIRE

SUR

LA DIVISION ET LA NOMENCLATURE DES MONNAIES,

PAR M. L. COSTAZ.

Lu à l'Académie des Sciences, le 21 mars 1831.

LES lois qui établissent un système monétaire doivent, avant tout, assurer le poids et le titre des monnaies, rendre leur contrefaçon ou leur altération difficile et même périlleuse, sans quoi la valeur destinée à mesurer toutes les autres ne serait pas certaine et, à proprement parler, il n'existerait pas de véritable monnaie; cette condition est essentielle et fondamentale : mais elle n'est pas la seule; il faut encore, pour que le système monétaire soit complet, que la circulation soit pourvue des moyens de réaliser en pièces de monnaie toutes les sommes dont les relations de la vie peuvent nécessiter le paiement, quels que soient d'ailleurs les nombres par lesquels ces sommes sont exprimées. Ce besoin se présente à chaque instant, et c'est pour y satisfaire qu'on divise les monnaies en pièces de valeurs différentes, ou, pour employer le langage technique, que l'on fabrique des pièces de différentes *coupures*.

Il est évident que la division des monnaies en plusieurs

sortes de coupures ne peut pas être arbitraire ; elle doit être méthodique et raisonnée ; il faut qu'elle soit adaptée aux fonctions que les espèces monétaires sont destinées à remplir. Le choix du système d'après lequel les divisions seront faites n'est pas d'une petite importance : ses défectuosités ou ses avantages font sentir leur effet dans cette masse énorme d'affaires qui ont pour objet de régler les plus grands intérêts, ou de se procurer, dans le plus petit détail, les choses nécessaires aux besoins de la vie. Il n'est certes pas indifférent que cette multitude innombrable de paiements, dont la nécessité se reproduit à chaque instant, puisse se faire rapidement avec des monnaies faciles à distinguer et à compter, ou que les paiements soient embarrassés par l'imperfection et la confusion des monnaies, qu'ils exigent une attention particulière, et souvent même des calculs susceptibles d'erreur, et pouvant donner des facilités à la fraude. La différence entre les deux systèmes monétaires qui viennent d'être supposés est à peu près la même qu'entre un bon ou un mauvais système de numération, celui que nous tenons des Arabes, par exemple, et celui des Romains.

Pour se former une idée des inconvénients d'un mauvais système de coupures monétaires, il suffit de se rappeler celles qui avaient cours en France avant l'établissement du système actuel. Il existait des pièces d'argent de sept coupures différentes (6^{fr}, 3^{fr}, 30^{s}, 24^{s}, 15^{s}, 12^{s} et 6^{s}). Cependant, en combinant ces nombreuses pièces de toutes les manières imaginables, il était impossible de composer en argent la plupart des sommes que l'on avait besoin de payer. L'unité monétaire, qui était censée d'argent, ne pouvait être réalisée en argent : il en était de même des sommes exprimées

par 2, 4, 5, 7 et 8, et, par les termes de la progression décimale, 10, 100, 1000, etc.; on ne pouvait réaliser en nombre rond et payer en argent que les sommes multiples de 3 ou de 6. Dans tous les autres cas, qui sont incomparablement plus multipliés, il fallait donner ou recevoir des appoints en cuivre ou en billon. On avait été conduit à établir un état monétaire aussi défectueux, par l'idée que toutes les pièces devaient être des sous-multiples exacts les unes des autres : c'était se former du système monétaire une idée directement contraire à son véritable objet. Les monnaies sont instituées pour faire des paiements, et pour remplir cette destination, elles doivent être conditionnées de manière qu'avec des valeurs élémentaires fixes on puisse composer toutes les valeurs grandes ou petites dont les hasards des relations commerciales exigent la réalisation : or, c'est à quoi sont très-peu propres les pièces de monnaies qui sont parties aliquotes les unes des autres; quelque multipliées que soient les coupures, ces pièces seront toujours celles qui offriront le moins de ressources pour former des nombres ronds, parce que les parties aliquotes, rentrant les unes dans les autres, la plupart des nombres qui en sont composés font double emploi entre eux.

La condition essentielle d'un bon système de coupures est que la composition des sommes et leur vérification se fassent de la manière la plus expéditive et la plus claire, et se réduisent au comptage matériel des pièces, sans calcul et sans le moindre effort d'intelligence : il est nécessaire, par conséquent, qu'il y ait assez de coupures différentes pour que leurs valeurs puissent, en s'ajustant les unes avec les autres, former tous les nombres demandés; mais il ne faut pas

qu'il y ait une trop grande variété de pièces, leur multiplicité augmenterait les chances d'erreur ou de fraude; elle embarrasserait souvent les personnes qui ne savent pas lire. On doit se proposer de n'avoir dans la circulation que des pièces assez inégales en volume et en poids pour être distinguées au premier coup d'œil, et même au simple tact : or cela ne serait pas possible s'il y en avait une grande variété; on ne peut pas les multiplier sans rapprocher leurs valeurs, et par conséquent sans diminuer les différences de volume et de poids.

La combinaison qui satisfait le mieux à toutes les conditions qui viennent d'être énoncées est celle qui gradue les coupures d'après les chiffres 1, 2 et 5. Pour rendre cela sensible, supposons des jetons de trois espèces : les uns, appelés *simples*, seront marqués du chiffre 1; les autres, appelés *doubles*, seront marqués du chiffre 2; ceux de la troisième variété seront les *quintuples*, marqués du chiffre 5. Il est très-facile de composer, à l'aide de ces jetons, tous les nombres entiers qu'on voudra.

D'abord, les nombres dont le dernier chiffre est un zéro, étant multiples de 5, ils pourront tous être formés par la réunion d'un nombre entier de jetons quintuples. La difficulté est donc réduite à composer les nombres exprimés par un seul chiffre, c'est-à-dire ceux qui sont compris depuis un jusqu'à neuf inclusivement : or cela se fait très-aisément. Il y a même plusieurs manières de former chacun des nombres qui sont au-dessus de l'unité. On s'en convaincra en jetant les yeux sur la table suivante, dans laquelle la lettre S représente le simple; D le double; Q le quintuple, et où sont réunies toutes les combinaisons par lesquelles on

peut exprimer, et en quelque sorte écrire les nombres dont il s'agit, en faisant usage de jetons des trois variétés *simple*, *double* et *quintuple*.

On a :

Deux manières de faire le nombre 2.

2 S. = 2.
1 D. = 2.

Deux manières de faire le nombre 3.

3 S..... = 3.
1 S. + 1 D. = 3.

Trois manières de faire le nombre 4.

4 S..... = 4.
2 S. + 1 D. = 4.
2 D. = 4.

Quatre manières de faire le nombre 5.

5 S..... = 5.
3 S. + 1 D. = 5.
1 S. + 2 D. = 5.
1 Q..... = 5.

Cinq manières de faire le nombre 6.

6 S..... = 6.
4 S. + 1 D. = 6.
2 S. + 2 D. = 6.
3 D. = 6.
1 S. + 1 Q. = 6.

Six manières de faire le nombre 7.

7 S..... = 7.
5 S. + 1 D. = 7.
3 S. + 2 D. = 7.
1 S. + 3 D. = 7.
2 S. + 1 Q. = 7.
1 D. + 1 Q. = 7.

Sept manières de faire le nombre 8.

8 S..... = 8.
6 S. + 1 D..... = 8.
4 S. + 2 D..... = 8.
2 S. + 3 D..... = 8.
4 D..... = 8.
3 S. + 1 Q..... = 8.
1 S. + 1 D. + 1 Q. = 8.

Huit manières de faire le nombre 9.

9 S..... = 9.
7 S. + 1 D..... = 9.
5 S. + 2 D..... = 9.
3 S. + 3 D..... = 9.
1 S. + 4 D..... = 9.
4 S. + 1 Q..... = 9.
2 S. + 1 D. + 1 Q. = 9.
2 D. + 1 Q. = 9.

On voit dans cette table que, depuis 2 jusqu'à 9 inclusivement, chaque nombre peut être formé par plusieurs combinaisons. Par exemple, il y a sept combinaisons qui don-

nent le nombre 8, et, parmi ces combinaisons, il en est une qui ne demande que trois jetons; les autres emploient des nombres de jetons qui varient graduellement depuis 3 jusqu'à 8.

La composition des autres nombres donne lieu à des observations analogues, sur lesquelles il serait inutile de s'appesantir. Remarquons cependant qu'au-dessus de 2 chaque nombre peut être formé d'autant de façons qu'il a d'unités moins une.

On augmenterait sans doute le nombre des combinaisons possibles en se donnant des jetons marqués du chiffre 3, du chiffre 4 et du chiffre 6, etc.; mais les inconvénients l'emporteraient sur les avantages, le système perdrait son principal mérite, celui de la simplicité et de la clarté, et l'on ne gagnerait rien sous le rapport de la facilité de la formation des sommes. Les nombres 3, 4 et 6 ne s'encadrent pas dans toutes les parties de l'échelle décimale; les jetons 4 n'y entreraient que de deux en deux dizaines, et les jetons 3 et 6, que de trois en trois dizaines; de plus, si les jetons étaient des pièces de monnaie, leur trop grande variété embarrasserait la circulation, elle nécessiterait des vérifications plus nombreuses, elle compliquerait la tenue des caisses, en exigeant des soins particuliers pour la classification des espèces; elle introduirait de nouvelles chances d'erreur par le peu de différence qui existerait de la pièce de 3 fr. à celles de 2 fr. et de 4 fr. entre lesquelles elle serait placée; la pièce de 5 fr. serait facile à confondre avec celle de 6 fr. : c'est une chose que l'on a vue lorsqu'il existait dans la circulation des écus de 6 livres, dits *constitutionnels;* leur diamètre différait peu de celui des pièces de 5 fr.

Il arrivait assez souvent que des hommes qui ne savaient pas lire refusaient de très-bonne foi de les recevoir pour une valeur supérieure à 5 francs.

Il faut donc s'en tenir à la graduation marquée par les chiffres 1, 2 et 5, puisque ce système de division fournit tous les moyens que l'on peut désirer pour composer, d'une manière commode, tous les nombres entiers. L'expression des sous-espèces décimales ne présentera pas plus de difficultés, puisque leur numération est la même que celle des nombres entiers.

En résumé, tous les paiements, quelle que fût la somme à payer, pourraient se faire facilement si le numéraire circulant était composé en proportion convenable et en quantité suffisante de pièces des trois variétés suivantes :

Pour les sommes de l'ordre des francs,

Le *simple franc*, le *double franc* et le *quintuple franc*.

Pour les sous-espèces,

Le *simple décime*, le *double décime* et le *quintuple décime*.

Le *simple centime*, le *double centime* et le *quintuple centime*.

Ainsi, pour remplir dans toute son étendue l'objet du système monétaire, il suffit d'avoir neuf coupures :

Trois pour l'ordre des francs;

Trois pour l'ordre des décimes;

Trois pour l'ordre des centimes.

Ces pièces sont coupées symétriquement; celles qui sont timbrées du même chiffre sont en progression décuple, et le rang de chacune d'elles est indiqué par sa dénomination :

on peut les considérer comme les signes élémentaires d'un système complet de numération fournissant, pour la notation des nombres, une méthode, non pas aussi expéditive que celle des chiffres arabes tracés à la main, mais aussi claire et aussi précise. Cette méthode est applicable à tout système monétaire quelle que soit sa base; c'est en quelque sorte une formule générale qui peut devenir l'expression particulière de tout système dont la base est connue et dans lequel les sous-espèces sont représentées en décimales.

Si on examine, d'après les règles que je viens d'établir, la composition de la masse de numéraire qui, sous diverses dénominations, existe dans la circulation, on y trouve beaucoup d'anomalies et de défectuosités. Certaines pièces reconnues nécessaires n'existent pas, et la circulation est encombrée de pièces irrégulières, dont quelques-unes font partie des nouvelles monnaies, les autres plus nombreuses appartiennent à l'ancien système. De plus, comme nous avons des monnaies d'argent et des monnaies d'or, il existe deux bases, et par conséquent deux systèmes. C'est ce que j'examinerai plus amplement dans la suite.

Monnaies d'argent.

L'unité des monnaies françaises est d'argent; elle est composée de neuf parties d'argent pur, alliées avec une partie de cuivre, le tout pesant cinq grammes : c'est la base du système, l'étalon auquel on rapporte toutes les valeurs vénales comme à un terme fixe. Dans toutes les évaluations la valeur du franc est réputée certaine et constante; toutes les autres valeurs sont susceptibles de varier, et leur

expression n'est autre chose que le nombre de fois ou de parties de fois qu'elles contiennent la valeur typique appelée *franc*.

La circulation est abondamment pourvue de pièces valant le simple, le double et le quintuple franc ; pour cet ordre de valeurs le système monétaire est complet. Ces monnaies ont été accueillies avec faveur, le public a promptement senti combien leur division apporte de clarté et de célérité dans le comptage des sommes. Les habitants de la campagne, ceux surtout qui ne savent pas lire, sont très-sensibles à cet avantage ; ils appréhendent moins de faire des erreurs à leur préjudice.

La pièce de 30 sous, qui fut mise dans la circulation peu d'années avant l'établissement du nouveau système, n'a aucun des avantages qui appartiennent aux coupures dont il vient d'être parlé ; elle complique les paiements et la tenue des caisses : par son volume et par son poids, elle se rapproche beaucoup de la pièce de 2 fr. avec laquelle elle est souvent confondue par erreur ou par fraude. Il serait utile de la retirer de la circulation. La même mesure devrait être prise à l'égard des anciennes pièces de 24 sous, quoiqu'elles aient été ramenées au nouveau système où elles ne comptent plus que pour un franc. La disparution de l'empreinte de la plupart de ces pièces en fait une cause continuelle de contestations : tôt ou tard il faudra les retirer de la circulation ; plus on tardera, plus cette opération sera onéreuse, parce que les orfévres mettent au creuset celles qui valent plus d'un franc ; il viendra un moment où il ne restera dans la circulation que celles d'une valeur inférieure.

Des fractions ou sous-espèces du franc.

C'est dans les petites monnaies, c'est-à-dire dans celles dont le peuple fait un usage continuel, qu'il existe le plus d'anomalies et de défectuosités.

Dans l'ordre des décimes, on a le *quintuple* et le *simple;* mais le *double* manque.

Le quintuple décime est représenté par une pièce d'argent, frappée dans le nouveau système et timbrée *demi-franc*, et par l'ancienne pièce de 12 sous qui a été réduite à la valeur du demi-franc, et à laquelle s'appliquent les remarques faites ci-dessus concernant la pièce de 24 sous.

Le simple décime est représenté par trois pièces différentes, qui sont :

1° Les pièces de deux sous à diverses effigies, coulées en métal de cloche ;

2° La pièce de cuivre rouge timbrée un décime, frappée au coin de la république et ayant pour effigie une tête de Liberté ;

3° La pièce de billon, moins volumineuse que les précédentes, portant d'un côté un N majuscule et de l'autre le timbre 10 *centimes*.

Le double décime aurait beaucoup d'utilité, sa non-existence, comme pièce de monnaie, est une lacune qu'il serait convenable de remplir. L'introduction de cette pièce, qui correspondrait à 4 sous, rendrait inutile la pièce de 5 sous, qui fait anomalie et n'est qu'une complication dont il serait bon de débarrasser la circulation.

La dénomination de *décimes* n'est pas très-répandue dans

le public ; le peuple compte assez volontiers par centimes, rarement par décimes ; cette dénomination tend à tomber en désuétude, et peut-être est-il raisonnable, comme on n'a qu'une seule dénomination pour les valeurs supérieures au franc, de n'en avoir aussi qu'une pour les valeurs inférieures ; alors, au lieu d'inscrire sur les pièces destinées à payer les dizaines de centimes les mots 1 décime, 2 décimes, 5 décimes, on mettrait :

10 centimes, 20 centimes, 50 centimes.

On aurait pour la facilité du comptage les mêmes résultats, car ce seraient toujours les chiffres 1, 2 et 5.

Il existe, pour faire les appoints au-dessous de 10 centimes, des pièces de plusieurs variétés ; mais deux seulement ont été taillées dans les proportions que nous avons reconnues pour les plus commodes ; ces pièces sont le quintuple centime et le simple.

Le quintuple centime n'est autre que le sou, qui se montre si souvent et qui est si utile dans les achats journaliers du peuple.

La pièce d'un centime a été exécutée ; elle fut mise dans la circulation à l'époque où le nouveau système fut établi. Elle se montre rarement à Paris ; il paraît qu'elle s'est portée dans les localités moins riches, où sa valeur est encore de quelque considération : il est même des départements où le besoin s'en fait sentir, et qui en réclament une émission plus abondante.

Quant au double centime, il n'a pas été réalisé : cette pièce fait faute ; elle serait utile non-seulement sous le rapport de la numération, mais encore pour solder les valeurs qui se paient

aujourd'hui avec la pièce de deux liards, dont elle diffère très-peu. Il paraît que l'occasion de faire des paiements dans cet ordre de valeurs se renouvelle assez souvent pour qu'il ait été question de fabriquer de nouvelles pièces de deux liards. Cette opération serait vicieuse et une véritable dérogation au système monétaire; elle introduirait dans les paiements effectifs des fractions de centimes qui se reproduiraient dans les comptes, et y nécessiteraient une colonne de millièmes tout-à-fait inutile, puisqu'elle exprimerait des valeurs que le peuple et le commerce négligent à cause de leur modicité, ce qui rendrait les calculs plus longs à pure perte, et ferait perdre une partie des avantages résultant de l'application du calcul décimal à l'expression des sous-espèces monétaires.

Les pièces de six liards, qui valent sept centimes et demi, et celles d'un liard, qui donnent aussi des fractions de centimes, doivent être supprimées par les mêmes motifs. L'état équivoque de ces monnaies donne lieu à tant de petites tromperies et à tant de contestations qu'on doit les considérer comme faisant embarras dans la circulation : on ne peut trop se hâter de les en retirer.

Monnaies d'or.

C'est un fait constaté par l'expérience de tous les temps et de tous les pays, et bien reconnu par le commerce, qu'il n'existe pas un rapport constant de valeur entre les différents métaux. Dès qu'un poids déterminé d'un certain métal a été choisi pour être l'étalon des valeurs vénales, tous les autres métaux entrent dans la classe des marchandises, l'expression

de leur valeur suit toutes les fluctuations du commerce. L'or et l'argent sont les deux métaux dont le prix relatif s'écarte le moins d'une certaine quantité moyenne ; cependant les variations ont une valeur assez sensible pour qu'on soit obligé d'en tenir compte dans les transactions commerciales. Il est des pays où la loi s'est conformée à ce fait, elle n'a point cru pouvoir fixer la valeur de l'or, même monnayé. Par exemple, à Amsterdam où l'unité monétaire est un florin d'argent, le ducat d'or n'a pas de valeur réglée, son prix est établi tous les jours par les évènements du commerce, on l'annonce avec celui des autres marchandises ; en France, au contraire, l'or a une valeur légalement fixée ; la loi a statué que l'or pur vaut quinze fois et demi son poids d'argent pur ; cette fiction, contredite à chaque instant par les faits, ne peut raisonnablement être considérée que comme une approximation qui fournit une règle pour certains cas que les conventions des particuliers ou les lois n'ont pas prévus ; par exemple, pour rendre valables les offres de paiement que le créancier pourrait avoir intérêt de refuser, et qu'il refuserait si elles étaient faites en une monnaie qui n'aurait pas une valeur déclarée par la loi.

La taxation de l'or, comme tout ce qui n'est pas conforme à la vérité des choses, a des inconvénients ; le commerce les élude par l'usage de ce que, dans l'échange des monnaies d'or et d'argent, on appelle *agio :* c'est une prime que l'une des deux parties paie à l'autre pour compenser la différence qui se trouve, au jour de l'échange, entre la valeur légale de l'or et sa valeur marchande ou courante. Il résulte de cet usage que les intérêts particuliers ne sont point lésés par l'emploi de l'or comme monnaie, et que le vice de la loi est

corrigé, sans retirer à l'or monnayé la qualité de monnaie légale et circulante qu'il y a quelque avantage à lui conserver, parce qu'elle est utile au public dans un grand nombre de circonstances. Sur la place de Paris, la prime est toujours à la charge de celui qui achète l'or : ce fait prouve que la loi a taxé ce métal au-dessous de sa vraie valeur. Si l'or eût été taxé trop haut, les débiteurs de mauvaise foi auraient pu s'en prévaloir au préjudice de leurs créanciers.

Le taux de la prime est variable par sa nature ; l'agio n'est quelquefois que de 2 fr. 50 cent. pour mille francs d'argent, il monte quelquefois à 10 fr., 12 fr. : au moment où j'écris il s'est élevé jusqu'à 14 fr.; dans ces différents cas, mille francs d'or valent $1002^{fr.}$, 50; $1010^{fr.}$; $1012^{fr.}$, et 1014 francs d'argent.

D'après ces faits, il est évident que le franc que l'on formerait en alliant, conformément à la loi, $\frac{2}{31}$ de gramme d'or pur avec $\frac{1}{31}$ de gramme de cuivre, ne serait plus la même valeur que le franc d'argent : c'est donc une erreur que de leur avoir donné le même nom et d'avoir dérivé du franc la nomenclature des monnaies d'or; il est nécessaire de leur donner des dénominations qui leur soient propres; celle de *pistole* serait très-convenable, elle réunit toutes les conditions qu'on puisse désirer : le public est accoutumé au nom, tous les jours il en fait usage en y attachant l'idée d'une valeur de dix francs. La différence entre la valeur légale de la pistole d'or et sa valeur marchande lui paraîtrait peu sensible; elle s'élèverait rarement au taux de $1\frac{1}{4}$ pour cent, qui faisait la différence entre l'ancienne livre tournois et le franc.

Si on adoptait la dénomination de *pistole* pour les mon-

naies d'or, il faudrait avoir la *simple pistole*, la *double pistole* et la *quintuple pistole* (*).

La *simple pistole* pèserait $3,22581^{\text{gramm.}}$ dont un dixième d'alliage. Dans le sens légal, elle vaudrait 10 francs; dans le commerce à cause de l'agio, elle vaudrait un peu plus de 10 francs d'argent. Par exemple, lorsque l'agio serait de 5 francs pour mille francs, la pistole vaudrait $10^{\text{fr.}}$ 05 c.; il est probable que son prix courant deviendrait, comme celui du ducat en Hollande, le terme de comparaison pour la conversion des monnaies d'argent en or, et réciproquement. On a objecté que la pistole d'or serait trop petite, et facile à perdre; pour apprécier cette objection, il suffit de considérer que cette pièce différerait peu, en volume, de la pièce d'argent d'un demi-franc.

La *double pistole* serait la pièce actuelle de 20 fr., dont l'expérience a constaté l'utilité et la commodité.

La *quintuple pistole* vaudrait 50 francs, sauf l'agio : elle pèserait $16,12902^{\text{gramm.}}$: ce poids ne surpasse celui de l'ancien double louis que de $0,83197^{\text{gramm.}}$, ou moins de 16 grains.

Voilà donc trois pièces de plus qui doivent faire partie, en proportion convenable, de la masse du numéraire circulant. J'ai cependant dit précédemment que le système monétaire, considéré dans toute son étendue, n'a besoin que de neuf variétés de pièces pour faire avec facilité le service de la circulation. Il est effectivement démontré que ces neuf

(*) Voyez à la suite du Mémoire une note où sont présentées des considérations qui font douter de la convenance de fabriquer des pièces de cinq pistoles.

variétés suffisent à tout; il n'en faut pas davantage tant que la base du système ne change pas, et qu'il demeure coordonné sur une seule et même unité monétaire, telle que le franc d'argent par exemple: mais l'introduction d'un nouveau métal dans le numéraire circulant exige l'émission de pièces composées de ce métal; alors l'unité est changée; il en résulte un système fondé sur une autre base, et, à proprement parler, il existe deux systèmes monétaires, liés et raccordés entre eux au moyen de la prime appelée *agio*. Mais si l'on s'en était tenu à une seule base, il n'y aurait eu qu'un seul système; alors il n'eût pas été nécessaire d'avoir plus de neuf variétés de pièces.

La pièce de 40 fr. qui existe dans la circulation y fait relativement au service de la composition des sommes, double emploi avec la pièce de 20 fr.; et comme elle ne rentre dans l'échelle décimale que de deux en deux centaines, elle est d'un usage moins commode; le public l'a senti, et en général la pièce de vingt francs est préférée. Il est à désirer que la pièce de 40 francs soit retirée de la circulation.

On annonce le projet de fabriquer une pièce d'or valant 10 pistoles, ou 100 francs : je ne crois pas que l'émission de pièces d'une aussi forte valeur puisse avoir quelque utilité, et elle présente des inconvénients considérables :

1° La pièce n'ajouterait aucune facilité à la circulation, le service auquel elle est destinée se faisant, avec aisance et sans complication, par des pièces d'or de moindre valeur;

2° Cette pièce serait privée d'un des principaux avantages des monnaies d'or, celui d'être préférée dans les voyages; les pièces de 100 francs seraient peu commodes pour cet usage; en effet, il ne serait pas aisé, hors des villes, de les échanger

contre de la petite monnaie dans les occasions très-fréquentes où l'on aurait besoin de payer des sommes inférieures à cent francs. La perte d'une de ces pièces serait assez sensible, et les chances de perte seraient augmentées par la grandeur de leur volume qui les rendrait très-apparentes;

3° Enfin, et cette dernière considération est la plus décisive, une pièce d'or de la valeur de 100 fr. exciterait à thésauriser; elle en irriterait la soif dans les malheureux qui sont atteints de cette maladie, et la ferait naître chez d'autres. Il est prouvé, par l'expérience de tous les pays, que les grosses pièces d'or disparaissent toujours de la circulation, et d'autant plus rapidement qu'elles sont fabriquées avec plus de perfection : leur beauté invite à les garder, ce sont de belles médailles, les avares s'empressent de les enfouir dans leurs coffres. Fabriquer de telles pièces, c'est créer un instrument de thésaurisation; ce n'est rien ajouter au numéraire circulant.

Nota. Depuis que j'ai lu ce Mémoire à l'Académie, on m'a communiqué une observation qui est intéressante en ce qu'elle constate qu'il existe pour les pièces d'or une limite de valeur au-dessus de laquelle ces pièces cessent d'être utiles à la circulation.

Lorsque les anciennes monnaies d'or furent refondues, on remarqua que les doubles-louis, présentés à la refonte, avaient conservé leur poids primitif: ils n'avaient rien perdu par le frai; ils étaient par conséquent demeurés en dehors du mouvement de la circulation. On ne doit donc pas élever jusqu'à la valeur du double-louis les pièces d'or qui sont destinées à avoir cours de monnaie; il paraît même qu'il faudrait demeurer au-dessous de quarante francs; car les faits semblent annoncer que les pièces de 40 fr. ne sont guère plus employées dans la circulation que ne l'étaient les doubles-louis.

On doit conclure de cette observation qu'il n'est pas nécessaire de fabri-

quer la pièce de cinq pistoles, et que le retrait des pièces de 40 francs serait sans inconvénient. Les pièces de monnaie qui atteignent la limite de valeur au-dessus de laquelle elles sont exclues de la circulation habituelle, ne sont dans le fait que des lingots dont le poids et le titre ont été certifiés par l'autorité publique et qui font très-peu fonction de monnaie; à la vérité ils ne peuvent pas être refusés dans les paiements, mais ils y sont rarement offerts.

FIN DU TOME DOUZIÈME.